

機関番号：12102

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2009～2010

課題番号：21730170

研究課題名（和文） 金利の予測可能性：動学的金利期間構造モデルを用いた検証

研究課題名（英文） Predictability of Interest Rates: An Analysis Using Dynamic Term Structure Models

研究代表者

高見澤 秀幸 (TAKAMIZAWA HIDEYUKI)

筑波大学・大学院人文社会科学部研究科・准教授

研究者番号：60361854

研究成果の概要（和文）：

既存の動学的金利期間構造モデルには無裁定条件の下で債券価格を解析的に導出するために必要な制約があり、これが金利の水準やボラティリティの予測力を低下させていた。本研究では、債券価格を近似的に導出する方法を援用することにより、制約のないモデル化を実現した。ボラティリティを金利水準の非線形関数とした提案モデルの予測力は、制約のある既存モデルのそれを大幅に上回るという成果を得た。さらに、提案モデルの予測値を GARCH などの時系列データのみから組成した予測値と組み合わせることにより、後者のみを用いた場合よりも予測力が向上することを確かめた。

研究成果の概要（英文）：

Existing dynamic term structure models have restrictions necessary for deriving bond prices in closed-form under non-arbitrage conditions, which, however, deteriorate the predictive power to the level and volatility of interest rates. This study removes such restrictions by relying on an accurate approximation method. By specifying the volatility as nonlinear functions of interest rate levels, the proposed models exhibit higher predictive power than the existing restrictive models. In addition, by combining the volatility forecast of the proposed models with that of time-series models such as GARCH, it is confirmed that the predictive power further increases.

交付決定額

(金額単位：円)

| | 直接経費 | 間接経費 | 合計 |
|--------|---------|---------|---------|
| 2009年度 | 400,000 | 120,000 | 520,000 |
| 2010年度 | 300,000 | 90,000 | 390,000 |
| 年度 | | | |
| 年度 | | | |
| 年度 | | | |
| 総計 | 700,000 | 210,000 | 910,000 |

研究分野：経済統計学

科研費の分科・細目：経済学・経済統計学

キーワード：計量ファイナンス、金利期間構造、イールドカーブ、ボラティリティ

1. 研究開始当初の背景

我々の生活は、金利と無縁ではいられない。将来の年金受取額や住宅ローン支払額は、金利動向に大きく左右される。この金利動向を予測することは可能であろうか。もし可能であるならば、例えば、住宅ローンを組む条件（長期で固定か短期で借換えか）や繰上げ返済のタイミングを有利に決めることができる。このような意思決定上の利点は、何も家計だけにとどまらない。最適な資金調達・運用を試みる企業や政府などあらゆる経済主体に広く及ぶ。このような重要性から、金利に関する研究は古くからファイナンス分野における中心的なテーマの1つであった。

その中で、動学的金利期間構造モデルは、ブラック＝ショールズ＝マートンがオプション価格理論を提示した70年代前半以降理論面で飛躍的な進化を遂げた。同時に、金利データの蓄積に伴い、実証面においてはデータ適合的なモデルの追求がなされてきた。

動学的金利期間構造モデルは、次の (i) (ii) から構成される。

- (i) 金利に影響を及ぼすファクターの変動と投資家の要求するリスクプレミアムのモデル化
- (ii) 裁定の収益機会がないように、債券価格をファクターの関数として導出

この動学的金利期間構造モデルは、まさに投資家のリスク・リターンに関する将来見通しを反映した債券価格、あるいは債券の満期と利回りの関係であるイールドカーブ、を記述したものである。このようなフォワード・ルッキングな情報を取り込んだモデルを用いて金利の水準やボラティリティを予測することができれば、精度の向上につながると期待される。

このような予測が実行可能であるためには、債券価格の関数を解析的に得ておく必要がある。解析解がないと、モデル・パラメータの推定やファクターの同定に要する計算負荷が膨大になってしまうからである。解析解を得るためには、ファクターの変動モデルに制約を課す必要がある。解析解を得られる代表的なモデルは、アフィン・モデルである。このモデルの特徴（制約）は、ファクターの変動過程のドリフトと共分散行列がファクターの線形関数となっていることである。しかし、このような制約は統計的に棄却される場合が多く、従って予測力の低下を招いてしまう。特に、アフィン・モデルを通じてイールドカーブから示唆されるボラティリティを抽出すると、通常の時系列モデルから得られるボラティリティ、具体的には GARCH や

Realized、とは異なる挙動を示すことが報告されている (Collin-Dufresne et al., 2009; Jacobs and Karoui, 2009)。図1にこれを再現した。この図には、91年以降の、実現ボラティリティ（点線）（4週先の10年債利回りに関する条件付き標準偏差の実現値、年率換算）とアフィン・モデルから得られた予測値（実線）がプロットされている。明らかに、モデルの予測値は現実の激しい動きを追えていない。それどころか、両者の相関係数を計算すると-0.2となり、逆方向の動きさえ傾向として多く見られるのである。従って、このアフィン・モデルから示唆されたボラティリティを予測に用いることはできない。

この原因は、アフィン・モデルでボラティリティを潜在ファクターの1つとして考えこれをイールドカーブから抽出しようとする、このファクターが横断面のイールドカーブを説明する変数として機能してしまい、本来の時系列の変動を記述する変数としては機能しなくなるところにある。言ってみれば、ボラティリティ・ファクターは時系列と横断面という二兎を追う役割を担っているのだが、アフィン・モデルに課された定式化上の制約のため、一兎（横断面）しか追えないのである。

このように当研究開始当初の背景には、金利データの時系列方向と横断面方向を整合的に説明できる動学的金利期間構造モデルがない、という現実があった。これが、イールドカーブというフォワード・ルッキングな情報があるにもかかわらず、それを予測などに活かしきれないというジレンマにつながっていた。

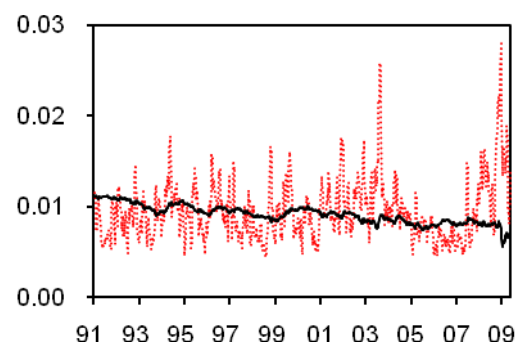


図1：実現ボラティリティ（点線）とアフィン・モデルによる予測値（実線）

注）実現ボラティリティは、4週先の10年債利回りに関する条件付き標準偏差の実現値（年率換算）。

2. 研究の目的

本研究の目的は、パネル状の金利データに含まれている時系列方向と横断面方向の情報を、金利の水準やボラティリティの予測に役立てることである。特に、横断面方向には投資家のリスク・リターンに関する将来見通しが反映されているため、時系列方向の情報のみを用いた場合に比べて予測精度の向上が期待される。この目的を動学的金利期間構造モデルを通じて達成することを試みる。

3. 研究の方法

2の目的、特にボラティリティ予測の精度向上、を達成するためには、1の研究背景で述べた通り既存モデルに頼ることはできない。そこで、具体的に解決すべき課題として以下の3点を挙げる。

- (1) データ適合的なファクター変動モデルの発見
- (2) 無裁定条件に従う債券価格の効率的計算方法の開発
- (3) ボラティリティ予測力の検証スキームの構築

(1) に関しては、まず Litterman and Scheinkman (1991) 以来の慣例に従い、金利を説明するファクター数を3とした上で、その変動過程のモデル化を行う。その際、特にボラティリティの定式化に工夫を凝らす。既存モデルの問題点は、定式化上の制約によりボラティリティ・ファクターに二兎を追わせようにも追わせられないところにあった。具体的には、ボラティリティ・ファクターは、時系列方向ではなく横断面方向を説明する変数として機能してしまっていた。このような齟齬を簡潔に解消する方法は、予めボラティリティ・ファクターを作らないことである。即ち、3つのファクターを最初から横断面を説明する変数としてモデル化しておくのである。ボラティリティ・ファクターを明示的に与えなければ、イールドカーブから抽出したときの挙動がおかしいという問題はそもそも発生しない。

既存のアフィン・モデルの中でこのような定式化が可能であるのはガウシアン・モデルのみである。このモデルの特徴は、ファクターの共分散行列が定数となっていることである。このモデルは、金利水準に対する横断面方向の記述力及び時系列方向の予測力に優れているため、近年ではアフィン・モデルの中でも特に好まれて利用されている (Duffee, 2002; Joslin et al., 2011)。し

かし、このモデルには決定的な弱点がある。共分散行列が定数であるため、金利データの主要な特徴の1つである確率的に変動するボラティリティを捉えることができないのである。

本研究では、このガウシアン・モデルをベースにしつつ、確率的に変動するボラティリティをモデル化した。具体的には、共分散行列を3ファクターに依存した関数として定式化した。この定式化は実は単純ではない。共分散行列は正定値行列であるという大前提があるからである。この前提を満たすために、共分散行列の固有値に注目し、これを3ファクターに依存した正の値をとる関数で与えた。具体的な関数形としては、二次型 (Stochastic Volatility with Quadratic Specification, SV-Q) と指数型 (Stochastic Volatility with Exponential Specification, SV-E) の2つを考えた。

共分散行列の正定値性は、その逆行列の存在を保証する。このことは、投資家の要求するリスクプレミアムをモデル化する際に、無裁定条件の制約を保つことと定式化の自由度を高めることの両立を可能にする。自由度の高いリスクプレミアムを想定できることは、ファクターのドリフトをモデル化する上で極めて重要な利点となる。なぜなら、横断面の債券価格に關係するリスク中立確率の下でのドリフトと時系列の予測に關係する実際の確率の下でのドリフトを分離して定式化することが可能となるからである。アフィン・モデルにおいてこれが可能なのはガウシアン・モデルのみである。このモデルが金利水準に対する横断面方向の説明力と時系列方向の予測力に優れているのは、ドリフトの分離に起因していた。従って、当研究の提案するモデルは、ガウシアン・モデルの利点を踏襲していることになる。その上で、その欠点 (共分散行列が定数であること) を改良した。これにより、金利水準への高い予測力を維持しつつ、ボラティリティに対する予測力を向上させることができると期待される。

(2)は、(1)で提案したモデルを予測に用いる上で不可欠である。効率的計算方法がなく、何らかの数值的方法によってファクターの関数である債券価格を導出しようとするれば、計算負荷は膨大となり、分析は著しく困難となる。この難題を解決すべく、本研究の代表者が筑波大学の庄司功教授とともに提案した近似方法を援用する。この近似精度を、Takamizawa and Shoji (2009)で想定されていたよりも現実的な設定の下で精査し直した結果、依然として高い精度が得られることを確認した。

(3)に関しては、既存研究の検証スキーム

を次の2点において拡張した。第一は、より長い予測期間を考慮したことである。既存研究では1週間から1カ月先を予測するのに対し、本研究では32週先まで伸ばした。この理由は、金利ボラティリティの予測期間を金利水準の予測期間に合わせるためである。後者は、通常1カ月よりも長い期間がとられる。これは、特に金利の効率的市場仮説を検証する場合に当てはまる。両期間を合わせることで、リスク・リターンに関するモデルの予測力を整合的に検証することができる。

第二は、より長い外挿期間を考慮したことである。既存研究は、外挿期間における予測力の検証に乏しかった。本研究では、この期間を十分取ることで、分析の客観性を高めた。

4. 研究成果

米国の金利データを用いて、本研究で提案した金利期間構造モデル(SV-QモデルとSV-Eモデル)のボラティリティ予測力を検証した。標本期間は1991年1月から2009年5月までとし、そのうち2/3の期間をパラメータ推定に用いる内挿期間、残りを外挿期間とした。モデル推定には週次データを用いた。一方、予測対象となる実現ボラティリティは日次データから計算した。パフォーマンスの比較対象として、金利期間構造モデルであるアフィン・モデル、並びに時系列モデルであるGARCHモデルと実現ボラティリティに基づく自己回帰(Realized-AR)モデルを考慮した。

分析結果は以下の3点にまとめられる。第一に、アフィン・モデルとの比較において、提案モデルのボラティリティ予測力は大幅に向上した。実際に、図2・3のSV-QモデルとSV-Eモデルの予測値は、図1のアフィン・モデルのそれに比べてはるかに実現値に近い動きを示している。実現ボラティリティとの相関係数は、それぞれ0.49と0.43である。他方、提案モデルの金利水準に対する予測力は、既に十分高いとされるガウシアン・モデルと遜色がなかった。従って、リスク・リターンの予測において、提案モデルは既存のアフィン・モデルを大幅に上回ることを確かめた。

第二に、GARCHモデルやRealized-ARモデルとの比較において、提案モデルの予測力は、満期1年以内の短期金利で予測期間が短い(4週)の場合に下回った。しかし、予測期間を32週まで伸ばすと、提案モデルの予測力は、特に満期が3年から10年の中・長期金利に対して向上し、時系列モデルの予測力と遜色ないかそれを上回る程度にまで至っ

た。第三に、提案モデルの予測値をRealized-ARモデルのそれと組み合わせると、後者のみを用いた場合に比べて予測力が向上した。この改善は、特に中・長期金利に対する長期予測において顕著であった。

これらの研究成果は『Term Structure Models Can Predict Interest Rate Volatility. But How?』にまとめ、現在投稿中である。

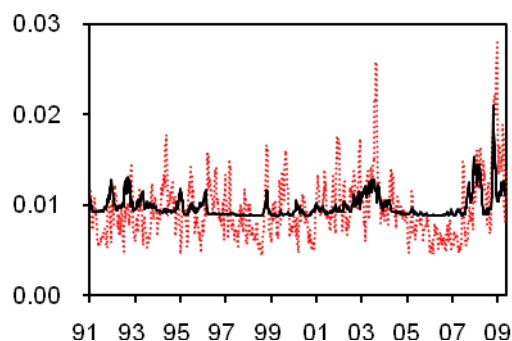


図2：実現ボラティリティ（点線）とSV-Qモデルによる予測値（実線）

注) 実現ボラティリティは、図1に同じ。SV-Qモデルは、ファクターの共分散行列の固有値がファクターの2次関数で与えられたモデル。

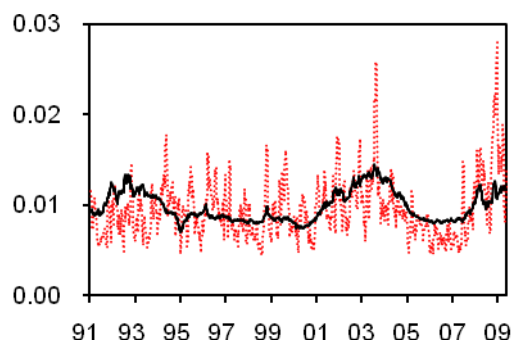


図3：実現ボラティリティ（点線）とSV-Eモデルによる予測値（実線）

注) 実現ボラティリティは、図1に同じ。SV-Eモデルは、ファクターの共分散行列の固有値がファクターの指数関数で与えられたモデル。

(参考) 1～4で参照した論文リスト：

Collin-Dufresne, P., R. S. Goldstein, and C. S. Jones, 2009, “Can interest rate volatility be extracted from the cross section of bond yields?” *J. Fin. Econ.* 94, 47-66.

Duffee, G. R., 2002, "Term premia and interest rate forecasts in affine models," *J. Fin.* 57, 405-443.

Jacobs, K., and L. Karoui, 2009, "Conditional volatility in affine term-structure models: Evidence from Treasury and swap markets," *J. Fin. Econ.* 91, 288-318.

Joslin, S., K. J. Singleton, and H. Zhu, 2011, "A new perspective on Gaussian dynamic term structure models," *Rev. Fin. Stud.* 24, 926-970.

Litterman, R., and J. Scheinkman, 1991, "Common factors affecting bond returns," *J. Fixed Income* 1, 54-61.

Takamizawa, H., and I. Shoji, 2009, "Modeling the term structure of interest rates with general diffusion processes: A moment approximation approach," *J. Econ. Dyn. Cont.* 33, 65-77.

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計2件) (すべて査読なし)

1) Takamizawa, Hideyuki, "An Approximation of European Option Prices under General Diffusion Processes," Tsukuba Economics Working Papers No.2009-08, 1-25 (2011).

<http://www.econ.tsukuba.ac.jp/RePEc/2009-008.pdf>

2) Takamizawa, Hideyuki, "Term Structure Models Can Predict Interest Rate Volatility. But How?" Tsukuba Economics Working Papers No.2010-08, 1-80 (2010).

<http://www.econ.tsukuba.ac.jp/RePEc/2010-008.pdf>

[学会発表] (計3件)

1) 高見澤秀幸 『Interest Rate Volatility Implicit in Term Structure Data』一橋大学商学研究科 第7回金融研究会 (2010年9月23日、一橋大学)

2) 高見澤秀幸 『Interest Rate Volatility Implicit in Term Structure Data』一橋大学・経済統計ワークショップ (cfee と共催) (2009年10月16日、一橋大学)

3) 高見澤秀幸 『非線形金利期間構造モデルの近似』一橋大学・国際企業戦略研究科金融戦略・経営財務コース 研究ワークショップ (2009年7月21日、一橋大学)

[その他]

ホームページ等

<http://www.social.tsukuba.ac.jp/~takamiza/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

高見澤 秀幸 (TAKAMIZAWA HIDEYUKI)
筑波大学・大学院人文社会科学研究科・
准教授

研究者番号：60361854