

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成25年5月27日現在

機関番号：12701

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2009～2012

課題番号：21740006

研究課題名（和文）アーベル多様体のモジュライ空間の階層構造及び葉層構造の研究

研究課題名（英文）On stratifications and foliations on the moduli space of abelian varieties

研究代表者

原下 秀士（HARASHITA SHUSHI）

横浜国立大学・環境情報研究院・准教授

研究者番号：70396852

研究成果の概要（和文）：アーベル多様体のモジュライ空間は広範な応用のある重要な研究対象である。本研究では正標数の体上のその空間内の様々な階層構造や葉層構造の記述や関係性に取り組み、特に、E0 階層の一般元の Newton polygon の決定や、超特異軌道に入る E0 階層の構造の決定に成功し、また関連する多様体の研究も行った。

研究成果の概要（英文）：It is important to study the moduli space of abelian varieties, as it has a wide range of applications. This research concerns the descriptions of stratifications and foliations and with relations between them. In particular we succeeded in determining the Newton polygon of the generic point of each EO-stratum and in determining the structure of EO-strata contained in the supersingular locus. Also we studied several varieties related to these strata.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2010年度	800,000	240,000	1,040,000
2011年度	800,000	240,000	1,040,000
2012年度	800,000	240,000	1,040,000
総計	3,400,000	1,020,000	4,420,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：代数幾何学・数論幾何学・アーベル多様体・モジュライ空間・ p -可除群・葉層構造・階層構造・Deligne-Lusztig 多様体

1. 研究開始当初の背景

本研究は正標数の体上の主偏極アーベル多様体のモジュライ空間に入る様々な階層構造や葉層構造の構造を調べるとともに、それらの関係性を調べることを目標としている。研究開始当初には個々の階層や葉層の次元等については、分かっている状態であったが、交わりや配置については、多くが不明であった。また、一つの階層について、次元だけでなく、より深い幾何学的な構造につい

ても知りたいところであったが分かっている例が殆どないといって良い状態であった。それら階層構造を記述するのに役立つであろう関連する多様体があるのだが、それらの基本構造についても未解決問題が多く残っていた。

2. 研究の目的

本研究の大きな目標は、正標数の体上の主偏

極アーベル多様体のモジュライ空間を調べ、その階層構造や葉層構造についての基本定理を整備することにより、整数論の重要な課題である Langlands 対応の実現等の礎の一つを築くことである。具体的な問題としては E0 階層と NP 階層の交わりを理解したいということ、また、個々の階層や葉層の構造を出来る限り明示的に書きたいということがあげられる。先ず、E0 階層の一般元の Newton polygon の決定と超特異軌道に入ってしまう E0 階層の構造の決定を目指した。また、その課題の偏極無し版の解決も目標とした。関連する多様体として Deligne-Lusztig 多様体があり、そのアフィン性について未解決な問題があり、その間について進展を得ることも目標とした。

3. 研究の方法

先ず、関連する分野の論文を読み、そこから得られる様々な知識の蓄積することは必須である。適宜、研究分野の近い研究者との意見交換を行うことにより、研究が進展することが多い。手計算や計算量の多いものでは PC を使いプログラムを作成し適切な数値実験を通じて、成り立つであろう定理を定式化する。これまでの研究や知識を組合せ証明を試みる。基本的にその繰り返しを行い、研究を進めて行く。

4. 研究成果

- (1) 先ず、 p -可除群にたいし、その p -核が分かっている時に、その Newton polygon の最初の傾きの決定する方法を見つけた。
- (2) 次に、central streams という特別で重要な葉層についての配置の決定に成功した。
- (3) (1)と(2)を組み合わせ、更に、ある種の偏極 p -可除群の族の構成法を見つけることにより、任意の E0 階層の一般元の Newton polygon の決定に成功し論文を出版することができた。これは Oort の一つの予想を解決にもなっていた。
- (4) 次に、(3)の結果の偏極無し版の定式化と証明にも成功することができた。
- (5) また、超特異軌道に入ってしまう E0 階層の幾つかの合併を Deligne-Lusztig 多様体で記述することもできた。

- (6) 加えて、関連する多様体の研究も進め、特に distinguished Deligne-Lusztig 多様体のアフィン性についても結果も発表することが出来た (未だプレプリントであるが近々出版できると考えている)。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 6 件)

- ① Shushi Harashita: The supremum of Newton polygons of p -divisible groups with a given p -kernel type. *Geometry and Analysis of Automorphic Forms of Several Variables, Proceedings of the international symposium in honor of Takayuki Oda on the occasion of his 60th birthday, Series on Number Theory and Its Applications, Vol. 7, (2011), pp. 41-55.* 査読有
- ② Shushi Harashita: Generic Newton polygons of Ekedahl-Oort strata: Oort's conjecture. *Annales de l'Institut Fourier* **60**, no 5 (2010), 1787-1830. 査読有
- ③ Shushi Harashita: Ekedahl-Oort strata contained in the supersingular locus and Deligne-Lusztig varieties. *Journal of Algebraic Geometry* **19** (2010), 419-438. 査読有
- ④ Shushi Harashita: The rings of Witt vectors for noncommutative rings with some rich structure, *Communications in Algebra, Vol. 38* (2010), 1282-1290. 査読有
- ⑤ Shushi Harashita: Configuration of the central streams in the moduli of abelian varieties. *The Asian Journal of Mathematics* **13** (2009), no. 2, 215-250. 査読有
- ⑥ Shushi Harashita: Successive extensions of minimal p -divisible groups. *Journal of Pure and Applied Algebra* **213** (2009), 1823-1834. 査読有

〔学会発表〕(計 14 件)

- ① 原下秀士: 正標数の体上のアーベル多様体のモジュライ空間の葉層構造について. 北海道大学数論幾何学セミナー, 北海道大学理学部 3 号館 3-413. 2013 年 02 月 21, 22, 23 日
- ② 原下秀士: On the affineness of fine Deligne-Lusztig varieties. 保型形式の整数論月例セミナー (織田孝幸) 東京大学大学院数理科学研究科 2011 年 12 月 17 日
- ③ 原下秀士: On the affineness of fine Deligne-Lusztig varieties. 代数幾何研究集会 (桂利行, 川又雄二郎) 東京大学大学院数理科学研究科 2011 年 12 月 7 日
- ④ Shushi Harashita: On the affineness of fine Deligne-Lusztig varieties. 2011 Taiwan-Japan Workshop on Arithmetic Algebraic Geometry and Related Topics (T. Katsura, T. Saito, C.-F. Yu) Institute of Mathematics, Academia Sinica (NTU Campus), 6F Auditorium. 2011 年 11 月 17 日, 台湾
- ⑤ Shushi Harashita: Deligne-Lusztig varieties associated to G_2 . Workshop on the arithmetic geometry of Shimura varieties and Rapoport-Zink spaces (T. Ito), Department of Mathematics, Kyoto University Lecture Room 110, 2011 年 7 月 8 日
- ⑥ 原下秀士: Optimal estimation of the Newton polygon of a p -divisible group from its p -kernel I, II. 数論幾何学ワークショップ 2010 (山崎隆雄, 小林真一) 沖縄尚学高等学校 2010 年 8 月 5, 6 日
- ⑦ 原下秀士: Deligne-Lusztig 多様体入門 I, II. 代数幾何研究集会 2010 (桂利行) 法政大学 2010 年 7 月 17, 18 日
- ⑧ 原下秀士: Estimating the Newton polygon of a p -divisible group from its p -kernel. 野田モジュラー多様体研究集会 (織田孝幸, 浜畑芳紀) 東京理科大学 2009 年 12 月 24 日

- ⑨ Shushi Harashita: The optimal estimation of the Newton polygon of a p -divisible group from its p -kernel. Industrious Number Theory (田口雄一郎, 服部新, 三枝洋一, Lee Dong Uk) 九州大学 2009 年 12 月 5 日
- ⑩ Shushi Harashita: Estimating the Newton polygon of a p -divisible group from its p -kernel. Workshop on Arithmetic Geometry in Kanazawa (金沢数論幾何集会) (伊藤哲史) 石川県文教会館 2009 年 11 月 24 日
- ⑪ 原下秀士: p -可除群の p -核と同種類の関係について. 大阪大学整数論&保型形式セミナー (落合理, 森山知則) 2009 年 11 月 6 日
- ⑫ Shushi Harashita: The supremum of Newton polygons of p -divisible groups with a given p -kernel type. 代数幾何学城崎シンポジウム (齋藤夏雄, 高木俊輔, 阿部拓郎) 兵庫県立城崎大会議館 2009 年 10 月 29 日
- ⑬ 原下秀士: p -可除群の同種類をその p -核から最も良く評価するアルゴリズムについて. 神戸大学理学部数学教室談話会 (谷口隆) 2009 年 10 月 14 日
- ⑭ Shushi Harashita: The supremum of Newton polygons of p -divisible groups with a given p -kernel type. The international symposium, Geometry and Analysis of Automorphic Forms of Several Variables, in honor of Professor Takayuki Oda on the occasion of his 60th birthday (浜畑芳紀 et al.) 東京大学数理科学研究科大講義室 2009 年 9 月 15 日

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

○出願状況 (計 0 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:

番号：
出願年月日：
国内外の別：

○取得状況（計 0 件）

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

〔その他〕
ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

原下 秀士 (HARASHITA SHUSHI)
横浜国立大学・環境情報研究院・准教授
研究者番号：70396852

(2) 研究分担者

()

研究者番号：

(3) 連携研究者

()

研究者番号：