

令和 6 年 6 月 25 日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(B) (一般)

研究期間：2021～2023

課題番号：21H00989

研究課題名(和文) 複雑な空間での解析と幾何の結びつきの解明

研究課題名(英文) Study of Analysis and Geometry of complex spaces

研究代表者

木上 淳 (KIGAMI, JUN)

京都大学・情報学研究科・教授

研究者番号：90202035

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 13,300,000円

研究成果の概要(和文)：一般の距離空間上への拡散過程(Dirichlet form)の構成の問題に対して、空間の分割を用いて空間を近似するグラフの列を与え、そのグラフの列の上の離散的なDirichlet形式のスケーリング極限で空間の局所正則なDirichlet formを構成するというアプローチを行った。そして、Barlow-BassがSierpinski carpet上にBrownian motionを構成する際に見出したKnight move条件を一般化したものが、このアプローチが成功するための十分条件であることを明らかにした。更に、その条件を満たす新しい自己相似集合のクラスを見出した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

マンデルブローによって自然界の物体の適切なモデルとして提案されたフラクタル上では、その複雑な形状により通常の微分を基本とする解析学は適用できない。従って、自然界のモデルとしてのこのような複雑な空間で、物理現象を記述するためには、新しい解析学の理論が必要となる。本研究は、複雑な空間の幾何と解析の係わりの研究を通じて、複雑な空間上の拡散現象や波動現象を記述するための基本理論を確立し、さらに複雑な空間と従来の滑らかな空間上の物理現象の本質的な違いを明らかにすることに貢献している。

研究成果の概要(英文)：To construct a diffusion process(or a Dirichlet form) on a metric space, we approximate the space by an infinite sequence of discrete graphs and consider when the natural discrete Dirichlet forms with certain scaling on those graphs converge to a local regular Dirichlet form on the original space. As a result, we find that a generalization of the "Knight move" condition, which was found by Barlow-Bass when they constructed the Brownian motion on the Sierpinski carpet, is a sufficient condition for the success of the above strategy. Moreover, we have found a new class of self-similar sets where we can construct a diffusion process by the above mentioned approach.

研究分野：複雑な空間上の解析学

キーワード：フラクタル 拡散過程 ラプラシアン

## 様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

ユークリッド空間では、所与の幾何学的構造(ユークリッドの距離)から、微分を介して、ラプラシアンなどの解析的構造が定義され、それらの解析的構造の性質を記述する際には、所与の幾何学的構造が再び「自然に」出現する。例えば、ユークリッド空間やリーマン多様体などでは、見た目の幾何構造(ユークリッドの距離、測地線距離)から、「滑らかな関数」が定義され、それを元にしてブラウン運動やラプラシアンを始めとする解析的構造が定義される。そして(ラプラシアンの固有値分布やブラウン運動の熱核の漸近挙動などの)解析的構造の性質の記述には、見た目の距離とそれに伴う次元が自然に表れる。典型的な例として、ユークリッド空間の有界領域上のラプラシアンの固有値の漸近分布に表れる指数は、Weyl の定理により、空間の次元と常に等しいことが示されている。つまり見た目の幾何と解析的な本質を記述するための幾何が一致しているのである。また、熱方程式の基本解は所与の距離を用いたガウス型の漸近評価を持つ。

一方、このような幾何と解析の自明な結びつきという「常識」はフラクタルなどの複雑な空間では一般に成立しない。例えば、Sierpinski gasket などの自己相似集合上の自然な拡散過程(Brownian motion)の漸近挙動に表れる指数は、ユークリッドの空間の場合と異なり空間の次元(Hausdorff 次元)とは異なる値を持つことが知られている。さらに最近の複素平面上のガウス自由場に付随する Liouville ブラウン運動の研究は、複素平面のような「簡単な」構造の空間上の「通常の」解析(ブラウン運動)の場合でさえ、ランダムな測度が介在すると空間の幾何学的構造と解析の結びつきが自明でなくなることを示している。このような複雑な空間での解析と幾何の結びつきを理解することが大きな問題となっていたのである。

### 2. 研究の目的

「一般に幾何学的構造と解析的構造はどのように結びついているのであろうか？」

これが、本研究の基盤を成す問いである。幾何学的構造と解析的構造の結びつきをまとめると、まず

A. 空間を構成する際に与えられた幾何構造(距離・次元)

が与えられその、幾何学的構造から

B. 解析的構造(マルコフ過程・ラプラシアン・関数空間)

が構成され、その解析的構造から

C. 解析的構造を記述するのに適した幾何構造(距離・次元)

を解明することとなる。この A から B, B から C という結びつきを、Klein 群の不変集合、Julia 集合などの力学系の不変集合、ガウス自由場に付随する Liouville ブラウン運動などを含めた様々な複雑な空間のクラスで調べるとともに、それらの個々のクラスの研究を包含するような、距離空間における解析と幾何の結びつきの一般論を展開することが本研究の具体的な目的である。特に、A から B の過程の研究として複雑な空間における拡散過程の構成がある。この問題は、自己相似集合に関しては 1990 年代の初頭から研究が始められたが、依然として Sierpinski gasket や Sierpinski carpet などの対称性の大きい図形でしか、成功していない。本研究では、さらに大きなクラスの自己相似集合上での拡散過程の構成も目的の 1 つである。また、B から C の過程では、所与の性質を持つ距離の構成が大きな問題となっており、これも本研究の目的の 1 つである。

### 3. 研究の方法

本研究は、純粋数学の研究であるので、実験や観察などはなく、基本的に研究者が各々関連の過去の研究文献を読み込み、そこから考察を行うことによって研究を進めた。特に、論文の一覧に見られるように本研究の大きな部分を占める共同研究(国際共同研究)においては、相手の研究者を訪問・招聘するなどして、研究のテーマに関する議論を行う。また、計算機上で数式処理プログラムとグラフィックを組み合わせることで複雑な集合(自己相似集合)の具体的な例の生成をおこなった。

### 4. 研究成果

まず、研究代表者木上の研究成果について述べる。

(1) 一般の距離空間上への拡散過程の構成

複雑な空間を含む一般の連結なコンパクトな距離空間上に non-trivial な拡散過程を構成する方法と、十分条件について次の(a), (b), (c), (d) の方針で研究を行った。

(a) 空間の分割という概念を用いて、空間を離散的なグラフの列で近似

(b) 離散的なグラフ上のランダムウォークに対応するエネルギーを構成

(c) 離散的なエネルギーの列に対して、適切なスケーリング定数を見出す。

(d) 適切にスケーリングのもとでの離散的なエネルギーの極限で、元の空間上のエネルギー(= local regular Dirichlet form)を定義し、対応する拡散を構成する。

この方針で拡散過程を構成するための大きな問題点は、まず(c)において、「どのような条件のもとで適切なスケーリング定数が存在するか？」ということである。この問題に対して、Sierpinski

carpet の場合に Barlow-Bass によって用いられた Knight move という条件を一般化し、その条件の下では適切なスケリング定数が存在することを証明した。さらに、(d)の過程で得られるエネルギーが空間の Ahlfors regular conformal 次元が 2 未満の場合には local regular Dirichlet form とくに resistance form になっていること、得られた拡散過程の熱核が sub-Gaussian 型の漸近評価を持つことを示した。さらに、具体的な例として、必ずしも対称性を持たない 2 次元の正方形をベースとした無限分岐的な自己相似集合のクラスを新たに見出した。なおこの研究は、対象を広げて、多角形をベースとし局所対称性を持つ自己相似集合上への拡散過程の構成の研究として現在も研究が進行中であり、多くの新しいクラスの自己相似集合上に拡散過程を構成することに成功しつつある。

(2) Sierpinski gasket からその外周の 1 つの辺を除いた集合の幾何と解析の係わり  
Sierpinski gasket からその外周の 1 つの辺を除いた集合 (以後 S/I と書く) は、樹上構造を持ち、その上の最短距離から定義される自然な距離  $d$  は、ユークリッドの距離と本質的に異なることを示した。さらに Sierpinski gasket 上の Brownian motion を S/I 上に制限したもつから導かれる距離 (解析的構造を記述するのに適した距離) は、上述の S/I 上の幾何学的に自然な距離  $d$  のあるべきと同値であることを示した。さらに、その応用として、Sierpinski gasket 上の Brownian motion の外周の 1 つの辺の上への trace に対応する jump 過程の jump 核の具体的な表現を得た。

(3) Jump 過程の熱核の空間の「至る所」での漸近挙動  
距離空間上の Jump 過程の熱核が、空間全体で「標準的な」漸近挙動を持つための必定十分条件は、Chen-Kumagai-Wang や Grigoryan-Hu-Lau などにより明らかにされてきた。本研究では、そのような必要十分条件を満たさない場合でも、空間の全ての球についてその一定の割合の部分では「標準的な」漸近挙動を持つ場合があることを明らかにし、そのための十分条件を導くことに成功した。さらに、その十分条件が上述の Sierpinski gasket 上の Brownian motion の外周の 1 つの辺への trace である jump 過程について証明し、その漸近挙動を明らかにした。この研究は、University of Washington の Chen 教授との国際共同研究である。

次に研究分担者による研究成果について述べる。

分担者梶野は、早稲田大学の清水良輔氏と共同で、自己相似フラクタル上の  $p$ -エネルギー形式に対する解析学の研究を推し進めた。具体的には、Lipschitz 写像の合成の下での縮小性不等式を一般化  $p$ -縮小性として定式化しその帰結として微分可能性をはじめとする  $p$ -エネルギー形式の様々な基本的性質が導かれることを示すとともに、広範な自己相似フラクタルにおいてその上の  $p$ -エネルギー形式を一般化  $p$ -縮小性を満たすように構成できることを証明した。

分担者宍倉は、複素力学系の近放物型不動点のくりこみのアプリオリ評価の応用として、2 次多項式を含む関数族について、回転数が高いタイプの Siegel 円板の境界が Jordan 閉曲線になることを示した。また、有理関数族の退化極限を樹木上の区分線形写像と結びつけて研究し、周期  $p$  の超吸引的周期点をもつ 2 次有理関数の族  $S_p$  の穴の特徴付けを行った。また、Berger, Dujardin, Crovisier, 石井らとともに、有理関数族内の強正規的パラメータ集合の大きさの研究を行った。

分担者相川は、調和関数の大域的境界 Harnack 原理の熱方程式解に対応する概念は Intrinsic Ultracontractivity (IU) である。非常に多くの複雑領域は IU をみたすが、IU の幾何学的特徴付けは未解決問題である。この未解決問題に関して、単連結平面領域で Widely Accessible なものに対する擬双曲距離と Whitney 正方形による Banuelos と Davis の予想の解決の手がかりを得た。

分担者秋山は、零エントロピーシステムに現れる代数的な構造は Pisot 数、Salem 数などの特殊な拡大係数をもつ自己相似系であることが多い。バランス語はそのような体系にしばしば現れる。今回はバランス語の統計的分布を調べ、さらに Salem 数を底とする数系の周期軌道を考察した。

分担者熊谷は、非局所線形作用素 (飛躍型確率過程) に関する De Giorgi-Nash-Moser 理論や安定性理論を構築し、安定性理論のランダム媒質への応用として、long range のランダムコンダクタンスモデルの homogenization 理論を展開した。また、Bouchaud のトラップモデルや一様全域木等の上のランダムウォークの熱核を詳細に解析し、ランダム幾何学が対象とするモデル上の解析学を進展させた。

分担者白石は、統計物理に起源を持つ 3 次元確率モデルである一様全域木およびそれに関連するループ除去ランダムウォークの研究を精力的に行った。特に研究論文 [1] において、当該分野の重要な未解決問題であった 3 次元一様全域木のスケール極限の存在を証明した。また、同じ論文 [1] において、3 次元一様全域木の上を走るランダムウォークについても考察し、一様全域木のスペクトル次元がループ除去ランダムウォークの成長指数で記述できることも証明した。

分担者角は、複素 1 次元の乗法的ノイズによるランダム多項式力学系の generic なものについて分類を行った。また複素 2 次元複素エノン写像のランダム力学系で平均安定性を持つものが generic であることを示し、平均安定性から帰結される様々な結果を得て、一つの写像の反復合成による決定論的力学系では決して現れないランダム力学系特有の現象を多く発見しそのメカニズムの解明を行った。また、複素 1 次元の非自励多項式力学系において、そのジュリア集合

が一樣完全性を持たないものの構成などの結果を得た。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計17件（うち査読付論文 17件/うち国際共著 10件/うちオープンアクセス 3件）

1. 著者名 Jun Kigami	4. 巻 5
2. 論文標題 Conductive homogeneity of compact metric spaces and construction of p-energy	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Memoirs of the European Mathematical Society	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.4171/MEMS/5	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 N. Kajino and M. Murugan	4. 巻 231
2. 論文標題 On the conformal walk dimension: quasisymmetric uniformization for symmetric diffusions	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Invent. Math.	6. 最初と最後の頁 263-405
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s00222-022-01148-3	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する
1. 著者名 Z. Q. Chen, P. Kim, T. Kumagai, and J. Wang	4. 巻 375
2. 論文標題 Heat kernels for reflected diffusions with jumps on inner uniform domains	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Trans. Amer. Math. Soc.	6. 最初と最後の頁 6797-6841
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1090/tran/8678	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 D. Croydon and D. Shiraishi	4. 巻 59
2. 論文標題 Scaling limit for random walk on the range of random walk in four dimensions	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Ann. Inst. Henri Poincaré 233; Probab. Stat.	6. 最初と最後の頁 166-184
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1214/22-AIHP1243	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 M. Shishikura, Fei Yang	4. 巻 -
2. 論文標題 The high type quadratic Siegel disks are Jordan domains	5. 発行年 2024年
3. 雑誌名 Journal of the European Mathematical Society	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4171/JEMS/1481	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 S. Akiyama, T. Kamae	4. 巻 71
2. 論文標題 Width deviation of convex polygons	5. 発行年 2024年
3. 雑誌名 Discrete and Computational Geometry	6. 最初と最後の頁 1403-1428
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00454-023-00545-6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Shigeki Akiyama and Hachem Hichri	4. 巻 43
2. 論文標題 Periodic expansion of one by Salem numbers	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Ergodic Theory and Dynamical Systems	6. 最初と最後の頁 2841-2862
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1017/etds.2022.66	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Akiyama Shigeki	4. 巻 236
2. 論文標題 Asymptotic formula for balanced words	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Journal of Number Theory	6. 最初と最後の頁 144 ~ 159
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jnt.2021.07.014	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Z.-Q. Chen, T. Kumagai, L. Saloff-Coste, J. Wang and T. Zheng	4. 巻 -
2. 論文標題 Limit theorems for some long range random walks on torsion free nilpotent groups	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 SpringerBriefs Math.	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-031-43332-0	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Z.-Q. Chen, T. Kumagai, L. Saloff-Coste, J. Wang and T. Zheng	4. 巻 72
2. 論文標題 Long range random walks and associated geometries on groups of polynomial growth	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Ann. Inst. Fourier (Grenoble)	6. 最初と最後の頁 1249-1304
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.5802/aif.3515	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 M.T. Barlow, D.A. Croydon and T. Kumagai	4. 巻 181
2. 論文標題 Quenched and averaged tails of the heat kernel of the two-dimensional uniform spanning tree	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Probab. Theory Relat. Fields	6. 最初と最後の頁 57-111
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00440-021-01078-w	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Omer Angel, David A. Croydon, Sarai Hernandez-Torres, Daisuke Shiraishi	4. 巻 49
2. 論文標題 Scaling limits of the three-dimensional uniform spanning tree and associated random walk	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Annals of Probability	6. 最初と最後の頁 3032-3105
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1214/21-AOP1523	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Xinyi Li, Daisuke Shiraishi	4. 巻 27
2. 論文標題 The Holder continuity of the scaling limit of three-dimensional loop-erased random walk	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Electron. J. Probab.	6. 最初と最後の頁 1-37
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1214/22-EJP869	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Sumi Hiroki	4. 巻 384
2. 論文標題 Negativity of Lyapunov Exponents and Convergence of Generic Random Polynomial Dynamical Systems and Random Relaxed Newton's Methods	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Communications in Mathematical Physics	6. 最初と最後の頁 1513 ~ 1583
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00220-021-04070-6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Comerford Mark, Falk Kurt, Stankewitz Rich, Sumi Hiroki	4. 巻 36
2. 論文標題 Uniformly perfect and hereditarily non uniformly perfect analytic and conformal non-autonomous attractor sets	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Dynamical Systems	6. 最初と最後の頁 631 ~ 655
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/14689367.2021.1975262	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Sumi Hiroki, Watanabe Takayuki	4. 巻 35
2. 論文標題 Non-i.i.d. random holomorphic dynamical systems and the generic dichotomy	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Nonlinearity	6. 最初と最後の頁 1857 ~ 1875
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1361-6544/ac4a89	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -



1. 著者名 Kigami J., Takahashi K.	4. 巻 306
2. 論文標題 "The Sierpinski gasket minus its bottom line" as a tree of Sierpinski gaskets	5. 発行年 2024年
3. 雑誌名 Mathematische Zeitschrift	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00209-023-03416-1	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

[学会発表] 計20件 (うち招待講演 20件 / うち国際学会 20件)

1. 発表者名 J. Kigami
2. 発表標題 Yet another construction of "Sobolev spaces" on metric spaces
3. 学会等名 Quasiworld workshop (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 J. Kigami
2. 発表標題 Conductive homogeneity of locally symmetric polygon-based self-similar sets
3. 学会等名 CIRM workshop "Analysis on fractals and networks, and applications" (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2024年

1. 発表者名 J. Kigami
2. 発表標題 Construction of Sobolev spaces on metric spaces
3. 学会等名 Fractals, quantum graphs and applications in pure and applied sciences (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2024年

1. 発表者名 H, Sumi
2. 発表標題 Random Dynamical Systems of Polynomial Automorphisms on $\mathbb{C}^2$
3. 学会等名 The 10th Visegrad Conference on Dynamical Systems (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 D. Shiraishi
2. 発表標題 Loop-erased random walk in three dimensions
3. 学会等名 Random Interacting Systems, Scaling Limits, and Universality (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Jun Kigami
2. 発表標題 Conductive homogeneity of compact metric spaces and construction of p-energy
3. 学会等名 2nd Joint Congress of Mathematics of AMS-EMS-SMF (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Jun Kigami
2. 発表標題 Yet another construction of ``Sobolev spaces'' on metric spaces
3. 学会等名 Smooth Functions on Rough Spaces and Fractals with Connections to Curvature Functional Inequalities (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Jun Kigami
2. 発表標題 Conductive homogeneity of compact metric spaces and construction of p-energies
3. 学会等名 7th Cornell Conference on Analysis, Probability, and Mathematical Physics on Fractals (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 N. Kajino
2. 発表標題 On singularity of p-energy measures among distinct values of p for some p.-c.f. self-similar sets
3. 学会等名 Seminaire de Probabilites commun ICJ/UMPA (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2024年

1. 発表者名 M. Shishikura
2. 発表標題 Rescaling limit of quadratic rational maps and trees of spheres
3. 学会等名 The Inaugural CNAM-Fields Nonlinear Days: Renormalization and Friends (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 M. Shishikura
2. 発表標題 Tropical Complex Dynamics
3. 学会等名 Complex Dynamics in the Tropics, IMPA (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 H. Aikawa
2. 発表標題 Intrinsic Ultracontractivity for domains in negatively curved manifolds
3. 学会等名 Analysis on Metric Spaces, Workshop 2022 OIST, Okinawa (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 S. Akiyama
2. 発表標題 Multiplicative Markoff-Lagrange spectrum and symbolic dynamics
3. 学会等名 International Conference on Fractal Geometry and Related Topics, HongKong (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 S. Akiyama
2. 発表標題 Descretized rotation and Salem number
3. 学会等名 Diophantine Analysis, Dynamical Systems, and related topics, Sanya 2024 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2024年

1. 発表者名 T. Kumagai
2. 発表標題 Anomalous random walks and scaling limits: from fractals to random media
3. 学会等名 AustMS 2023 at the University of Queensland (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 T. Kumagai
2. 発表標題 Periodic homogenization of non-symmetric jump-type processes
3. 学会等名 Random media & large deviations, Courant Institute, New York University, USA (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 D. Shiraishi
2. 発表標題 Convergence of three-dimensional loop-erased random walk in the natural parameterization
3. 学会等名 The 10th International Conference on Stochastic Analysis and its Applications (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 D. Shiraishi
2. 発表標題 Loop-erased random walk in three dimensions
3. 学会等名 Random Interacting Systems, Scaling Limits, and Universality (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 H. Sumi
2. 発表標題 Random Dynamical Systems of Polynomial Automorphisms on $C^2$
3. 学会等名 The 10th Visegrad Conference on Dynamical Systems (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 H. Sumi
2. 発表標題 Random Dynamical Systems of Regular Polynomial Maps on $\mathbb{C}^2$
3. 学会等名 Dynamical systems and systems of equations, Centro di Ricerca Matematica Ennio De Giorgi (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	白石 大典 (Shiraishi Daisuke) (00647323)	京都大学・情報学研究科・准教授  (14301)	
研究分担者	相川 弘明 (Aikawa Hiroaki) (20137889)	中部大学・工学部・教授  (33910)	
研究分担者	角 大輝 (Sumi Hiroki) (40313324)	京都大学・人間・環境学研究科・教授  (14301)	
研究分担者	秋山 茂樹 (Akiyama Shigeki) (60212445)	筑波大学・数理物質系・教授  (12102)	
研究分担者	宍倉 光広 (Shishikura Mitsuhiro) (70192606)	京都大学・理学研究科・教授  (14301)	

## 6. 研究組織（つづき）

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	熊谷 隆 (Kumagai Takashi)  (90234509)	早稲田大学・理工学術院・教授  (32689)	
研究分担者	梶野 直孝 (Kajino Naotaka)  (90700352)	京都大学・数理解析研究所・准教授  (14301)	

## 7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計1件

国際研究集会 Geometric and Stochastic analysis on metric spaces	開催年 2023年～2023年
--	--------------------

## 8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
米国	University of Washington	Coenell University	UCLA	
フィンランド	University of Helsinki			
フランス	Universiy of Paris, Est	ENS, Lyon		
カナダ	University of British Columbia			