

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 24 年 5 月 10 日現在

機関番号：12601

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2009～2011

課題番号：21740102

研究課題名（和文）非線型分散型偏微分方程式の解の漸近的性質に関する研究

研究課題名（英文）Asymptotic properties of solutions to nonlinear dispersive partial differential equations

研究代表者

下村 明洋（SHIMOMURA AKIHIRO）

東京大学・大学院数理科学研究科・准教授

研究者番号：00365066

研究成果の概要（和文）：本研究課題では、長距離型非線型消散項を伴うシュレディンガー方程式の解の長時間挙動（時間減衰評価や漸近形）、長距離型ポテンシャルを伴うハートリー・フォック型方程式の解の時間減衰評価、空間 2 次元に於けるディラック・クライン・ゴルドン方程式系の解の長時間挙動等について研究した。

研究成果の概要（英文）：I studied the large time behavior of solutions to the Schrödinger equation with long-range nonlinear dissipation, the time decay estimate of solutions to the Hartree-Fock type equation with a long-range potential and the large time behavior of solutions to the Dirac-Klein-Gordon system in two space dimensions.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2009 年度	700,000	210,000	910,000
2010 年度	700,000	210,000	910,000
2011 年度	700,000	210,000	910,000
年度			
年度			
総計	2,100,000	630,000	2,730,000

研究分野：微分方程式

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：解析学，偏微分方程式，関数解析

1. 研究開始当初の背景

非線型分散型及び双曲型偏微分方程式の分散性大域解について、十分時間が経過しても非線型項の影響が無視出来ない場合（この時、非線型項は長距離型と呼ばれる）にその長時間挙動を調べる事は、対応する線型方程式の性質だけでなく非線型性の影響を詳しく調べなければならない為、大変興味深い研究分野である。本研究課題では、その様な分野の研究に取り組もうとした。

2. 研究の目的

「長距離型」や「長距離型に準ずる」様な非線型項を持つ分散型及び双曲型偏微分方程式について、非線型項の構造が解の長時間挙動にどのような影響するのかを研究しようとした。例えば、非線型シュレディンガー方程式に於いて、非線型項が消散性を持つ場合について、解の時間減衰や時刻無限大での漸近形がどのようなのかを研究するのを研究目的の一つとした。又、非線型双曲型方程式に対する normal form の方法の応用も目的の一つとした。

3. 研究の方法

本研究課題では、数名の研究者と共同研究を行なった。近い分野の研究者と研究連絡（情報収集や情報提供）も行った。得られた研究成果は、学術雑誌（査読有）に公表した。研究集会、セミナーや学会等での講演も行った。又、研究集会やセミナー等に参加して講演を聴く等して視野を広げる様に努めた。

4. 研究成果

本研究課題では、非線型分散型及び双曲型偏微分方程式の分散性大域解について、非線型項が「長距離型の場合」や「長距離型に近い場合」にその長時間挙動を研究した。例えば、冪乗型非線型項を持つシュレディンガー方程式に対しては、空間次元が n の時には冪の指数が $1+2/n$ の場合に長距離型と短距離型の境目に相当する。このような場合には、冪の指数だけでなく非線型項の代数的な構造も解の長時間挙動に影響を与える。主な研究成果をもう少し具体的に手短かに述べると、以下の通りである。

(1) 非線型双曲型方程式の連立系であるディラック・クライン・ゴルドン系は2次の非線型項を持ち、空間2次元の場合に長距離型と短距離型の丁度境目に相当する。この方程式系に対して、normal formの方法を応用し、質量が共鳴条件を満たさない場合に、小さい初期値に対して、時刻無限大で漸近自由となる時間大域解が一意に存在する事を証明した（池田正弘氏と砂川秀明氏との共同研究）。

(2) 遠方でクーロンポテンシャルよりも緩やかに減衰する長距離型ポテンシャルを伴うハートリー・フォック型方程式について、小さい初期値に対する解の時間減衰評価を求めた。

(3) 空間1次元で長距離型の冪乗型非線型消散項 $\lambda |u|^{p-1}u$ ($p \leq 3$, λ は虚部が負の複素定数) を伴うシュレディンガー方程式について、「非線型項の消散性が強い」という或る条件下で、初期データの小ささを仮定せずに解の時間減衰評価とその漸近形を求めた。長距離型非線型消散項の影響により、解は自由シュレディンガー方程式の解よりも速く減衰する事が分かった（北直泰氏との共同研究）。

5. 主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計3件）

- ① Masahiro Ikeda, Akihiro Shimomura and Hideaki Sunagawa, “A remark on the algebraic normal form method applied to the Dirac-Klein-Gordon system in two space dimensions”, 数理解析研究所講究録 別冊（掲載確定）, 査読有.
- ② Akihiro Shimomura, “Dispersive global solutions to the time-dependent Hartree-Fock type equation with a long-range potential”, Journal of Mathematical Sciences, The University of Tokyo, 16 巻 pp.239-267, 2009 年, 査読有.
- ③ Naoyasu Kita and Akihiro Shimomura, “Large time behavior of solutions to Schrödinger equations with a dissipative nonlinearity for arbitrarily large initial data”, Journal of the Mathematical Society of Japan, 61 巻, pp.39-64, 2009 年, 査読有.

〔学会発表〕（計7件）

- ① 下村明洋, 「非線型分散型発展方程式について」, 数理解析講義会, 2011 年 11 月 25 日, 東京大学.
- ② 下村明洋, 「シュワルツ超関数とその周辺」, 第四回 数理情報科学コロキウム@秋葉原, 2010 年 5 月 29 日, 首都大学東京（秋葉原サテライトキャンパス）.
- ③ 下村明洋, 「非線型消散項を伴うシュレディンガー方程式の任意の大きさの初期データに対する解の漸近挙動」（北直泰氏との共同研究）, スペクトル理論セミナー, 2009 年 12 月 12 日, 学習院大学.
- ④ Akihiro Shimomura, “Large time behavior of solutions to Schrödinger equations with nonlinear dissipation for arbitrarily large initial data”（北直泰氏との共同研究）, 研究集会「非線形分散型方程式・波動方程式の初期値問題の適切性と散乱理論」, 2009 年 11 月 23 日, 北海道大学.
- ⑤ 下村明洋, 「長距離型ポテンシャルを伴う Hartree-Fock 方程式の解の分散性について」, 微分方程式セミナー, 2009 年 6 月 26 日, 大阪大学.

- ⑥ 下村明洋,
「非線型消散項を伴うシュレディンガー
方程式の任意の大きさの初期データに対
する解の漸近挙動」(北直泰氏との共同研
究),
神楽坂解析セミナー, 2009年5月23日,
東京理科大学.
- ⑦ 下村明洋,
「非線型消散項を伴うシュレディンガー
方程式の任意の大きさの初期データに対
する解の漸近挙動」(北直泰氏との共同研
究),
解析学火曜セミナー, 2009年4月28日,
東京大学.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

下村 明洋 (SHIMOMURA AKIHIRO)
東京大学・大学院数理科学研究科・准教授
研究者番号: 00365066

(2) 研究分担者 なし

(3) 連携研究者 なし