

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 24 年 6 月 13 日現在

機関番号：32629

研究種目：若手(B)

研究期間：2009～2011

課題番号：21740083

研究課題名（和文）統計的離散分布理論とその応用に関する研究

研究課題名（英文）Discrete distribution theory with its statistical applications

研究代表者

井上 潔司 (INOUE KIYOSHI)

成蹊大学・経済学部・准教授

研究者番号：10384653

研究成果の概要（和文）：私は3件の研究課題「グラフ上の離散分布論」、「可換試行列上での離散パターン分布論」、「離散分布間の双対関係」について取組んだ。応用上重要である離散分布族の厳密な導出方法の提案を行い、いくつかのアルゴリズムを開発し、数値計算結果とともにその有用性を例証した。さらには、工学的な応用問題解決へとつなげた。これらの結果は専門誌上に6本の論文として発表し、日本数学会・統計関連学会連合大会で5回の研究発表を行った。

研究成果の概要（英文）：I considered the three topics: 「Discrete distribution theory on graphs」, 「Distribution theory of discrete patterns in exchangeable sequences」, 「On dual relationships between discrete distributions」. I proposed the methods and algorithm for deriving the probability distribution exactly. The illustrative examples are also given in order to demonstrate the feasibility of the methods and algorithm. Furthermore, I presented these results at five conferences and I published six papers on the above topics.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	1,100,000	330,000	1,430,000
2010年度	600,000	180,000	780,000
2011年度	1,100,000	330,000	1,430,000
年度			
年度			
総計	2,800,000	840,000	3,640,000

研究分野：数物系化学

科研費の分科・細目：数学一般(含確率論・統計数学)

キーワード：統計数学

1. 研究開始当初の背景

私の研究課題である「統計的離散分布論」は1980年代に入り、信頼性工学やDNA配列解析といった応用分野との関わりが指摘され、古典的組合せの方法を用いて線形試行列上での厳密分布の研究が行われた。1990年代に入り、Sobel(1990)による「確率母関数の方法」やFu, Koutras(1994)による「マルコ

フ連鎖埋め込み法」が提案され、理論面での大きな発展が見受けられた。このことが応用面にも大きな影響を与え、理論と応用が相互作用し、また、計算機性能の向上も伴い急速に発展した分野である。

2. 研究の目的

私は統計的離散分布論の理論構築とその応用を意図した研究に携わっている。応用分野と密接に関わり、重要であるにもかかわらず、理論的に未熟で方法論も未整備である分野において、新たなモデルの提案とその解析方法の確立を意識して研究をすすめてきた。また、周辺の応用分野において活躍する研究者達と継続的にコミュニケーションをとりながら、研究の進展が待たれる分野の開拓を行い、複合分野の活性化に理論・応用面から貢献してきた。

3. 研究の方法

応用分野と密接に関わり、発展が待たれる重要な分野において確率モデルの提案および、方法論の確立を目指した。ここでは、確率母関数を未知関数とする漸化式系を解析し、厳密な確率分布の導出方法提案を行うが、この場合、漸化式系が非線形かつ大規模なものとなり、数式処理の利用が不可欠であるため、数式処理を用いた漸化式系の自動生成、および、解析システム構築までを行った。また、確率母関数を用いた方法論は、計算機(特に数式処理)との相性が良いことに着目し、理論結果が効率のよいアルゴリズムにつながることを意識して研究を行った。ここでは、数学・統計理論、数式処理、計算機実験、数値解析といった手法を総合する形で進めることを念頭に置き、計算機上で解析可能な理論結果の導出を目標とした。確立した方法論と計算機を用いたアルゴリズムの研究を接近させ、数式処理システムを用いた効率よい解析システム構築を行った。

4. 研究成果

3年間の研究助成期間(2009~2011)に取り組んだ研究課題は大別すると次の3つである。

(1) グラフ上の離散分布論

グラフ上に離散分布論を展開することを意識した。まずは、工学的諸問題と深く関わっているモデルとして、有効木の上での理論構築を考え、モデルの提案から始めた。

2つの値“0(失敗)”と“1(成功)”をとる確率変数が有向木上の頂点に配置されているものとする。ただし、方向は根から離れていく向きに与えられているものとし、確率変数が高次 Markov 依存性をもつと仮定する。この有向木上における長さ k の成功連の数の分布を3通りの異なる数え方(non-overlap counting, overlapping counting, at least counting)に基づいて考察し、さらには、3種類の走査型統計量に研究範囲を広げた。条件付確率母関数を用いて、厳密分布の導出方法を提案するとともに、確率母関数を導出す

るアルゴリズムも与えた。これらの結果をもとに、信頼性工学における重要なシステムである consecutive-k-out-of-n:F system と k-within-consecutive-w-out-of-n:F system の信頼度を正確に導出することが可能となった。

これらの研究成果を国際的専門誌に2本の論文(〔雑誌論文〕①, ⑥)として公表し、統計関連学会(〔学会発表〕④)および、日本数学会(〔学会発表〕③)で講演を行った。

(2) 可換試行列上での離散パターンの分布論

様々なタイプの可換試行列に基づいて、離散分布論の理論構築を目指した。単純パターンの待ち時間分布、および、単純パターンの数の分布問題に取り組んだ。ここでは、de Finetti の定理の拡張という観点からはじめ、パターンの厳密分布の導出方法を提案した。また、i. i. d. 試行列上における単純パターンの分布との関係を条件付分布を通して明らかにすることで、厳密分布の新たな導出方法提案へとつなげた。さらには、様々なタイプの母数推定問題についても考察した。ここでの結果は、信頼性工学における重要なシステムである stress strength model の信頼度の正確な導出を可能なものとした。

これらの研究成果を国際的専門誌に2本の論文(〔雑誌論文〕③, ④)として公表し、日本数学会(〔学会発表〕①)で講演を行った。

(3) 離散分布間の双対関係

パターンに関する重要な2つの確率分布族(パターンの生起数の分布とパターンの待ち時間分布)を考察した。この2分布族間に存在する双対構造を母関数の観点から明らかにした。母関数を通して、両分布間の関係を明瞭に捉えることができ、一方をもう一方の逆分布としてその母関数を陽な形で表現することが可能なものとなった。結果として厳密に考察可能な分布族の幅を拡大することができた。さらには、特に最近重要度が増しており、活発に研究されている走査型統計量、パターンマッチング、信頼性工学、品質管理といった研究分野への応用可能性についても見通しが立った。

これらの研究成果を国際的専門誌に2本の論文(〔雑誌論文〕②, ⑤)として公表し、日本数学会(〔学会発表〕②, ⑤)で講演を行った。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計6件)

- ① Inoue, K., Aki, S. and Balakrishnan, N. (2011). Generating functions of

waiting times and numbers of visits for random walks on graphs, Methodology and Computing in Applied Probability, to appear, 査読有.

- ② Inoue, K. and Aki, S. (2011). Bivariate Fibonacci polynomials of order k with statistical applications, Annals of the Institute of Statistical Mathematics, Vol. 63, 197-210, 査読有.
- ③ Inoue, K., Aki, S. and Hirano, K. (2011). Distributions of simple patterns in some kinds of exchangeable sequence, Journal of Statistical Planning and Inference, Vol. 141, 2532-2544, 査読有.
- ④ Inoue, K. and Aki, S. (2010). On the conditional and unconditional distributions of the number of success runs on a circle with applications, Statistics and Probability Letters, Vol. 80, 874-885, 査読有.
- ⑤ Inoue, K. and Aki, S. (2009). On waiting time distributions associated with compound patterns in a sequence of multi-state trials, Annals of the Institute of Statistical Mathematics, Vol. 61, 499-516, 査読有.
- ⑥ Inoue, K. and Aki, S. (2009). Distributions of runs and scans on higher order Markov trees, Communications in Statistics - Theory and Methods, Vol. 38(5), 621-641, 査読有.

[学会発表] (計5件)

- ① 井上潔司, 安芸重雄 「可換試行列上の連の分布」日本数学 2011 年度春季総合分科会 統計数学分科会, 2011 年 3 月 22 日, 早稲田大学
- ② 井上潔司, 安芸重雄 「連, スキャン, パターンの分布理論とその応用」日本数学会 2010 年度秋季総合分科会 統計数学分科会 特別講演, 2010 年 9 月 24 日, 名古屋大学
- ③ 井上潔司, 安芸重雄 「Scans on a directed trees」日本数学会 2010 年度春季総合分科会 統計数学分科会, 2010 年 3 月 26 日, 慶応大学

④ 井上潔司, 安芸重雄 「有向木上の連の分布」2009 年度統計関連学会 連合大会, 2009 年 9 月 9 日, 同志社大学

⑤ 井上潔司, 安芸重雄 「一般化された誕生日問題」日本数学会 2009 年度春季総合分科会 統計数学分科会, 2009 年 3 月 27 日, 東京大学

[図書] (計0件)

[産業財産権]

○出願状況 (計0件)

○取得状況 (計0件)

[その他]

ホームページ等

<http://sun.econ.seikei.ac.jp/~kinoue/>

6. 研究組織

研究代表者

井上 潔司 (INOUE KIYOSHI)

成蹊大学・経済学部・准教授

研究者番号: 10384653