

機関番号：34419

研究種目：研究活動スタート支援

研究期間：2009～2010

課題番号：21800077

研究課題名（和文） 多機能量子ネットワークの構築に要する量子資源の節約

研究課題名（英文） Economization of quantum resources for quantum functional networks

研究代表者

齋藤 暁 (SAITOH AKIRA)

近畿大学・総合理工学研究科・博士研究員

研究者番号：70513068

研究成果の概要（和文）：多機能量子ネットワークは、多体系において、部分系間のエンタングルメントやその他の非古典的な相関を利用して構築される。本研究では、そのような相関の基礎的な数理的研究を行うとともに、現実的な伝送路との関連性を論じた。また、量子資源の節約に資するべく、量子資源を定量的に把握するための測度を導入した。

研究成果の概要（英文）：Quantum functional networks are constructed by using entanglement or differently-defined nonclassical correlation between subsystems of a quantum multipartite system. In this research, we performed basic mathematical researches on the correlation and discussed its relation with a realistic transmission channel. We also introduced measures to understand the amount of involved nonclassical correlation in order for economizing quantum resources.

交付決定額

(金額単位：円)

| | 直接経費 | 間接経費 | 合計 |
|--------|-----------|---------|-----------|
| 2009年度 | 400,000 | 120,000 | 520,000 |
| 2010年度 | 1,200,000 | 360,000 | 1,560,000 |
| 年度 | | | |
| 年度 | | | |
| 年度 | | | |
| 総計 | 1,600,000 | 480,000 | 2,080,000 |

研究分野：量子情報処理

科研費の分科・細目：情報学・情報学基礎

キーワード：量子情報処理、量子通信プロトコル、非古典的相関

1. 研究開始当初の背景

近い将来における量子通信の普及を見越して、量子通信のネットワーク上でセキュリティの強化を目的とした機能の追加が研究されてきている。具体的には、量子状態や古典状態を転送する際に、送信者と受信者の他に監視者を置くプロトコル（制御付き量子テレポーテーション）や、ある量子状態を秘匿しておき、復元のためには一定数以上の鍵を必要とするプロトコル（量子秘密分散）に関する研究が多々行われてきた。

一方、理論を離れて実験的な達成状況を見

ると、長距離量子通信において使用可能な資源では、現状では1量子ビットの重ね合わせ状態と2量子ビットのエンタングル状態が現実的な選択である。より高次元の量子デジットを配布するプロトコルが多々提案されているが、将来的な実現可能性を考えれば、使用する量子デジットの次元は小さく抑えるべきである。また、非古典的な相関がある程度存在する量子状態を、理想的なエンタングル状態の代わりに使用できれば、統計的に生成される量子状態の大半を使用できる。

エンタングルメント論とは異なる規準に

則って論じられる非古典的な相関は、最近の量子情報理論での主要な題材の一つである。エンタングルメントは存在しなくても非古典的な相関が存在することがあり、その検出や定量化についての理論および実験研究が盛んになってきている。例えば、量子データ秘匿や、ユニタリー行列のトレースの概算アルゴリズムにおいては、エンタングルメントがなくても非古典的な相関のみで正しく動作することが分かっている。

2. 研究の目的

まず、機能性量子ネットワークプロトコルにおいて配布される量子デジットの次元の削減を目指す。例えば、 m 人の監視者のうち k 人が鍵を提供すれば受信者が状態を復元できるという、 (k, m) 閾値制御付き量子テレポーテーションでは、既存のスキームでは、素数 $p > m - 1$ 以上の次元が要る。この次元を小さくしても動作するプロトコルを考案する。

次に、量子資源として、エンタングル状態の代わりに、エンタングルしていないが非古典的な相関がある状態を使うことを考える。

また、量子資源として有用であろう非古典的な相関の検出と定量化の理論の研究を行う。特に、実験的に測定可能な物理量を使って検出できるように工夫する。検出と定量化に要する時間と計算量は、ヒルベルト空間の次元の多項式量で抑える。

3. 研究の方法

(1) プロトコルで監視目的で使用する配布量子デジットの次元の削減のためには、古典的な秘密分散の鍵を量子状態のローカルな位相に取り入れるのが有効である。 (k, m) 閾値制御付き量子テレポーテーションのプロトコルをこの方針によって構成すれば、各監視者に配られる量子デジットの次元を 2 まで減らすことができる [A. SaiToh, R. Rahimi, M. Nakahara, Phys. Rev. A 79, 062313 (2009)]。また、完全に古典的な監視と比較して量子状態を配布することによるセキュリティ上の利点もある。

(2) 量子資源としての非古典的な相関の検出について、システムの密度行列の固有空間の性質を利用する。各固有空間まで“刈り込んだ”密度行列のさらに部分系への縮約を考える。そのような縮約の固有値は、もしシステムが古典相関しか持たなければ、元々の固有値の整数倍になるはずである。この性質を使って非古典的な相関の検出と定量化を行う。

(3) 非古典的な相関を物理的に観測できる物理量を用いて検出するために、物理量の積を使うことで非線形性を導入する。状態空間か

ら \mathbf{R} への線形写像を使うとただのエンタングルメントウィットネスとなってしまうため、非線形性は必須である。

(4) 非古典的な相関を定量化するために、エンタングルメント理論で用いられる不完全な正值写像 (PnCP 写像) に類似の理論を、別の写像クラスを用いて構築する。線形代数において、線形保存子の理論は 1950~1970 年代に活発であった。この当時に研究されていた理論を応用する。

4. 研究成果

(1) 多機能量子ネットワークの構築のために配布される量子デジットの次元の削減は、研究方法で述べた通り、理論的に達成されている。古典的な秘密分散のための行列方程式に含まれる情報をローカルな位相情報に組み込むという我々の着想は、その後他の数人の研究者によって発展的に利用されている。なお、非古典的に相関した混合状態を使用する機能性量子通信プロトコルについては、同様の手法で構築したプロトコルの草案ができていたが、量子性に基づく有用性を数学的に検証する段階が不十分であるので、現段階では公表を控えている。

(2) 系の量子状態を表す密度行列を固有空間で分割したとき、それら各分割後の行列の部分系への縮約行列の固有値の性質を利用して、非古典的な相関を (ヒルベルト空間の次元の) 多項式時間で検出、定量化する方法を提示した [A. SaiToh, R. Rahimi, M. Nakahara, Quantum Inf. Process., published in ‘‘online first’’ (Nov. 2010)]。ここで定義した測度について、純粋状態を与えた場合のエンタングルメントエントロピーとの比較を含め、関数としての性質を評価した。量子通信との関連では、この論文において、そこで提案した方法と、バンドパスフィルタを通した、ディーラー—プレーヤー間通信との関連を論じた。

(3) 非古典的な相関を検出するための Witness 写像と呼ばれる写像について、非線形かつ、磁気共鳴の量子系で使いやすい形を提示した [R. Rahimi, A. SaiToh, Phys. Rev. A 82, 022314 (2010)]。なお、線形な Witness 写像では Separable かつ非古典的に相関した状態の非古典的な相関を検出できないという命題の証明を与えた。

(4) 非古典的な相関の検出と定量化のために使いやすい、新しい線形及び非線形の写像クラス ‘‘EnCE’’ を導入した [A. SaiToh, R. Rahimi, M. Nakahara, Quantum Inf. Comput. 11, 0167 (2011)]。これは、固有値を保存す

るが、より高次元の系の部分系に作用する写像としては必ずしも固有値保存ではない (Eigenvalue-preserving but not Completely Eigenvalue-preserving) 写像のクラスである。

二体系 AB の密度行列が

$$\rho_{\text{pcc}}^{\text{AB}} = \sum_j e_{ij} |v_i\rangle^A \langle v_j|^B$$

(ここで e_{ij} は固有値、 $\{|v_i\rangle^A\}$ と $\{|v_j\rangle^B\}$ は各部分系の固有基底である) と書かれるとき古典的相関のみを持つ状態と言う。量子 Discord が両側ゼロである状態は必ずこの形に書けることが知られている。このような状態に対して、EnCE 写像 Λ_{EnCE} を部分作用として、すなわち $I \otimes \Lambda_{\text{EnCE}}$ として作用させても固有値は保たれる。しかし、 $\rho_{\text{pcc}}^{\text{AB}}$ とは書けない密度行列に $I \otimes \Lambda_{\text{EnCE}}$ を作用させると、固有値が変化することがある。この変化によって非古典的相関を検出する。

また、部分的に作用させる EnCE 写像を利用して、Subadditive な測度である Logarithmic Fidelity を定義した。この測度の計算のための複雑さは、たかだかヒルベルト空間の次元の多項式量である。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 4 件)

- ① Akira SaiToh, Robabeh Rahimi, and Mikio Nakahara, “Tractable measure of nonclassical correlation using density matrix truncations”, Quantum Information Processing, published in “online first” (Nov. 2010) (17 pages), 査読有.
- ② Akira SaiToh, Robabeh Rahimi, and Mikio Nakahara, “Mathematical framework for detection and quantification of nonclassical correlation”, Quantum Information & Computation. Vol.11, 0167 (2011) (14 pages), 査読有.
- ③ Robabeh Rahimi and Akira SaiToh, “Single-experiment-detectable nonclassical correlation witness”, Physical Review A Vol.82, 022314 (2010) (4 pages), 査読有.
- ④ Akira SaiToh, Robabeh Rahimi, and Mikio Nakahara, “Quantum Wipe Effect”, in Proceedings of the Symposium on Decoherence Suppression

in Quantum Systems 2008, pp.151-179, Edited by M. Nakahara et al. (World Scientific, Singapore, 2010), 査読有.

[学会発表] (計 12 件)

- ① 齋藤暁, Robabeh Rahimi, 中原幹夫, “線形写像による非古典的相関の検出と定量化に関する制限”, 日本物理学会第 66 回年次大会, 2011 年 3 月 25 日-28 日, 新潟大学, 新潟県 (大会は東北地方太平洋沖地震のため中止になったが、概要集と発表資料の発行をもって発表は成立とみなされる).
- ② Akira SaiToh, Robabeh Rahimi, and Mikio Nakahara, “Limitation for linear maps in a class for detection and quantification of bipartite nonclassical correlation”, 14th Workshop on Quantum Information Processing, 2011 年 1 月 10 日-14 日, Sentosa, Singapore.
- ③ Akira SaiToh, Robabeh Rahimi, and Mikio Nakahara, “Characterizing instances for a decision problem of bipartite nonclassical correlation”, 2nd Workshop on Quantum Information Science, 2011 年 1 月 4 日-5 日, Hong Kong Polytechnic University, Hong Kong, China.
- ④ 齋藤暁, Robabeh Rahimi, 中原幹夫, “二体系における非古典相関の決定問題のハード/イージーインスタンス”, 日本物理学会 2010 年秋季大会, 2010 年 9 月 23 日-26 日, 大阪府立大学, 大阪府.
- ⑤ Akira SaiToh, “Practical evaluation of an MPS simulation as a classical search tool”, International Iran Conference on Quantum Information 2010, 2010 年 9 月 11 日-14 日, International Campus of Sharif University of Technology, Kish, Iran.
- ⑥ Robabeh Rahimi and Akira SaiToh, “Nonclassical correlation in superdense coding for ENDOR-like systems with a static decoherence control”, 10th Asian Conference on Quantum Information Science, 2010 年 8 月 27 日-31 日, 東京大学, 東京都.
- ⑦ Akira SaiToh, “Performance evaluation of a classical database search that internally simulates an

ensemble quantum database search”, APS March Meeting 2010, 2010年3月15日-19日, Oregon Convention Center, Portland, USA.

- ⑧ Akira SaiToh, Robabeh Rahimi, and Mikio Nakahara, “Nonclassical-correlation witness for a single-run detection”, 13th International Workshop on Quantum Information Processing, 2010年1月18日-22日, ETH, Zurich, Switzerland.
- ⑨ Akira SaiToh, Robabeh Rahimi, and Mikio Nakahara, “Nonclassical correlations in quantum systems: detection and quantification”, Workshop on Quantum Information Science, 2010年1月7日-8日, University of Hong Kong, Hong Kong, China.
- ⑩ Akira SaiToh, Robabeh Rahimi, and Mikio Nakahara, “Linear and Nonlinear Maps for Detection and Quantification of Nonclassical Correlations”, International Conference on Quantum Information and Technology, 2009年12月2日-5日, 国立情報学研究所, 東京都.
- ⑪ Robabeh Rahimi, Akira SaiToh, and Mikio Nakahara, “Nonclassical Correlation Witness”, International Symposium on Quantum Nanophotonics and Nanoelectronics, 2009年11月18日-20日, 東京大学, 東京都.
- ⑫ Robabeh Rahimi, Akira SaiToh, and Mikio Nakahara, “Time Evolution of Non-Classical Correlated States for an Economical Approach to Quantum Information Processing”, 2nd International Workshop on Dynamics and Manipulation of Quantum Systems, 2009年10月13日-16日, 東京大学, 東京都.

[その他]

ホームページ等

<http://alice.math.kindai.ac.jp/~saitoh/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

齋藤 暁 (SAITOH AKIRA)

近畿大学・総合理工学研究科・博士研究員

研究者番号：70513068

(2) 研究分担者
なし

(3) 連携研究者
なし