

機関番号： 若手研究 (B)

研究種目： 14301

研究期間： 2009 ~ 2010

課題番号： 21740069

研究課題名 (和文) 処罰問題が切り拓く確率過程論の新展開

研究課題名 (英文) New development of theory of stochastic processes via penalisations

研究代表者

矢野 裕子 (YANO, Yuko)

京都大学・大学院理学研究科・助教

研究者番号： 10337462

研究成果の概要 (和文)： 安定レヴィ過程の最大値過程による処罰問題を考察し、以下の結果を得た：反射過程の周遊理論及び自己相似性を用いてその問題を部分的に解決した (矢野 (孝) 氏, Yor 氏との共同研究)；レヴィ過程の調和変換過程を用いて最大値処罰問題を支配するシグマ有限測度の構成した (単独研究)。また、拡散過程の滞在時間による処罰問題に関連して、滞在時間分布について以下の結果を得た：フラクタル上の拡散過程の滞在時間分布密度関数の端点における漸近挙動を決定した (梶野氏, 熊谷氏, Kwasnicki 氏, 渡辺氏との共同研究)。

研究成果の概要 (英文)： I studied supremum penalisation for stable Levy processes and obtained the following results: I solved the problem partially by using the excursion theory for reflected processes and the scaling property (joint work with K. Yano and M. Yor); I succeeded in constructing by harmonic transforms for Levy processes the sigma-finite measure which unifies the supremum penalisations. Meanwhile, in some connection with occupation time penalisation, I obtained the following: I determined the asymptotic behavior of the density of the law of the occupation time for a diffusion on fractals (joint work with N. Kajino, T. Kumagai, M. Kwasnicki, and S. Watanabe).

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2009 年度	1100000	330000	1430000
2010 年度	800000	240000	1040000
年度			
年度			
年度			
総計	1900000	570000	2470000

研究分野：確率論，確率過程論

科研費の分科・細目：数学・数学一般 (含確率論・統計数学)

キーワード：確率論，確率過程論，処罰問題，極限定理，安定過程，レヴィ過程，拡散過程

1. 研究開始当初の背景

処罰問題は、Roynette-Vallois-Yor (2006) による論文で提唱された、種々のブラウン汎関数によって重み付けられたウィナー測度に対する極限定理である。一次元ブラウン運動に関する性質はほぼ調べ尽くされていると思われる昨今において、処罰問題はブ

ラウン運動の新しい側面を照らし出した。処罰問題と呼ばれる所以は次の通りである：ブラウン汎関数によって重み付け、その汎関数の期待値で正規化したウィナー測度は、正規化関数が 0 に収束するとき時間無限大である測度に収束する。この極限測度の下で過程は元のブラウン運動とは異なる様相を呈す。ブラウン運動は再規性を持つのに対し、新たに

得られた極限測度の下では過程は非再帰となる．このような「(原点に) 帰って来られない」様子を‘処罰’と呼んでいる．

処罰問題の発展の経緯は以下の通りである：Roynette-Vallois-Yor (2006～) は、種々の重み付けブラウン汎関数に対する極限定理を示した．その後 Najnudel-Roynette-Yor (2008) によって、これらの処罰問題が重み汎関数に依らないある普遍的なシグマ有限測度を用いて統一的に論じられることが明らかとなった．続いて、矢野-研究代表者-Yor (2009) によって処罰問題の安定過程への一般化が考察され、重み汎関数が原点局所時間及びカット消滅型汎関数の場合の極限定理が示された．

安定過程への一般化によって、処罰問題はマルコフ過程の周遊理論や調和変換過程と密接に関係していることが明らかとなりつつあり、また極限測度を特徴付けるマルチンゲールが Skorokhod 埋め込み問題と呼ばれる古典的問題と関連していることが示唆されるなど、処罰問題は多方面から注目され更なる発展が期待されていた．

2. 研究の目的

本研究の目的は、処罰問題の一般化を考察することによって、確率過程の大域構造または局所構造を明らかにすることであった．より詳しく言えば、Roynette-Vallois-Yor に始まるブラウン運動に対する処罰問題を、より一般の確率過程に対して一般化することによって、処罰問題がブラウン運動のどのような性質に起因するものかを明らかにすることであった．

具体的には、以下の問題を考察し、解決することであった．

(1) 安定過程の最大値過程による処罰問題を考察し、それを解決する．また、最大値過程による処罰問題を支配するシグマ有限測度を構成する．

(2) Najnudel-Roynette-Yor (2008) による二次元ブラウン運動に対する処罰問題の一般化として、安定成分過程 (stable component) に対する処罰問題を考察し、解決を目指す．

(3) 安定過程及び拡散過程の新しい重み汎関数に対する処罰問題を考察する．特に滞在時間に関連した重み汎関数による処罰問題を考察する．

(4) 極限測度を特徴付けるマルチンゲールの性質を明らかにし、処罰問題を重み汎関数

によって分類する．更に Skorokhod 埋め込み問題の一般化を考察する．

3. 研究の方法

本研究は、文献調査と関連研究者との研究打ち合わせによって進められた．

(1) 安定過程の最大値過程による処罰問題は、矢野(孝)氏, Yor 氏, Bertoin 氏, Chaumont 氏との研究打ち合わせを通して進められた．

また、以下のセミナー講演を通して、研究交流を図った：

(1-a) 矢野裕子, 安定レヴィ過程の最大値処罰問題, 京大確率論セミナー, 2010年6月23日, 30日, 7月7日, 京都大学.

(1-b) Yuko Yano, Supremum penalisation of a stable Levy process, Groupe de travail d'analyse et probabilites, 2010年2月17日, Universite d'Angers.

(1-c) Yuko Yano, Supremum penalisation of a stable Levy process, Groupe de travail ``Processus Stochastiques, Matrices Aleatoires, 2009年9月18日, Universites Pierre et Marie Curie et Denis Diderot.

(1-d) 矢野裕子, 安定過程の最大値過程による処罰問題, 阪大確率論セミナー, 2009年7月14日, 大阪大学.

(1-e) 矢野裕子, Penalisation of a stable Levy path, 立命館大解析セミナー, 2009年6月9日, 立命館大学.

(2) 多次元化の問題では, Najnudel 氏, Yor 氏, 矢野氏との研究打ち合わせを行った．

(3) 滞在時間に対する処罰問題に関連して, 拡散過程の滞在時間分布に関する研究を行った．フラクタル上の拡散過程の片側滞在時間分布について考察し, 梶野氏, 熊谷氏, Kwasnicki 氏, 渡辺氏をはじめ, 重川氏, 日野氏, 木上氏, Barlow 氏, Yor 氏らとの研究打ち合わせを行った．

また、以下のセミナー講演を行い、研究交流を図った：

(3-a) 矢野裕子, フラクタル上の拡散過程の片側滞在時間分布について, 九州確率論セミナー, 2011年2月4日, 九州大学.

(3-b) 矢野裕子, マルチレイ上の拡散過程の滞在時間同時分布, 京大確率論セミナー, 2011年1月12日, 京都大学.

(3-c) 矢野裕子, Sierpinski gasket 上のブラウン運動の片側滞在時間分布について, 京大確率論セミナー (京都大学), 2010年11月24日, 12月8日, 京都大学.

(3-d) Yuko Yano, On the law of the occupation time for Brownian motion on the Sierpinski gasket, Groupe de travail d'analyse et probabilites, 2010年11月3日, Universite d'Angers.

(4) 極限測度の特徴付けるマルチンゲールに関する研究では, 矢野氏, Yor氏, 赤堀氏との研究打ち合わせを行った.

4. 研究成果

本研究の研究成果は以下の通りである.

(1-1) 矢野氏, Yor氏との共同研究において, 安定過程の最大値過程による処罰問題を考察し, 安定過程の自己相似性を用いてこの問題を部分的に解決した. このために, 一般化された Azema-Yor マルチンゲールを導入した. ブラウン運動においてはレヴィの定理が成立し, 最大値過程と局所時間過程との同分布性から最大値処罰問題と局所時間処罰問題とは等価である. しかしながら, 安定過程の処罰問題においてこの等価性は成り立たず, 全く異なるアイデアを必要とする. 研究代表者らは Silverstein による反射過程に対する調和関数の理論を駆使することにより, 問題が解決できることを見出した.

(5. 主な発表論文等の〔雑誌論文〕の1.)

(1-2) 安定過程の最大値過程による処罰問題を支配するシグマ有限測度について考察し, Chaumont によるレヴィ過程の調和変換過程を用いてその構成に成功した. 最大値過程による処罰問題は, 先行結果の矢野-研究代表者-Yor (2009) による原点局所時間及びカット消滅型汎関数に対する処罰問題とは本質的に異なり, 新しく得られたシグマ有限測度は, 矢野-研究代表者-Yor によって得られたシグマ有限測度と互いに特異である. このことは, 前者のシグマ有限測度の下では時間無限大で原点を跨いで振動しながら発散していくのに対し, 後者のシグマ有限測度の下ではある時刻以降は原点を跨ぐことなく負の無限大に発散していく, ということに起因している. 以上のことを周遊理論によって説明した. またその証明のために, レヴィ過程の経路積分公式を導出した.

(現在論文を投稿中:

Yuko Yano, A remarkable sigma-finite measure unifying supremum penalizations for a stable Levy process.)

(3-1) 梶野氏, 熊谷氏, Kwasnicki氏, 渡辺氏との共同研究において, フラクタル上の拡散過程の片側滞在時間分布について考察し, 矢野-研究代表者-渡辺 (2005) を応用することによって分布密度関数の端点における漸近挙動を決定した. フラクタル図形は一般に2次元以上の空間に実現された1より大きい幾何学的次元を持つ図形であるが, その上の拡散過程の滞在時間分布が一次元拡散過程に対するそれに帰着するというアイデアは画期的なものであった. また, 漸近挙動はベッセル過程に対するそれと類似しており, 指数についてベッセル過程の次元をフラクタル図形のスペクトル次元に置き換えて成立していることを明らかにした.

(現在論文を投稿準備中:

Naotaka Kajino, Takashi Kumagai, Mateuz Kwasnicki, Shinzo Watanabe and Yuko Yano, Asymptotic behavior of the law of the occupation time for Brownian motion and random walk on fractals.)

(3-2) (3-1) の結果の拡張として, マルチレイ上の拡散過程の滞在時間同時分布を考察し, 一般化されたウィリアムズ公式及び二重ラプラス変換公式を得た. 更に原点局所時間とその逆過程の分布密度関数による滞在時間同時分布密度の表現公式を得た. 先行研究として Barlow-Pitman-Yor によるマルチレイベッセル過程に対する結果があるが, この結果がベッセル過程の特殊性によるものなのかどうかは明らかでなかった. 研究代表者は一般のマルチレイ拡散過程について完全に一般的な密度公式を得ることに成功した.

(現在論文を投稿準備中:

Yuko Yano, On the joint law of the occupation times for a diffusion process on multi-ray.)

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 3 件)

1. 藤田岳彦, 矢野裕子, Special values of the Hurwitz zeta function via generalized Cauchy variables, 統計数理研究所共同研究リポート 262 無限分解可能過程に関する諸問題 (15) (2011年2月 統計数理研究所), 62--69. (査読なし)

2. Kouji Yano, Yuko Yano and Marc Yor, Penalisation of a stable Levy process involving its one-sided supremum, Ann. Inst. H. Poincare Probab. Statist., 46, no. 4, 1042--1054, 2010. (査読あり)

3. 矢野裕子, 安定レヴィ過程の最大値処罰問題, 統計数理研究所共同研究リポート 247 無限分解可能過程に関する諸問題 (14) (2010年2月 統計数理研究所), 106--118. (査読なし)

[学会発表] (計 9 件)

1. 矢野裕子, フラクタル上のブラウン運動の片側滞在時間分布について, 日本数学会年会統計数学分科会, 2011年3月20日, 早稲田大学.

2. 矢野裕子, フラクタル上の拡散過程の片側滞在時間分布について, Workshop フラクタルの数学的諸相, 2011年2月22日, かんぽの宿山代. (招待講演)

3. 矢野裕子, Sierpinski gasket 上のブラウン運動の片側滞在時間について, 確率論シンポジウム, 2010年12月21日, 京都大学.

4. 矢野裕子, Penalisation of a stable Levy process involving its one-sided supremum, 34th Conference on Stochastic Processes and Their Applications, 2010年9月7日, 千里ライフサイエンスセンター. (ポスター発表)

5. 矢野裕子, Sierpinski gasket 上のブラウン運動の片側滞在時間について, 研究会「数理解析の諸相」, 2010年8月9日, 山形大学.

6. 矢野裕子, 安定レヴィ過程の最大値処罰問題を支配するシグマ有限測度について, 日本数学会年会統計数学分科会, 2010年3月24日, 慶應義塾大学.

7. 矢野裕子, 安定レヴィ過程の処罰問題に関連するシグマ有限測度について, 確率論シンポジウム, 2009年12月17日, 愛媛大学.

8. 矢野裕子, 安定レヴィ過程の処罰問題について (II), 統計数理研究所共同研究集会「無限分解可能過程に関する諸問題」, 2009年11月21日, 統計数理研究所.

9. 矢野裕子, 安定過程の最大値過程による処罰問題, マルコフ過程と確率解析, 2009年10月11日, 岡山大学. (招待講演)

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年月日:
国内外の別:

○取得状況 (計 0 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
取得年月日:
国内外の別:
[その他]
ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者
矢野 裕子 (YANO, Yuko)
京都大学・大学院理学研究科・助教
研究者番号: 10337462

(2) 研究分担者
なし

(3) 連携研究者
なし