

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年 5月25日現在

機関番号：15201

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2009～2011

課題番号：21760334

研究課題名（和文） 多様体上の制御系の最適制御について

研究課題名（英文） On the optimal control for control systems on manifolds

研究代表者

都築 卓有規 (TSUZUKI TAKAYUKI)

島根大学・総合理工学部・助教

研究者番号：90452549

研究成果の概要（和文）：

本研究は、状態空間が線形空間とは限らない多様体上の非線形制御系についての大域漸近安定化問題と最適制御問題について扱っている。最初にある種の不連続制御則による大域漸近安定化の可能性と局所半凹な制御 Lyapunov 関数の関係について明らかにし、さらに最適レギュレータ問題の Hamilton-Jacobi-Bellman 方程式の解である値関数が局所半凹な制御 Lyapunov 関数なるための十分条件をいくつか明らかにした。そしてニューラルネットワークを用いた制御 Lyapunov 関数の導出アルゴリズムの構築や HJB 方程式そのものの近似解法のアルゴリズムを導出した。

研究成果の概要（英文）：

This study deals with the global asymptotic stabilization problem and the optimal control problem of nonlinear control system such that the state space is diffeomorphic to a manifold. First, we have investigated a relationship between a stabilizability and a control Lyapunov function. We have shown sufficient conditions for semiconcavity of control Lyapunov functions that are solutions of the Hamilton-Jacobi-Bellman equation of nonlinear optimal regulator problem. Moreover, we have proposed the algorithms for searching the function by using a neural networks and solving the HJB equation.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	500,000	150,000	650,000
2010年度	1,200,000	360,000	1,560,000
2011年度	500,000	150,000	650,000
年度			
年度			
総計	2,200,000	660,000	2,860,000

研究分野：工学

科研費の分科・細目：電気電子工学・制御工学

キーワード：非線形制御, 最適制御, 数値解法, Hamilton-Jacobi-Bellman 方程式, 制御, Lyapunov 関数

## 1. 研究開始当初の背景

我々は、非ユークリッド空間の一種である多様体と微分同相な状態空間を持つ非線形制御系の大域的漸近安定化問題を取り扱ってきた。たとえば、ある制御 Lyapunov 関数が存在するときに状態について不連続な大域漸近安定化フィードバックが存在することを明らかにしている。

多様体上の制御系の安定化問題の応用例としては移動ロボットの障害物回避問題や人工衛星の姿勢制御問題などが考えられる。これらの問題は、従来通りの線形空間上の制御系として考えると、制御則が不連続となる場合や定義不可能となる特異点の存在が知られている。これらを多様体上の制御系の観点から扱うことで、特異点の存在を内包した制御則設計を行うことができ、より有効な新しい制御則の設計方法の確立が期待できる。

状態空間が線形空間の場合の結果を、多様体上の制御系へと単純に適用することは多くの場合は不可能である。理論的な面での主な障害としては、多様体上の制御系には大域的な座標が存在しないことである。このため多様体上の制御系では、局所座標系という概念を利用する必要がある。線形空間上の制御系の結果をそのままでは利用できない。

多様体上の制御系についての研究としては、榎本らによる流れの位相幾何構造を利用した勾配的 Morse-Smale 制御系設計や、我々による一般化制御 Lyapunov 関数と不連続制御則による方法があった。前者は力学系の Conley 力学理論を利用して制御則設計を行い、後者ではあるなめらかな制御 Lyapunov 関数の存在からある不連続な大域漸近安定化制御則の設計法を提案している。また、Malisoff らにより大域漸近可制御性とサンプリング解の意味での大域漸近安定化可能性についての研究が知られている。

このように、多様体上の制御系の研究結果は、基礎的な大域漸近安定化についての研究結果がほとんどであった。そのため本研究では多様体上の制御系について、最適制御や制御則の数値計算アルゴリズムについて調査することを目的とする。

## 2. 研究の目的

### (1) 制御 Lyapunov 関数の性質について

我々は過去に「あるなめらかな制御 Lyapunov 関数」から「不連続な大域漸近安定化制御則」を導出できることを示している。しかし、ここでのなめらかな制御 Lyapunov 関数は従来の線形空間上で定義されていた制御 Lyapunov 関数の定義とは異なる条件が追加されており、その条件が利用する点での大きな制約になっていた。また、制御 Lyapunov 関数をなめらかと仮定したために、不連続制御則の不連続性を導出するために複雑な制御則となっていた。そこで、本研究ではより広いクラスとなる「連続微分不可能な制御 Lyapunov 関数」を定義し、上記の問題の一部を解決することを目的とする。

### (2) 最適レギュレータの値関数の半凹性の十分条件について

最適レギュレータ問題について、従来の線形空間上の制御系においては広いクラスにおいて H J B 方程式の値関数が局所半凹となることが知られている。本研究では多様体上の制御系の最適レギュレータ問題の H J B 方程式の値関数が局所半凹となる条件を明らかにすることを目的とする。

### (3) 最適レギュレータの値関数の数値近似解法のアルゴリズムについて

多様体上の制御系の問題についての従来の研究の多くは理論的な考察が主であった。

数値近似を用いたものとしては、我々が提案した遺伝的プログラミングを用いた制御 Lyapunov 関数の導出アルゴリズムだけである。

多様体上の制御系の研究結果を、基礎理論から応用面へと近づけるため、また基礎理論の発展を補助するためのデータ構築のため、ニューラルネットワークや最適制御理論に基づいた安定化制御側の数値近似解法の導出アルゴリズムを提案する。

### 3. 研究の方法

#### (1) 制御 Lyapunov 関数の性質について

非線形制御系について、任意の初期状態から目標状態へと収束させる不連続制御則が存在することを大域漸近可制御性と呼ぶ。この安定化の概念は、本研究で用いる不連続制御則による大域漸近安定化の概念と近い。また、ある種の制御系のクラスの大域漸近可制御性は局所半凹な制御 Lyapunov 関数の存在性と等価であることが知られている。本研究ではこの結果を基礎として、多様体上の制御系の大域漸近可制御性と制御 Lyapunov 関数の存在性について調査した。

#### (2) 最適レギュレータの値関数の半凹性の十分条件について

一般的な非線形状態方程式を考える：

$$\dot{x} = f(x, u),$$

ただし、 $x$  は状態、 $f$  は局所 Lipschitz と仮定する。評価関数として

$$J = \int_0^{\infty} l(x, u) dt$$

を考える。 $l$  は正定かつプロパーな可測関数とする。この一般的な非線形最適レギュレータ問題において、状態空間が線形空間と同相な場合には、H J B 方程式の解が局所半凹となることが知られている。

本研究では、線形空間での結果を基礎とし、多様体上の制御系における H J B 方程式の解の性質について調査する。

#### (3) 最適レギュレータの値関数の数値近似解法のアルゴリズムについて

近年、GPGPU など並列計算の高速化技術が普及しつつあり、利用が容易となった。

一方で、多様体上の制御系の大域漸近安定化制御則の数値近似解法はほとんどされていない。そのため、放射基底関数ネットワークを利用した制御 Lyapunov 関数の導出アルゴリズムと、H J B 偏微分方程式の近似解を数値的に導出するアルゴリズムを開発した。

### 4. 研究成果

#### (1) 制御 Lyapunov 関数の性質について

多様体上の制御系について、大域漸近可制御性が局所半凹な制御 Lyapunov 関数の存在性と等価であることを示し、不連続制御系のサンプリング解が原点に収束するような制御則として、局所半凹制御 Lyapunov 関数の Sontag 型制御則が利用できることを示した。

#### (2) 最適レギュレータの値関数の半凹性の十分条件について

多様体上の制御系の場合について、H J B 方程式の解が局所半凹関数となるための条件を調査し、線形空間上の制御系の場合との違いを明らかにした。さらに、H J B 方程式の解が局所半凹となるためのある十分条件を示した。

#### (3) 最適レギュレータの値関数の数値近似解法のアルゴリズムについて

放射基底関数ネットワークを利用して、制御 Lyapunov 関数を導出するアルゴリズム

を提案した。この方法は、アルゴリズムの収束性や解の正確性・計算量の大きさなどの予想された短所が確認できたが、数式を解析的に扱うことができるという長所を持つ。また、計算量の問題についてはGPGPUを用いることで通常のCPUの計算の5倍程度以上の計算速度で計算できることを明らかにした。

上記のように解析的に数式を扱うことが計算量などの問題の主要因のひとつであるため、数値近似的な手法の一つとしてHJB方程式の近似解法アルゴリズムを提案した。この方法は、計算量や解の収束性の観点では放射基底関数を用いる方法より有効であった。しかし、局所座標系を自明にとることができない一般的な多様体上の制御系については単純には適用できず、今後の課題として残っている。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計1件)

- ① 都築卓有規, 山下裕, 動的補償器による多様体上の非線形制御系の大気漸近安定化, 計測自動制御学会論文集, 査読有, 46巻, 2010, 598-606

[学会発表] (計9件)

- ① 都築卓有規, 多様体上の制御系の最適制御の近似解法について, 2012年3月16日, 奈良県文化会館
- ② Takayuki Tsuzuki, A search algorithm for control Lyapunov function using radial basis function networks, SICE Annual Conference 2011, 2011年9月14日, 西早稲田キャンパス
- ③ 都築卓有規, 八木泰樹, 吉田和信, RBFネットワークを用いた制御 Lyapunov 関数の探索, 第11回 SICE 制御部門大会,

2011年3月17日, 琉球大学

- ④ Takayuki Tsuzuki, A Sufficient condition for local semiconcavity of value function of nonlinear optimal regulator, SICE Annual Conference 2010, 2010年8月20日, グランドホテル (台北)
- ⑤ 都築卓有規, 大域漸近可制御性と最適制御問題について, 第1回 Mathematics in Control Applications and Nonlinear Systems, 2010年6月19日, 愛媛県県民文化会館
- ⑥ 都築卓有規, 多様体上のなめらかでない制御 Lyapunov 関数について, 第10回 SICE 制御部門大会, 2010年3月17日, 熊本大学 (熊本市)
- ⑦ 都築卓有規, 大域漸近可制御性と局所半凹制御 Lyapunov 関数について, 第38回 SICE 制御理論シンポジウム, 2009年9月14日, コスモスクエア国際交流センター (大阪市)

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

都築 卓有規 (TSUZUKI TAKAYUKI)

島根大学・総合理工学部・助教

研究者番号: 90452549