

令和 6 年 5 月 7 日現在

機関番号：13103

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2021～2023

課題番号：21K02879

研究課題名(和文) 中学校関数授業におけるメタディスコースの様態と働き

研究課題名(英文) Modality of meta-discourses in junior high school mathematics classrooms of function

研究代表者

高橋 等 (TAKAHASHI, Hitoshi)

上越教育大学・大学院学校教育研究科・教授

研究者番号：80293273

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,300,000円

研究成果の概要(和文)：Sfard(2008)が提示したコモグニション論における主要な知見であるメタディスコースはディスコースの背景となりディスコースに対して支配的となるパターンを提供するメタ規則である。Sfard(2008)はメタディスコースを認知的な側面と規範的要素により説明しているものの、情意的性格もまたメタディスコースとなり得ることを理論的に示した。更に、先行研究のデータの二次的分析により、メタディスコースが信念や好意性という態度を背景とすることを明らかにした。コモグニション論が数学学習のあらゆる現象を説明するというのであれば、情意的性格を積極的に論ずる必要があると結論付けた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

数学教育学におけるプラトニズムが後退し、数学的知識が人間による創造物と位置づけられる現在において、学習者や教師の情意的性格はますます重要視されるようになってきている。コモグニション論におけるメタディスコースが情意的性格をとり得ることを示したことは、認知とコミュニケーションを統合する視点によって、数学教育で生ずる現象の大部分を説明する可能性を示したことになる。この成果によって、算数数学授業を巡るメタディスコースのさまざまな収集により、その異文化間の差異に焦点を当て、数学的知識が真に文化に依存した多様な知識であり、数学授業や学習も文化に依存する立場を強く支えることになる。

研究成果の概要(英文)：The meta-discourse that is the main finding in the commognition theory that Sfard(2008) presented is a meta-rule that becomes the background of discourses. Sfard(2008) explained meta-discourses by cognition and value side. However she did not discuss affection side that was belief and attitude. In this research I explained meta-discourse as affection theoretically. In addition, I clarified meta-discourses supported by belief and attitude with secondary analysis of data of previous works.

研究分野：数学教育学

キーワード：メタディスコース 暗黙知 数学授業 情意

1. 研究開始当初の背景

メッセージの中に付帯メッセージが暗黙的にあり、言外の意味を伝達していることは知られていた。しかしながら、算数数学授業におけるそうした現象を扱う研究は、国内外とも端緒に付いたところで、Gucler (2016) が、Sfard (2008) の理論を背景として行った研究が代表的である。Gucler (2016) では、大学生による関数の定義を巡るメタディスコースを分析している。他方で、我が国では、本研究の研究代表者が研究を指導した浦野 (2018) が、中学校数学教材である変化の割合を巡るメタディスコースを分析している。浦野 (2018) は、授業における子どもの発話行為を記録したビデオを視聴させ、その際にどの様なことを伝えようとしていたのかを刺激再生法によるインタビューによって引き出している。その結果、子ども同士が全く異なることを考えながらも、ディスコースが進展し、知的同意に至っている様相が明らかとなっている。そこで、本研究では次のような学術的「問い」を設定した：

算数数学授業において現れるディスコースに対して、メタディスコースが働き、授業を進展させているのではないか。

2. 研究の目的

本研究の目的は、中学校数学授業におけるメタディスコースの様態を明らかにし、メタディスコースのどの様な機能がディスコースを進展させ、数学的知識の構成を推し進めているのかを示すことである。

3. 研究の方法

コロナ流行のなかで学校現場でデータを収集することが難しくなったため、主に先行研究のデータや過去に収集したデータの二次的データの分析により研究を行う。

4. 研究成果

1. Sfard(2008)によるメタディスコース

Sfard(2008)は、L. Vygotsky 及び L. Wittgenstein の理論を発展させ、人間の認知とコミュニケーションに対するアプローチを融合させた視点としたコモグニション論を提唱している。その論のなかにメタディスコースとルーティーンがある。

メタディスコースはしばしばメタ規則という呼称で代替されるけれども、Sfard(2008)は対象レベルの規則とともに次のように定義している、

object-level rules are narratives about regularities in the behavior of object of the discourse, whereas metarules define patterns in the activity of the discursants trying to produce and substantiate object-level narratives. (p.201)

ディスコースの対象とは、ディスコースで取り上げている数学的对象のことであり、振る舞いにおける規則性とは、ディスコースの進展によって変容していく数学的对象の基にある数学的規則である。他方で、メタ規則とは、数学的对象についてディスコース参加者がもっている規則性で、反復的に表れ、例えばある数学的对象に対して何時も用いる証明の仕方であったり、或る集団のみの共通理解となっている数学的事実であるものの一般性をもたない知識であったり、数学史的にはその変遷過程で承認されてきた各々の数学的事実 或る期間は数学的事実乃至は真理として承認されてきた である。

更に、Sfard(2008)は、メタディスコースの特徴を次のように述べている、

The word rule has many connotations, only some of which would be proper in the present context, Thus, for example, although the word implies constancy, metadiscursive rules may evolve over time (as opposed to the object-level rules of mathematics, which, once formulated, remain more or less immutable). Metarules are also made distinct by being mainly tacit, and by being perceived as normative and value-laden whenever made explicit. Finally, metarules are constraining rather than deterministic and are contingent rather than necessary. (p.202)

これら可変性、暗黙性、価値負荷性、柔軟性、偶然性は、授業を含めた学習時のコミュニケーションにおける人間の活動を想像すれば、当然の如く当てはまる特徴である。メタディスコースは、授業時に頻繁に現れる。

2. Sfard(2008)によるルーティーン

メタディスコースと対になる語にルーティーンがある。Sfard(2008)はルーティーンを次のように定義している、

A routine may be defined as a set of metarules that describe a repetitive discursive action. This set of pattern-defining rules may be divided into two subsets:

・The how of a routine, which is a set of metarules that determine, or just constrain, the course of the patterned discursive performance (the course of action or procedure,

from now on) and

・The when of routine, which is a collection of metarules that determine, or just constrain, those situations in which the discursant would deem this performance as appropriate. (p.208)

このルーティーンとは、観察者によるディスコースの捉えに依存する。観察者にとっては、ルーティーンを見定めることにより、その背後にあるメタディスコース、即ちメタ規則を顕わにすることが必要となる。

3. Güçler (2016) の教授実験の概観

Güçler (2016) は Sfard (2008) に基づく研究で、米国東部の大学での微積分に係る教授実験を行っている。調査参加者は一名のプレサービス中の大学生、七名のインサービス中の現職教員である。現職教員には四年から 12 年の教員経験がある。教授実験の授業は現職教員が研修期間中に参加する唯一の微積分の授業であり、彼ら彼女らが大学で微積分の授業に参加してから五年以上経っている。教授実験の様子はビデオ録画され、授業の振り返りの記述、及び学期の終わりに実施された半構造化インタビューの結果もデータとなっている。

Güçler (2016) は、最初の授業で調査参加者に、関数を自分の言葉で定義するように要求している。調査参加者 Carrie は、“独立変数と従属変数との関係、ただし各々の独立変数は一つの独立変数と確実に組になっている、” Fred は、“二つの変数の関係、ただし各々の入力値はただ一つの出力値となる、” Lea は、“ある変数の他の変数への従属関係、” Martin は、“或る定義域が値域を生み出すために特定の法則と結びついている数学的概念、” Milo は、“グラフの形状、” Ron は、“ただ一つの出力値をもつ、各々の入力値のこと、” Sally は、“各々の x のただ一つの y に対する一対一対応、垂直線テストを通過すること、” Steve は、“ y 値が二つの異なる x 値に重ならない方程式のような概念、それとギャップ(不連続性)がないこと、”と紙に書いている。

続く授業で調査参加者は関数の定義づけの活動をする。最初の活動では、関数とは・・・、という文を一つの言葉で完成させるもので、調査参加者たちは、関係、法則、過程、モデル、写像、グラフ、パタンという言葉で提示している。次の活動は、関数とは・・・、という文を複数の言葉で完成させるもので、Lea は、“或る変数の他の変数への(単射と全射での)従属関係、” Fred は、“垂直線テストを通過すること、” Carrie は、“総ての入力値が与えられればそれに応じた一つの出力値が出る関係もしくは法則、”と書いている。なお、八名総ての調査参加者はこれら三つの関数の定義に同意している。

次いで教授実験での教師が、少なくとも 10 通りの関数の定義が集まったけれども、これらは同じ定義か、と問うたところ、Steve は、“関係が全部を取り込んでいると思う、グラフ、写像、パタンは関係の成分、” Sally は、“関係は人々の関係のようにも使えるので曖昧な捉え方だけれども、関係と他の用語の使い方を見れば、関係として関数を話していることを皆が理解している、”と言う。ここで、Güçler (2016) は、Steve と Sally に最初の関数の定義づけからの変化があったとしている。

この後の教授実験で教師は調査参加者に

現在の微積分の教科書に掲載されている二つの関数の定義に至る前の数学史における四つの関数の定義が書かれたシートを提示している。Euler の 1748 の定義は、関数を変数と見るもので、変数の関数は、この変数と幾つかの定数量から或る方法で合成された解析的表現である、というものである。Euler は 1755 の定義では、関数を或る変数が他の変数で決定される総ての様相であると特徴づけている。Dirichlet の 1800 年の定義は、二つの変数 x と y との対応に言及したものである。Güçler (2016) は、Dirichlet の関数の定義により、それまでの Euler の定義からなるディスコースのメタ規則を変化させたとしている。Bourbaki の 1939 の定義では、関数は二つの集合の要素 x と y との関数関係とし、 y は x の関数値としている。Güçler (2016) は Bourbaki の定義に至ってメタ規則が静的になったとしている。

教授実験での教師が Euler の 1748 の定義について何を考えるか調査参加者に問うたところ、Steve は、“自分が述べた方程式は解析的表現のことだ、”と述べる。教師が、Euler が七年後に定義を変えたことを尋ねたところ、Sally は、“転換があって法則や定義を変える必要があった、”と言い、Milo は、“変化への着眼が分かった、”と言う。教師が、Euler の最初の定義に変化への着眼があったかどうか尋ねたところ、Milo は、“最初のへは無く、最初の定義が方程式に似ているのに対して、次の定義では変数に取り替わっている、”と述べる。Sally は、“誰かが最初の定義が間違っていることを立証したのか、”と言う。Güçler (2016) は、Sally の言う転換がメタ規則の転換を指摘しているとする。

Euler の定義の検証の後、調査参加者は Dirichlet と Bourbaki の定義に対する議論をする。Martin は、“Dirichlet の対応の使用が写像の考えの現れである、”と言い、Steve は、“Bourbaki の定義は誰もが深く理解し得る普遍的な関数の定義である、”と述べる。

調査参加者が学期の終わりのインタビューで、関数の定義を自分の言葉で述べることを求められたところ、教授実験の最初に示した彼ら彼女らの定義から変容があったと Güçler (2016) は述べている。Carrie は、関数を、“或る集合から要素を取り出し、それらを別の集合の要素に関係づける若しくは写像する法則である、”とし、Fred は、関数を、“変化であり対象である、自分の頭の中では強力なモデルなので、まだ入力値と出力値のモデルを使用したい、”と述べる。Lea は、“関数は或る変数から他の変数への従属関係、何かを変化するとそれに関して他の何かを変化させる原因となる、”と言い、Martin は、“何かが入力するとただ一つが出力する総ての入力値、”

と述べる。Milo は、“単射と全射が思い浮かぶ,”と述べ、Ron は、“数学者にとっては写像であり、子どもたちにとっては各々の入力値がただ一つの出力値をもたなければならないもの,”と述べる。Sally は、“入力値と出力値との関係,ただし各々の入力値はただ一つの出力値をもつ,”と述べ、Steve は、“一つの入力値が二つの出力値をもたない変数の集合,”と述べる。

4. Güçler(2016)の教授実験の結果の分析

ここでは、Güçler(2016)の教授実験を Güçler(2016)自身の分析からやや離れて分析していく。最初の授業から学期後のインタビューまでに関数の捉えを明らかに変容させたのは、Carrie, Martin, Milo, Ron, Sally, 及び Steve であり、変容させていないのが Fred 及び Lea である。

各々の調査参加者が最初の授業で示した関数の捉えは、強いメタ規則となっている。現在の教科書に掲載されているような関数の定義に対して、調査参加者が示した関数の多くの捉えは、より初歩的であり、幾つかは関数の性質を射止めているものの、幾つかは曖昧さを含んでいる。Güçler(2016)によるデータとしては提示されていないものの、或る数学的対象 最初は関数の教材として提示されるとしてもよい を巡り調査参加者が議論することとなれば、各々による異なる関数の捉えが現れるのだろう。

教授実験では、それぞれの関数の捉えをしている調査参加者が関数の定義づけを要求され、Steve と Sally が関数を捉えるための鍵概念が“関係である”と述べる。関数の捉えを変容させていく Steve にとっては学期後のインタビュー時に至るまでの過度期における関数の捉えの現れである。Sally は最初の授業で一対一対応に着目していることから、それを更に包括する視点で関係という語の使用に同意しているのかも知れない。

更に、数学史に出現する関数の定義を巡る議論で、Sally は定義の進化、Euler bによる最初の定義から次の定義への転換への着目に言及し、Milo はそこでは変化への着眼があったと述べている。Martin は Dirichlet による対応への着目を指摘し、Steve は Bourbaki の定義の普遍性に言及している。Sally, Milo, Steve と関数の捉えを最終的に変容させるけれども、数学史に現れる数学者のメタ規則 一定期間承認されている関数の定義と定義の変遷 に曝されることにより、自身のメタ規則を変容させていくことになる。

5. 好意性や信念とメタディスコース

Fred と Lea とは教授実験の最初と学期後とでは関数の捉えを変容させなかったけれども、しばしばメタディスコースが反復性を示すことを考慮すれば、彼ら彼女らの関数の捉えはメタ規則となっている。更に、Fred が、“自分の頭の中では強力なモデルなので、まだ入力値と出力値のモデルを使用したい,”と述べるように、彼のメタ規則には何らかの固着性が関与しているともとれる。Fred と Lea とも、教授実験を通して、様々な関数の捉えについて考え、関数の定義の歴史的推移についても考えていることから、メタ規則を変容させる機会は多くあった筈である。その上で、彼ら彼女らの関数の定義を変えさせないものは何であろうか。Sfard(2008)は、比較的安定したメタ規則もあるなかで、その可変性を大きな特徴の一つとしてあげているにもかかわらずである。

認知論からの分析をするとすれば、その固着性を信念もしくは好意性という語によって説明できそうである。信念や好意性によって支えられるメタ規則をメタディスコースとして認めてもよいものだろうか。勿論、特に信念には Sfard(2008)の言うメタ規則の価値負荷性、即ち共同体で共有されている規範が関係していそうであるけれども、信念は一人の個人の有するものでもあり得る。

Fred の、“自分の頭の中では強力なモデルなので,”という発言の背景には、入力値と出力値のモデルを学習した際の何らかの文脈、例えば当時の担当教師との係わりや授業の状況、或いは学習後でのそのモデルの使用経験など様々な影響があるのかもしれない。何れにしても、認知論で言う信念や好意性を説明するには、Sfard(2008)の言うメタディスコースの特徴に新たな視点をもたせる必要がありそうである。

なお、メタディスコースの特徴に好意性 好き嫌い を加えることを論じたのは浦野(2018)である。浦野(2018)は、Güçler(2016)の知見を分析することを通して、好意性に着目したのである。

6. 情意的性格とメタディスコース

信念や好意性は認知の情意的性格と密接に係わり、好意性は情意的性格そのものである。ところで、Sfard(2008)は、その論を通して情意には言及していない。その理由として、Sfard(2008)が掲載している事例の各々で情意が扱われていないため分析の対象になっていないこともあり得るものの、コモグニション論の今後の展望で言及している主体化、アイデンティティは、本来的には情意的性格を含むものなのである(cf. Erikson, 1959, 1968; Bishop, 2012; 高橋 2013, 2014, 2015)。参考のために Sfard(2008)が提示しているアイデンティティの定義をあげておく、More specifically, subjectifying is the process constructing d-object signified by such personal pronouns as I, you, and she. (p.290)

Taking the ubiquitous phenomenon of subjectifying as a point of departure, we may now operationalize the term identity as signifying the products of this activity. According to this definition, identities are to be understood as reifying narratives about a person, endorsed by their authors as reflecting the actual or expected state of affairs. (p,291)

Sfard(2008)のアイデンティティの定義に対しては、「語り」(narratives)の定義まで遡らなけれ

ば、その内容は分からない。Sfard(2008)の言う「語り」(narratives)とは次である、Narrative is any sequence of utterances framed as a description of objects, of relations between objects, or of process with or by objects, that is subject to endorsement or rejection with the help of discourse-specific substantiation procedures. Endorsed narratives are often labeled as true. (p.134)

結局、Sfard(2008)の論においては、「語り」が情意的影響を受けなければ、主体化、アイデンティティが情意的性格を持つとは言えないことになるし、私、あなた、彼女のような人称代名詞によって d-対象を構成するプロセスに情意的性格が含まれれば、アイデンティティにも情意的性格が含まれることになる。

では、Sfard(2008)が数学的对象を巡る「語り」において情意的性格に焦点を当てているかと言えば、彼女の示す事例や理論展開を踏査しても、その様な形跡は見られない。Sfard(2008)は寧ろ情意的性格に言及することを避けているようにも見える。

数学的对象の「語り」には情意的性格が影響を及ぼさないものかどうか。一般的な見解から言えば、「語り」に相当する現象を分析する数学教育学研究において情意的性格は多く扱われている(e.g., Hannula, 2002; Goldin, 2002; Goldin et al., 2011)。数学教育における教育現象として情意的性格は無視できない、否、大いに影響があると見なさなければならぬ。なお、Goldin(2002)やGoldin et al.(2011)を始めとする情意研究には認知論に起源をもつものも多く、Sfard(2008)はコモグニション論に認知論を超えコミュニケーション論と融合的な視点をもたせるために、情意的性格を扱うことを避けたのかも知れない。

7. 暗黙性とメタディスコース

Sfard(2008)はメタディスコースの特徴の一つとして暗黙性をあげている。メタ規則は、通常は観察者により特定されるもので、多くの場合ディスコースへの参加者にとっては意識されないものとSfard(2008)は述べる。観察者から見てディスコース参加者の行為を制御しているのは運用されているメタディスコースであると言う。他方で、ディスコース参加者が自らのメタディスコースを意識し、自身の行為におけるパタンを反省し、それらのパタンを新しい数学的对象に転化することがある。こうした活動は数学者に多く見られるとされ、この場合は承認されたメタディスコースであると言う。Güçler(2016)における八名の調査参加者の関数の捉えの意識化は、この承認されたメタディスコースにおけるものである。

ところで、人間の意識していない内面 暗黙性 を Polanyi(1958, 1966)は暗黙知(tact knowing)と呼んでいる。暗黙知は、豊富な情意的性格とイメージとを含む。Sfard(2008)の言う運用されているメタディスコースがディスコースへの参加者にとって暗黙であれば、メタディスコースに情意的性格やイメージが含まれるのではなからうか。先に述べた信念や好意性が運用されているメタディスコースの方向付けとなるに違いない。

勿論、承認されたメタディスコースが自身によって運用されているメタディスコースへの反省という意識化を経たものであれば、承認されたメタディスコースにも情意的性格が含まれることになる。例えば、Güçler(2016)に登場するFredは、自らの好意性を強く意識したかも知れないのである。

他方で、運用されているメタディスコースが承認されたメタディスコースとなる際に、情意的性格が引き離されて承認されたメタディスコースには情意的性格が含まれないという見解もある。しかしながら、Polanyi(1958, 1966)の論における焦点的意識と従属的意識とにおいては、焦点的意識が働く際、即ちSfard(2008)による反省という意識化の際にも暗黙知にある従属的意識は強く働いている。従属的意識は意識の表層に出現せずとも、焦点的意識に影響を与える。この従属的意識は情意的性格を含むものである。承認されたメタディスコースが情意的性格を含まないことはあり得ない。

ここに、メタディスコースの特徴として信念や好意性という情意的性格を含めることを提案する。

文献

- Güçler, B. (2016). Making implicit metalevel rules of the discourse on function explicit topics of reflection in the classroom to foster student learning. *Educational Studies in Mathematics*, 91, 375-393.
- Polanyi, M. (1958). *Personal knowledge: Towards a post-critical philosophy*. Chicago: The University Chicago press.
- Polanyi, M. (1966). *The tacit dimension*. Gloucester: Peter Smith Pub.
- Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. New York: Cambridge Univ. Press.
- 高橋等. (2013). 算数に関し子どもが形成する素朴なアイデンティティの様態 Wakuの場合. *数学教育学論究*, 95, 217-224.
- 高橋等. (2014). 小学生のもつ算数に関するアイデンティティ 二年生時から三年生時までの一貫性のあるものの特徴について. *数学教育学論究*, 96, 97-104.
- 高橋等. (2015). 或る小学生のもつ算数に関するアイデンティティ 情意的要素を中心としたアイデンティティの連関性と学習観の転換. *日本数学教育学会誌*, 97, 12, 4-15.

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計1件（うち査読付論文 0件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 高橋等	4. 巻 39
2. 論文標題 算数数学授業におけるメタディスコースの情意的性格	5. 発行年 2024年
3. 雑誌名 上越数学教育研究	6. 最初と最後の頁 15-22
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

〔学会発表〕 計0件

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 （ローマ字氏名） （研究者番号）	所属研究機関・部局・職 （機関番号）	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------