

機関番号：17601

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2009 ～ 2010

課題番号：21740079

研究課題名（和文）移動境界の数値的追跡法，そして界面運動の数理解析に関する研究

研究課題名（英文）Research on numerical tracking methods for moving boundary and mathematical analysis of interface motion

研究代表者

矢崎 成俊 (YAZAKI SHIGETOSHI)

宮崎大学・工学部・准教授

研究者番号：00323874

研究成果の概要（和文）：界面運動を数学的・数値的に「理解」することが研究主題であり，そのため『数学解析技術の発展』と『移動境界の数値的追跡法の開発』が当初の研究目的であった．研究成果のあがった主たるキーワードを列挙すると，以下のようになる．

- (1) クリスタイン曲率流の一般論の構築
- (2) 移動境界追跡法の，特に性質保存型スキームの開発
- (3) 負結晶成長モデルの発展的研究
- (4) 時間依存隙間をもつHele-Shaw流れの数値計算
- (5) 縦置きHele-Shawセル中を上昇する泡運動の数値計算
- (6) 非局所的Allen-Cahn方程式を用いた非等方的面積保存曲率流の研究

研究成果の概要（英文）：Main theme of our research is to understand interface motion by means of mathematical analysis and numerical computation. Our aim was development of technique of mathematical analysis and numerical tracking method of moving boundary. The followings are research keywords which we studied in this research period.

- (1) Construction of general theory for crystalline curvature flows
- (2) Development of tracking method for moving boundary, especially for preserving property scheme
- (3) Advanced research for negative crystal growth model
- (4) Numerical computation for Hele-Shaw flow with time-dependent gap
- (5) Numerical computation for arising bubble in the Hele-Shaw cell
- (6) Research for anisotropic area-preserving curvature flow by means of nonlocal Allen-Cahn equation

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	1,600,000	480,000	2,080,000
2010年度	1,400,000	420,000	1,820,000
年度			
年度			
年度			
総計	3,000,000	900,000	3,900,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・数学一般（応用数学）

キーワード：クリスタライン曲率流, 移動境界問題の数値解法, 折れ線曲率流, 負結晶成長, ヘレ・ショウセル, 非局所的アレン・カーン方程式, 泡運動, 勾配流

1. 研究開始当初の背景

異なる媒質間を隔てる境界面が時間と共に変形・移動する問題の解析, 即ち, 界面運動を数学的・数値的に「理解」することが背景である.

2. 研究の目的

研究の背景・動機を達成するための『数学解析技術の発展』と『移動境界の数値的追跡法の開発』が研究の目的である.

3. 研究の方法

界面運動を「理解」するために「数学解析」「コンピュータ支援解析」「モデリング」「物理実験」による総合的多角的視野から研究するという包括的な手法を取っている.

2009年度の研究方法を, 研究成果の概要番号に合わせて, 下記に列記する.

(1) 至る所クリスタライン曲率が非負である非許容曲線の漸近挙動を解析する. また, 爆発問題に対しては, 以前に提出した数値的予想を解明する.

(2) 国際会議Equadiff 07で発表した内容に加え, 古典解の存在性の証明を完了する. また, それと並行してWillmore流, 表面拡散流, 弾性棒の変形流などに, 我々の数値スキームを適用し, 数値実験を行う.

Willmore流, 表面拡散流, 弾性棒の変形流など, 曲率の導関数が変形速度に依存している曲率流に着目し, その折れ線版, 即ち曲率の微分に対応する差分をどのように設定することが合理的なのかを数学的に自然な形で導出する.

(3) (1)の面積保存版, すなわち面積保存クリスタライン曲率流の漸近挙動を詳細に研究し, 既存の結果を含めた総括を行う. 中谷宇吉郎博士の負結晶の物理的考察の数学的裏付けをする.

(4) 2009年度は, 類似の課題(5)に集中する

(5) Hele-Shaw近似モデルにおいて, 等速上昇する解の存在性を, 全領域の場合から始め, 次に有界領域の場合を研究する. また, (2)の方法と代用電荷法を組み合わせたスキームを構築する.

(6) 反復法をベースとした現行の方法と(2)の方法を比較し, 国際会議Czech-Japanese Seminar in Appl. Math. 2008で発表された研究を総括する.

2010年度の研究方法を, 研究成果の概要番号に合わせて, 下記に列記する.

(1) 爆発問題, 特にタイプII型の爆発に関する理論的証明の整備する.

(2) 曲率調整型移動境界追跡法の発展型として, 性質を保存するスキームを開発する.

(3) 面積保存のクリスタライン曲率流を応用したモデルの整備と, 中谷宇吉郎博士の負結晶の物理的考察の数学的裏付けをする.

(4) 時間依存隙間をもつHele-Shaw流れの数値計算の理論的な解析をする.

(5) (4)のスキームの応用や(2)の方法と代用電荷法を組み合わせたスキームなど複数のスキームを構築する.

(6) 反復法をベースとした現行の方法と(2)の方法を比較研究する.

4. 研究成果

現時点では個別の問題の解決を目指しているが, やがて確立していくであろう, 3. 研究の方法の冒頭で述べた解析手法を統合・敷衍することにより, 界面運動全般の理解へと繋がるということが十分に予想される. そし

て、このような研究姿勢は数学・数理科学を牽引するために必要であると確信している。

2009年度の研究成果を、研究成果の概要番号に合わせて、下記に列記する。

- (1) 爆発現象、特に爆発のオーダーについて得られた結果を集約している。
- (2) クリスタライン曲率流の数値的安定性のからくりを利用した曲率調整型の移動境界追跡法を開発したが、現在までに、保存量や減少量など、方程式のもつ性質を保存するスキームを開発中である。
- (3) 性質保存型の半離散移動境界問題としてクリスタライン曲率流をある意味で拡張した折れ線曲率流を提案した。
- (4) 負結晶（空像，蒸気像）の素朴なモデルとして面積保存クリスタライン曲率流を提案し、現在、その挙動の数学的結果を集約している。
- (5) 隙間が時間依存する横置き Hele-Shaw セルの数値計算を境界要素法と(2)で開発した移動境界追跡法を組み合わせを行い、良好な結果が得られた。現在、この方法を縦置き Hele-Shaw セル中を上昇する泡運動のモデルに適用できるか研究中である。
- (6) 非局所的 Allen-Cahn 方程式を用いた非等方的面積保存曲率流の研究を遂行した。このスキームは非等方性がクリスタライン的に非常に強い場合にも対応ができるものである。現在、このスキームが性質保存できるように改良中である。

2010年度の研究成果を、研究成果の概要番号に合わせて、下記に列記する。

- (1) 爆発問題、特にタイプ II 型の爆発に関する理論的証明を整備する計画であったが、まだ証明の整備はできていない。
- (2) 曲率調整型移動境界追跡法は当初の計画以上に進化・発展している。それに並行して、性質を保存するスキームを開発し、現在まとめている段階である。
- (3) 面積保存のクリスタライン曲率流を応用したモデルの整備と、中谷吉郎博士の負結晶の物理的考察の数学的裏付けについては、数学的な成果を得たので、現在まとめている段階である。
- (4) 時間依存隙間をもつ Hele-Shaw 流れの数値計算は良好になされた。
- (5) (2)や(4)が決定的に解決された後に取り組む計画であったので、進展はあまり見られなかった。
- (6) 反復法をベースにした現在の方法と(2)の比較研究については現在進行中である。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計2件)

(1) M. Beneš, S. Yazaki and M. Kimura, "Computational studies of non-local anisotropic Allen-Cahn equation", *Mathematica Bohemica* (to appear).

(2) M. Beneš, M. Kimura and S. Yazaki, "Second order numerical scheme for motion of polygonal curves with constant area speed", *Interfaces and Free Boundaries* **11** (4) (2009) 515--536.

[学会発表](計1件)

矢崎成俊,
''曲率流方程式の数値計算について'',
日本数学会 2009 年度秋季総合分科会 (応用
数学分科会),
大阪大学豊中キャンパス (2009.9.27).

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況 (計 0 件)

名称 :
発明者 :
権利者 :
種類 :
番号 :
出願年月日 :
国内外の別 :

取得状況 (計 0 件)

名称 :
発明者 :
権利者 :
種類 :
番号 :
取得年月日 :
国内外の別 :

〔その他〕

ホームページ等

<http://www.cc.miyazaki-u.ac.jp/yazaki>

6 . 研究組織

(1)研究代表者

矢崎 成俊(YAZAKI SHIGETOSHI)
宮崎大学・工学部・准教授
研究者番号 : 00323874

(2)研究分担者
()

研究者番号 :

(3)連携研究者
()

研究者番号 :