

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年 6月15日現在

機関番号：12611

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2009～2011

課題番号：21740289

研究課題名（和文）

1次元量子スピン系におけるスピンドイナミクスと輸送現象の外場による制御

研究課題名（英文）

Control of spin dynamics and quantum transport by periodic driving in one-dimensional quantum spin systems

研究代表者

工藤 和恵 (KUDO KAZUE)

お茶の水女子大学・お茶大アカデミック・プロダクション・特任助教

研究者番号：30505574

研究成果の概要（和文）：1次元量子スピン系に時間周期的な外場を加えた場合の量子ダイナミクスを数値的および理論的な研究を行った。特に、空間周期性を持つ系に時間周期的な外場を加えることで、量子ダイナミクスを制御する方法を解析した。量子古典対応を利用した理論解析を示し、現象を直観的に理解する手法を提案した。また、エネルギー分散から実効的な群速度を求めることで、実験的に観察された量子波束の運動を説明できることを明らかにした。

研究成果の概要（英文）：We have investigated numerically and theoretically the quantum dynamics in one-dimensional quantum systems driven by time-periodic external fields. Our focus is on the control of quantum dynamics in a spatially periodic system driven by a time-periodic field. Our theoretical analysis based on quantum-classical correspondence provides an intuitive way to understand the quantum transport phenomenon. We have demonstrated that the effective group velocity, which is calculated from energy dispersion, well explains the wave-packet dynamics that was observed in experiments.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2010年度	700,000	210,000	910,000
2011年度	700,000	210,000	910,000
総計	2,400,000	720,000	3,120,000

研究分野：物性基礎論

科研費の分科・細目：物理学・数理物理・物性基礎

キーワード：量子スピン系、冷却原子系、振動外場、スピンドイナミクス

## 1. 研究開始当初の背景

1次元量子スピン系は、統計物理学、数理物理学の分野をはじめ、近年発展の著しい量子情報の分野でもよく研究されてきた。有限の閉じた量子スピン鎖に振動磁場を加えることで、スピンドイナミクスや輸送現象の振る舞いを制御することができる。

先行研究では、1次元量子ハイゼンベルク模型に振動磁場を加えた模型を用いて量子

ダイナミクスの研究を行った。この模型はスピン  $1/2$  で下向きスピンの1つの場合、相互作用の無い強結合(tight-binding)模型に書き換えることができる。その場合には、この模型に対応する古典写像が存在し、これを用いて描かれた古典相空間断面(ポアンカレ断面)と量子ダイナミクスの振る舞いには非常によい対応関係が見られる。

研究動向としては、線形応答の範囲を超え

て、熱平衡から大きく離れた系を扱う研究が盛んになってきており、本研究はそのような研究分野の発展に貢献するものである。

## 2. 研究の目的

### (1) 1粒子系から2粒子系への拡張

先行研究では下向きスピンのみが1つの場合(いわば1粒子系)のみを考えてきた。これを下向きスピンのみが2つの場合(2粒子系)に拡張する。

### (2) 量子古典対応の解明

2粒子系に拡張すると、1粒子系では考慮する必要のなかった下向きスピン同士の相互作用が重要になる。また、明確だった量子系と古典系の対応も、自明ではなく、非常に複雑なものとなる。本研究では、2粒子系における量子系と古典系の非自明な対応関係の解明を目指す。

### (3) 振動外場による制御

振動磁場のように時間的に連続的に変化する外場を加えた系のダイナミクスは、解析的には取り扱いにくい。また、数値計算にも時間がかかるため、このような系の研究は国内外を問わず非常に少ない。しかし、パルス的な磁場よりも連続的に変化する振動磁場のほうが現実的である。本研究では、主に数値計算を行い、解析的な取り扱いを部分的に取り入れ、量子ダイナミクスを制御する方法を提案することを目指す。

### (4) 量子情報や輸送現象への応用

エンタングルメントやフィデリティなどの量子情報やエネルギー輸送を調べることで、輸送現象の制御の方法や効率的な量子情報伝達の条件などを探求する。

## 3. 研究の方法

主に数値的手法を用い、解析的手法を併用して研究を遂行した。

### (1) 波動関数の時間発展を計算

初期状態の波動関数を用意し、時間依存シュレーディンガー方程式を解くことで時間発展を計算する。

### (2) 確率密度(量子波束)のダイナミクス

波動関数から確率密度が計算できる。これを量子波束と見なして、そのダイナミクスを調べる。量子波束の群速度や散逸に特に着目する。

### (3) 量子情報

エンタングルメント、フィデリティ、コン

カレンスなどの量子情報を計算する。

### (4) 量子古典対応

注目している量子系に対応する古典模型を考案する。これを、量子ダイナミクスの直観的な理解や、その振る舞いの予想に活用する。

### (5) フロケの定理を用いた解析

時間周期的な系では、フロケの定理が適用できる。これを利用することで、量子波束の群速度を解析的に見積もることができる。量子ダイナミクスの予測だけでなく、数値計算により得られた結果の妥当性を検証するのにも利用する。

## 4. 研究成果

### (1) 振動外場を用いた量子輸送の制御

1次元量子スピン系に線形振動磁場を加えたときの量子ダイナミクスや量子輸送を制御する例を、数値計算によって示した。また、系の時間周期性から、フロケの定理を利用して理論的にそれを説明した。

下向きスピンのみが1つ(他は全て上向きスピン)の場合に、振幅が比較的大きい振動磁場を加えフィデリティを調べると、ほとんどの場合時間とともに減少するが、ある条件を満たす振動数のときに減少せずに値が保たれる。すなわち、時間が経過しても初期状態が保たれる。その条件はフロケの定理から導出することができ、数値計算と一致することが確認できた。下向きスピンのみが2つで、かつ束縛状態にある場合は、その条件が変化したが、これもフロケの定理から導出され、数値計算により確認することができた(図1)。

振幅がそれほど大きくない場合は、量子波束(下向きスピンの存在確率密度)に注目すると、量子輸送の制御を効率よく行うことができる。下向きスピンのみが1つの場合には、簡単に対応する古典系のハミルトニアンを考慮することができる。それを基に、1粒子の古典の運動方程式を導出し、振動外場の1周期あたりの粒子の平均速度を見積もった。実際に下向きスピンのみが1つの場合で量子スピン系の数値計算を行うと、量子波束は見積もら

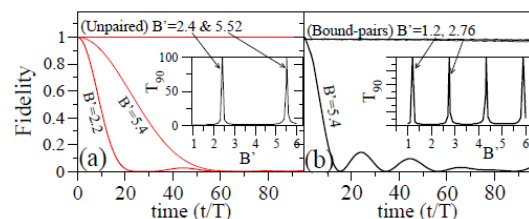


図1 フィデリティの時間変化:(a) 下向きスピン1つに対応。(b) 束縛状態の下向きスピンペアに対応。[発表論文: 雑誌論文②]

れた平均速度とほぼ同じ速度で、小さく振動しながら並進する様子が確認できた。量子古典対応から見積もった粒子の速度は、振動外場の振幅や振動数に依存するため、振動外場を調節すれば、量子波束のダイナミクスを制御することができる。実際に、数値計算によって、振動外場の振幅を変化させることで量子波束の並進の進行方向やスピードを制御できることを示した。

このような、量子古典対応を用いた解析は、計算時間のかかる量子ダイナミクスを予想するのに便利であるだけでなく、直観的に量子系のダイナミクスを理解するのも役立つ。

## (2) 量子波束の振り分け

下向きスピンの2つの場合にも、同様に量子波束のダイナミクスを制御できる。隣り合う量子スピン間の相互作用のz成分の異方性がある程度大きい場合には、非摂動系の固有状態が散乱状態(性質は下向きスピンの1つの場合と同じ)と束縛状態に分かれる。散乱状態と束縛状態では、エネルギー分散が異なるため、対応する古典系のハミルトニアンも異なる。束縛状態の2つの下向きスピンを1つの粒子とみなした場合の古典の運動方程式からは、1粒子の場合とは異なる速度が見積もられた。

下向きスピンの2つの場合で、初期波束を散乱状態と束縛状態の両方を含むように与えれば、それぞれの状態に対応する速度の違いから、波束が振り分けられることが期待できる。実際に数値計算によって、それを示した(図2)。例えば、図2(a)では、散乱状態の波束が中央付近で局在し、束縛状態の波束が上方へ並進している。(d)は、これが逆転した状況である。(b)では、それぞれがほぼ同じ速さで逆方向に並進している。(c)では、両方が同じ方向へ同じ速度で並進している。

このような、量子波束の振り分けに関する

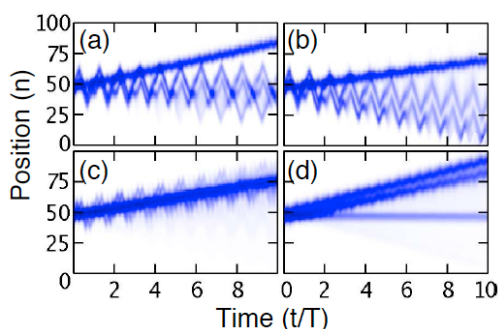


図2 量子スピン波束(2粒子系)のダイナミクス[発表論文:雑誌論文②]。(a)-(d)は、振動外場の強さや振動数を変えたもので、異なる種類の波束の進行方向やスピードを制御できることを示した。

理論は、異なる粒子の混ざった量子波束を振り分けるのに応用できることを期待している。量子1次元系は、光格子中の冷却原子で実験的に実現できる。本研究で行ったことは、同じ種類の粒子の異なる状態の振り分けに対応するが、異なる種類の粒子の振り分けを実現するのが、今後の展望である。

## (3) スーパーブロッホ振動の理論的解析

スーパーブロッホ振動といわれる現象は、最近の実験で初めて観察された現象である。光格子中の冷却原子に静的な線形外場を加え、さらに時間周期的に変化する線形振動外場を off-resonant の振動数で印加した場合に、数十~数百サイトにわたって原子波束が巨大な振動を示すことが、実験的に観察された。静的な外力  $F_0$  と振動外場  $\sin(\omega t + \phi)$  が共鳴条件  $F_0 d = \hbar \omega$  を満たすように加えられたとき( $d$ : 格子定数)、サイト間のトンネル確率  $J$  は、1次のベッセル関数  $J_1(x)$  を用いて実効的に  $J J_1(F_0)$  へと変化する [ $F_0 = Fd / (\hbar \omega)$ ]。スーパーブロッホ振動は、この振動数を少しずらした場合 ( $\omega \rightarrow \omega + \delta$ ) に起こり、その振幅は  $J J_1(F_0)$  に比例し、振動数は  $\delta$  に比例する。実験結果 [E. Haller *et al.*, Phys. Rev. Lett. **104**, 200403 (2010)] は、振動数や振幅に関しては、フロケの理論を利用した従来の理論でよく説明できる。しかし、振動の位相に関しては説明されていなかった。これまでの理論的研究では、その位相に関しては無視されてきたためである。

本研究では、スーパーブロッホ振動の位相に関して、従来の理論に加えるべき補正を提案した。この補正により、原子波束の群速度に  $F_0 \cos \phi - (\phi + \omega/2)$  の位相シフトが現れ、実験データがよく説明できることを示した(図3)。また、ハバード模型を用いた数値計算を行い、スーパーブロッホ振動とその位相シフトを確認した。

振動外場の位相は、実験的には制御するこ

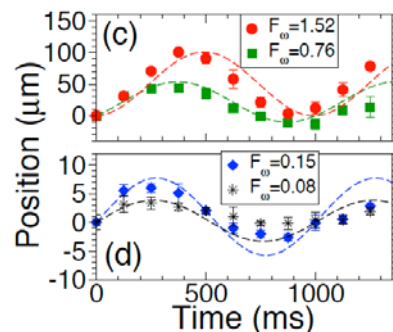


図3 振動外場下での光格子中の冷却原子によるスーパーブロッホ振動[発表論文:雑誌論文①]。実験データ(点とエラーバー)に、理論曲線(破線)がよく合っている。

とが困難であるが無視することはできず、場合によってはダイナミクスの性質を大きく変えてしまう。このような位相の重要性を指摘したという点で、本研究は振動外場によるダイナミクスの制御に関する一連の研究に大きく寄与した。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 3 件)

- ① K. Kudo and T.S. Monteiro, Theoretical analysis of super-Bloch oscillations, Physical Review A, 査読有, Vol. 83, 053627 (2011)
- ② K. Kudo, T. Boness, and T.S. Monteiro, Control of bound-pair transport by periodic driving, Physical Review A, 査読有, Vol. 80, 063409 (2009)

[学会発表] (計 13 件)

- ① Kazue Kudo, “Coherent control of quantum dynamics by periodic driving”, International Workshop on Simulation and Manipulation of Quantum Systems for Information Processing, 2011 年 10 月 17-19 日, Jülich Supercomputing Centre (ユーリッヒ, ドイツ)
- ② Kazue Kudo and T.S. Monteiro, “Theoretical Analysis and Phase Correction of Super-Bloch oscillations”, XXXI Dynamics Days Europe, 2011 年 9 月 12-16 日, Carl von Ossietzky University of Oldenburg (オルデンプルク, ドイツ)
- ③ 工藤和恵, T.S. Monteiro, 「スーパーブロッホ振動の振動外場位相への依存性」, 日本物理学会 第 66 回年次大会, 2011 年 3 月, 新潟大学 (新潟県)
- ④ K. Kudo and T.S. Monteiro, “Theoretical Analysis of Super Bloch oscillations”, The International Workshop on Dynamics and Manipulation of Quantum Systems (DMQS2010), 2011 年 2 月 14-16 日, 東京大学 (東京都)
- ⑤ K. Kudo and T.S. Monteiro, “Super Bloch oscillations of cold atoms in driven lattices”, ERATO Macroscopic Quantum Control Conference on Ultracold Atoms and Molecules, 2011 年 1 月 24-26 日, 東京大学 (東京都)
- ⑥ K. Kudo and T.S. Monteiro, “Control of

bound-pair dynamics by periodic driving”, Quo vadis Bose-Einstein condensation?, 2010 年 8 月 15-20 日, Max Planck Institute for the Physics of Complex Systems (ドレスデン, ドイツ)

- ⑦ K. Kudo, T. Boness, T.S. Monteiro, “Bound-pair dynamics driven by a periodic field”, International Workshop on Statistical Physics of Quantum Systems, 2010 年 8 月 2-4 日, 東京大学 (東京都)
- ⑧ K. Kudo, T. Boness, T.S. Monteiro, “Control of quantum transport in a spin chain by periodic driving”, XXIV IUPAP International Conference on Statistical Physics (Statphys24), 2010 年 7 月 19-23 日, Cairns Convention Centre (ケアンズ, オーストラリア)
- ⑨ K. Kudo, T. Boness, T.S. Monteiro, “Control of Bound-pair Transport by Periodic Driving”, The International Workshop on Dynamics and Manipulation of Quantum Systems 2009, 2009 年 10 月 13-16 日, 東京大学 (東京都)
- ⑩ K. Kudo, T. Boness, T.S. Monteiro, “Control of bound-pair transport by periodic driving”, 12th Japan-Slovenia Seminar on Nonlinear Science, 2009 年 10 月 7-9 日, Hotel PIRAMIDA (マリボル, スロベニア)
- ⑪ 工藤和恵, T. Boness, T.S. Monteiro, 「量子スピン波束伝播の振動外場による制御」, 日本物理学会 2009 年秋季大会, 2009 年 9 月 26 日, 熊本大学 (熊本県)

[その他]

ホームページ等

<http://www.is.ocha.ac.jp/~kudo/>

#### 6. 研究組織

##### (1) 研究代表者

工藤 和恵 (KUDO KAZUE)

お茶の水女子大学・お茶大アカデミック・  
プロダクション・特任助教

研究者番号：30505574

##### (2) 研究分担者

無し

##### (3) 連携研究者

無し