

令和 6 年 6 月 10 日現在

機関番号：24405
研究種目：基盤研究(C)（一般）
研究期間：2021～2023
課題番号：21K03349
研究課題名（和文）表面張力とジャンクションの動力学

研究課題名（英文）Kinetics on surface tension with junction

研究代表者

小俣 正朗 (Omata, Seiro)

大阪公立大学・数学研究所・特別研究員

研究者番号：20214223

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,000,000円

研究成果の概要（和文）：平均曲率加速度流を定式化した。特に振動を扱うことに対して、クランクニコルソン型の時間差分空間微分型汎関数を導入し、変分の最小化問題（第一段階は近似）に基づく数学構造を与えた。多重泡を扱うため、表面張力と粘着力のバランスによってジャンクションが自動的に動く方程式も導入した。これらに対して変分法や偏微分方程式に基づいた数学的意味づけとシミュレーション技法（計算技術）を確立した。この方法論により、双曲型自由境界問題、体積保存問題への新たなアプローチを確立した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

平均曲率加速度流に対する数学的、数値解析的方法論を確立した。これは水面に接触する石鹸膜の運動を記述する。スカラー関数の場合には、数学的定理をいくつか得た。また、多重泡の動力学が扱えるよう、ジャンクションを持つ泡の数値解析的扱いも確立した。これらの結果は、双曲型自由境界問題や大域問題に画期的な方法論を提起している。

研究成果の概要（英文）：We have established mathematical and numerical treatment of mean curvature acceleration flow. Moreover, we have established multi-bubble kinetics with free boundary. In this case, bubble touch each other and we call bubble intersection 'junction'. Our method also covers volume constraint phenomena which we need to treat non-local equations. These methods are based on variational treatment of time semi-discretized functional. By this, we have established standard method to treat hyperbolic free boundary problems.

研究分野：偏微分方程式論

キーワード：変分問題 数値解析

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

表面張力などをリーディングフォースとする運動の解析について平均曲率流など放物型方程式に分類される問題はさかんに研究されてきた。一方、加速度を考慮した波動型(双曲型)の問題については非常に限られた研究がなされてきただけであり、膜や界面の動的接触について数学的に理解することが強く求められている。石鹸膜がジャンクションを持ちながら重なり合う問題の場合、申請者などが放物型マルチフェーズ BMO アルゴリズムでジャンクションのつなぎ変わりを表現できることを示してきた。

しかしながら、双曲型では、マルチフェーズ BMO アルゴリズムについて、(1)平均曲率加速度流として定性的な動作することだけが確認できている段階であること。(2)ジャンクションのエネルギー記述が困難であること。と言う点において、手つかずの難問となっている。すなわち、スカラー的アプローチでは対象物内部の構造が全く扱えず、難問として立ちふさがっており、これらを解決する方向で研究を続けている。

2. 研究の目的

本研究は、泡や液滴などがそれ自身や障害物に接触する場合の動力学について、数理モデル構築と数学的手法の確立、数値解法の確立による現象の理解を目的としている。物理イメージとして、固体表面上の液滴、水中や水面上の泡、重なり合って動く泡の集合などを想定している。液滴の表面が障害物に接触する場所や泡の重なり合う場所をジャンクションと呼ぶことにする。この部分には強いエネルギーが集中しており、その動力学を解析するのが目標である。これらに対して変分法や偏微分方程式に基づいた数学的意味づけとシミュレーション技法(計算技術)を確立していくことを目標にしている。

現時点ではスカラー関数で表現できる問題に対して、クランクニコルソン型の時間差分空間微分型汎関数を導入した。この方法の特徴は、時間差分空間微分型汎関数のなかで、エネルギー保存が強く期待できる方法である。(線形の場合は、保存される。)

また、液滴の体積保存など大域的制約条件がある場合についての解析も行いやすく、スカラーの自由境界問題で一定の成果を期待できる。これは双曲型離散勾配流法の新しい取り組みに比べると言える。

3. 研究の方法

時間差分空間微分型汎関数を導入し、双曲型方程式を変分の最小化問題(近似)に持ち込み、その利点を生かして、自由境界問題や大域的制限問題を解くという方法論を主体とする。

また、この汎関数に基づき、数値計算方法の構築を目指す。多重泡構造を持つ問題の場合、レベルセットアプローチなどを用いて数値計算方法を開発していく。レベルセットとはある関数のグラフの等高線(面)のことをさし、ジャンクション部分はベクトル値関数の方向成分を用いて表現している。このアイデアによって、動的接触角を自動的に表現することができた。

4. 研究成果

本研究は、泡や液滴などがそれ自身や障害物に接触する場合の動力学について、数理モデル構築と数学的手法の確立、数値解法の確立による現象の理解を目的としていた。物理イメージは、固体表面上の重なり合って動く泡の集合体などの動力学を確立することが目的であった。液滴の表面が障害物に接触する場所や泡の重なり合う場所をジャンクションと呼び、この部分には粘着力に起因する強いエネルギーが集中しており、液滴や多重泡の挙動について支配的な意味を持つ場合が多い。これらの動力学構造を決定することが目的であった。

基本的に、平均曲率加速度流に基づく数学構造を与え、表面張力と粘着力のバランスによってジャンクションが自動的に動く方程式を導入した。これらに対して変分法や偏微分方程式に基づいた数学的意味づけとシミュレーション技法(計算技術)を確立していった。現時点ではスカラー関数で表現できる問題に対して、クランクニコルソン型の時間差分空間微分型汎関数を導入してきた。この方法の特徴は、時間差分空間微分型汎関数のなかで、エネルギー保存が強く期待できる方法である。(線形の場合は、保存される。)また、液滴の体積保存や位置エネルギーなど大域的制約条件がある場合についての解析も行いやすく、双曲型自由境界問題で一定の成果を得た。これは双曲型離散勾配流法の新しい取り組みになり、第一段階の結果といえる。特徴としては、線形の場合、差分の状態でもエネルギー保存則が保証されることである。このため従来の方と比べて、双曲型方程式との親和性は良くなっている。さらにタイヤやローラーの障害物との接触問題などにも応用が利くことが分

かってきており、それらの論文発表と講演が行われた。

また、多重レイヤー構造をもつ物体に対する動力学へも拡張を試みている。

さらに、泡などに包まれる物体についても、流体や非等方的な物質なども封入していくことが可能となった。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計6件（うち査読付論文 6件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 Akagawa Yoshiho, Ginder Elliott, Koide Syota, Omata Seiro, Svadlenka Karel	4. 巻 27
2. 論文標題 A Crank-Nicolson type minimization scheme for a hyperbolic free boundary problem	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Discrete & Continuous Dynamical Systems - B	6. 最初と最後の頁 2661 ~ 2661
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.3934/dcdsb.2021153	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Gavhale Siddharth, Svadlenka Karel	4. 巻 67
2. 論文標題 Dewetting dynamics of anisotropic particles: A level set numerical approach	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Applications of Mathematics	6. 最初と最後の頁 543 ~ 571
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.21136/AM.2021.0040-21	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Siddharth Gavhale, Karel Svadlenka	4. 巻 -
2. 論文標題 Dewetting dynamics of anisotropic particles - a level set numerical approach	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Applications of Mathematics	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.21136/AM.2021.0040-21	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Rhudaina Z. Mohammad, Hideki Murakawa, Karel Svadlenka, Hideru Togashi	4. 巻 239
2. 論文標題 A numerical algorithm for modeling cellular rearrangements in tissue morphogenesis	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Communications Biology 5	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1038/s42003-022-03174-6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Koji Kikuchi	4. 巻 35
2. 論文標題 Theory of functions of bounded variation and its applications	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Sugaku Expositions	6. 最初と最後の頁 29-52
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 4.D. Drozdenko, M. Knapek, M. Kruzik, K. Mathis, K. Svadlenka, J. Valdman	4. 巻 90
2. 論文標題 Elastoplastic deformations of layered structures	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Milan Journal of Mathematics	6. 最初と最後の頁 691-706
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00032-022-00368-9	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計2件 (うち招待講演 1件 / うち国際学会 1件)

1. 発表者名 Svadlenka karel
2. 発表標題 構造材料の弾塑性有限変形の変分解析
3. 学会等名 5. 日本数学会2023年会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Karel Svadlenka
2. 発表標題 Solution of hyperbolic equations through energy preserving approximations
3. 学会等名 The 46th Sapporo Symposium on Partial Differential Equations, Hokkaido University, Japa (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

〔図書〕 計1件

1. 著者名 Seiro Omata, Karel Svadlenka, Elliott Ginder	4. 発行年 2022年
2. 出版社 Springer	5. 総ページ数 94
3. 書名 Variational Approach to Hyperbolic Free Boundary Problems	

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	Ginder Elliott (Ginder Elliott) (30648217)	明治大学・総合数理学部・専任教授 (32682)	
研究分担者	菊地 光嗣 (Kikuchi Koji) (50195202)	静岡大学・工学部・教授 (13801)	
研究分担者	SVADLENKA KAREL (Svadlenka Karel) (60572188)	京都大学・理学研究科・准教授 (14301)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------