

令和 6 年 5 月 24 日現在

機関番号：32683

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2021～2023

課題番号：21K03354

研究課題名（和文）発展型偏微分方程式における高精度数値計算手法の構築

研究課題名（英文）On the construction of a high-precision numerical calculation method for time-evolving partial differential equations

研究代表者

土屋 拓也 (TSUCHIYA, Takuya)

明治学院大学・経済学部・准教授

研究者番号：50632139

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,000,000円

研究成果の概要（和文）：曲がった時空中におけるKlein-Gordon方程式と完全流体に対する高精度数値計算手法について調査した。Klein-Gordon方程式においては構造保存型数値計算手法を用いて、曲がった時空中で複数の差分方程式を導出し、そのうちの一つから生じる数値振動の原因を解明し、さらに膨張時空が与える数値解への影響を調べた。完全流体においては重力場の方程式とカップリングさせ方程式系全体で高精度な数値解を得た。加えて、重力場の方程式のより数値安定な方程式系の提案した。また、de Sitter時空中の非線形Schrodinger方程式や一様等方時空における発展方程式に対し、解析的な方面からの調査も行った。

研究成果の学術的意義や社会的意義

双曲型偏微分方程式においては、Laplace作用素を含む項が含まれ、この項から生じる離散化誤差が数値計算上の主要誤差になることが多い。そのため、Laplace作用素に対する離散化手法とその数値解に与える影響を調べることは、この項を含むすべての偏微分方程式の数値解析の発展に寄与すると考えられる。また、曲がった時空は偏微分作用素へ影響を与えるため、前述のLaplace作用素を含め偏微分方程式の安定性に寄与する可能性が高く、（偏）微分方程式の安定解析という分野に新たなアプローチが可能となると思われ、学術的意義が高いと考えられる。

研究成果の概要（英文）：We studied high-accuracy numerical methods for the Klein-Gordon equation and the perfect fluids in the curved spacetime. Using a structure-preserving numerical method, we derived some difference equations for the Klein-Gordon equation in curved spacetime and study their effects on the wave-forms of the solutions. We then clarified the cause of the numerical oscillations that occur from one of the difference equations. We also obtained the influence of space-time expansion on the solution. On the other hand, for perfect fluids, we performed some highly accurate simulations by coupling with the gravitational field equation. Furthermore, we proposed a more stable system of gravitational field equation and analyzed the nonlinear Schrodinger equation in the de Sitter spacetime and the time evolved differential equation in the homogeneous and isotropic spacetime.

研究分野：数値解析

キーワード：構造保存型数値解法 双曲型偏微分方程式 完全流体 曲がった時空

## 1. 研究開始当初の背景

エネルギー運動量テンソルは物質の配置を与えるテンソルであり、物質のエネルギー(質量密度)と運動量、応力をまとめて表記したテンソルである。また、その発散がエネルギー保存則と運動量保存則を表す。このテンソルを外力的なソースとして用いた方程式としては、一般相対論における重力場の方程式がある。これは、重力の影響による時空の変化を表す Einstein テンソルとエネルギー運動量テンソルのつり合いを表す式である。重力場の方程式は、時空の計量を発展変数とする非線形偏微分方程式であり、対称性などの簡略化を行わずに一般的に解くためには普通、エネルギー運動量テンソルを通して物質の情報を外力として与え、数値計算により解を求める。一方、エネルギー運動量テンソルの成分はエネルギー保存則と運動量の保存則、状態方程式を用いて求める。このため重力場の方程式を解く計算と、エネルギー運動量保存則(と状態方程式)を解く計算とをカップリングする。重力場の方程式においては、その数値計算の手法に関する研究が広く実施されている。一方で、エネルギー運動量テンソルの数値計算手法については流体现象の場合に特化した手法は広く研究が進んでいるものの、それ以外の現象については比較的数字が少ない。さらに、重力場の方程式とのカップリングによる体系的な手法については、それほど研究が行われてはいない。

## 2. 研究の目的

エネルギー運動量テンソルで扱われる変数における発展型偏微分方程式に対して、高精度な数値解を求める手法を確立する。エネルギー運動量テンソルに関してはその発散が保存されるという観点から、汎用的な発展方程式が得られるものの、数値計算をする場合にはあまり適切な形をしておらず、現象に即して個別に発展方程式が構築されることが多い。本研究では簡単なモデルとしてスカラー場を入れる場合と完全流体を対象として、高精度な数値計算手法を構築することを目的とする。スカラー場を考える場合には双曲型に分類される発展方程式となるが、流体现象の場合は双曲型になるとは限らない。そのため、本研究ではこれらの発展方程式(連続の式と運動方程式)に対して適切な離散化手法を与える方法を個別に構築する。

## 3. 研究の方法

スカラー場である Klein-Gordon 方程式に対しては、正準形式に変形して全 Hamiltonian を拘束条件として扱うことで、この値が時間経過とともに保たれる構造を離散化後の方程式に受け継ぐ構造保存型数値計算手法を用いて、高精度な数値解を求める。この手法による適切な離散方程式はすでに先行研究[参考文献]において構築済みで、その精度の確認やより高精度な結果の得られる離散方程式を提案する。

完全流体の方程式については、体系的な構造保存型数値計算手法による離散化方程式の提案ができておらず、重力場の方程式である Einstein 方程式とのカップリングによる系全体での高精度化を考える。手法としては、Einstein 方程式の数値安定化の方法として体系化されつつある拘束条件項の付加による方法を実施する。これには拘束条件の時間発展方程式の固有値解析が必要となるため、その調査も含め実施する。

上記 2 つの対象と方法に限らず、解析的な手法による安定化の調査やカップリング対象としての候補である Einstein 方程式の数値安定化の手法についても研究の対象とする。

## 4. 研究成果

本研究では、スカラー場と完全流体に対する発展方程式の高精度数値計算手法の構築を目的とし、スカラー場に関してはその目的を達成できた。一方で、完全流体に関しては部分的に達成できたといえる。その成果を区分すると、(1) Klein-Gordon 方程式における離散化手法の違いに対する波形への影響とその精度について系全体のエネルギーを保存する構造保存型数値計算手法を用いた調査、(2) 完全流体と重力場の方程式をカップリングさせて方程式系全体で高精度な数値解の導出、(3) エネルギー運動量テンソルとカップリング対象となる Einstein 方程式自体のより数値安定な方程式系の提案、(4) Klein-Gordon 方程式や完全流体の方程式以外の発展方程式に対する曲がった時空中での解の解析、となっている。

(1) Klein-Gordon 方程式に限らず、双曲型偏微分方程式には Laplace 演算子で構成される項が含まれ、この項に対する離散化手法を主に調査した。その理由として、この項から生じる数値誤差が多く、双曲型偏微分方程式における主要因となるためである。Klein-Gordon 方程式はこの項を含み、正準形式を構成可能であることなど、今回の高精度数値計算に適した方程式であるために対象として選んだ。また、微分演算子は時空の構造に影響を受ける。そのため本研究では、時空を膨張させることで微分演算子を通して方程式の数値安定性にもどのような影響を与えるかについても調べた。これについては既に、先行研究[参考文献]において膨張時空が数値安定性に寄与するという結果が得られており、その続きとして異なる差分表記においてどのように影響を与えるかについても調べた。

まず、平坦時空における Laplace 演算子の 1 階の中心差分の重ね掛けで表現した場合

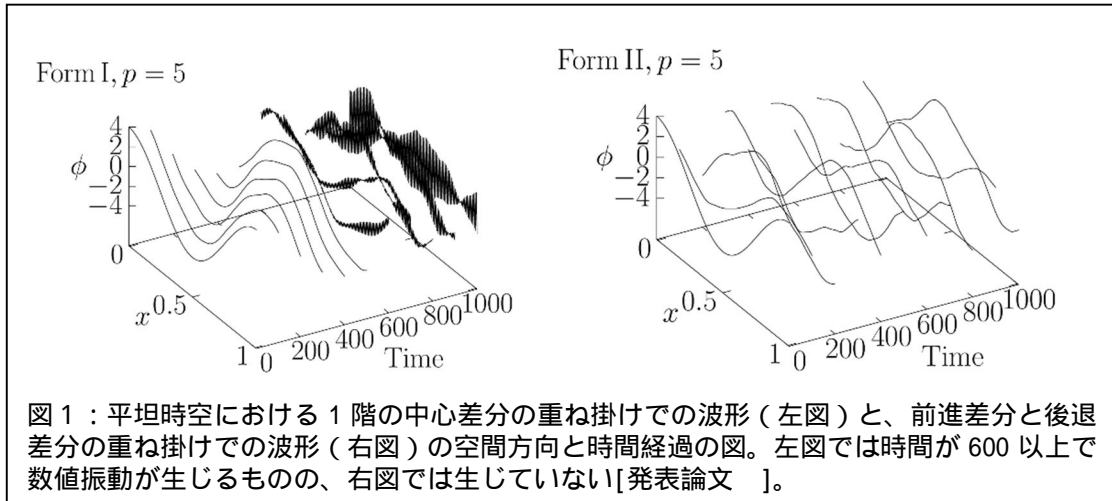


図 1 : 平坦時空中における 1 階の中心差分の重ね掛けでの波形 (左図) と、前進差分と後退差分の重ね掛けでの波形 (右図) の空間方向と時間経過の図。左図では時間が 600 以上で数値振動が生じるものの、右図では生じていない[ 発表論文 ]。

(Form I) と、前進差分と後退差分の重ね掛けで表現した場合 (Form II) とで、その数値結果についての違いを調べた。その結果として、Form I の場合は数値的に不安定の場合に数値振動が生じることがわかった (図 1 左図)。一方で、Form II の場合 (図 1 右図) は数値振動が生じず、Form I の場合と比べて安定だといえる。

数値振動の生じた理由として、差分表記上、Form I の場合には空間分割の偶数点でのグリッドと奇数点でのグリッドが独立して数値計算をしていくため、数値誤差などによりある時刻で偶数点と奇数点での波形に違いが生じたとしても、その違いをやり取りすることができず、偶数点と奇数点でそれぞれ独立に波形が伝播する (図 2)。一方、Form II の場合では、その差分表記からは偶数点と奇数点での情報のやり取りが行われる構造をしており、このような振動は生じないと考えられ、数値結果にも振動は生じない。

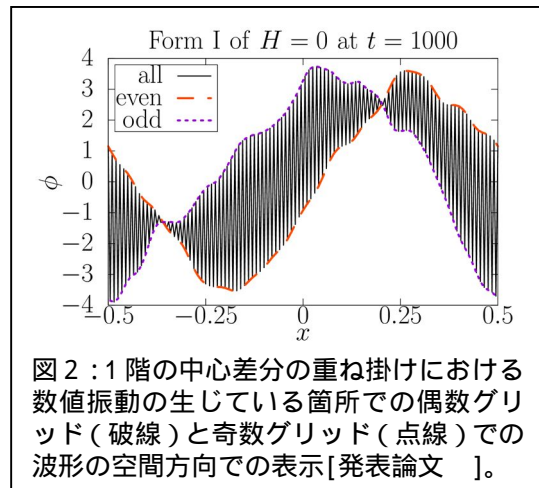


図 2 : 1 階の中心差分の重ね掛けにおける数値振動の生じている箇所での偶数グリッド (破線) と奇数グリッド (点線) での波形の空間方向での表示 [ 発表論文 ]。

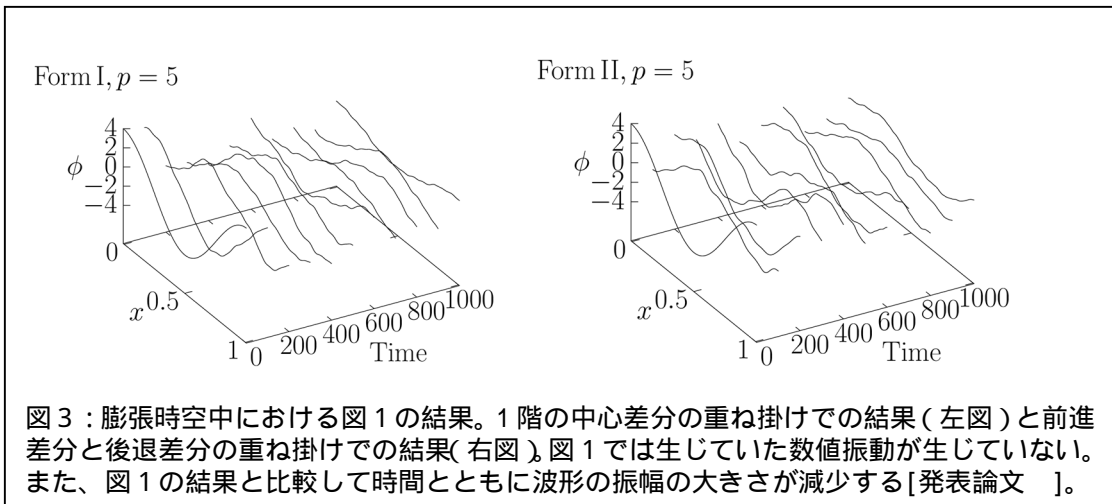


図 3 : 膨張時空中における図 1 の結果。1 階の中心差分の重ね掛けでの結果 (左図) と前進差分と後退差分の重ね掛けでの結果 (右図)。図 1 では生じていた数値振動が生じていない。また、図 1 の結果と比較して時間とともに波形の振幅の大きさが減少する [ 発表論文 ]。

時空を膨張させた場合には Form I において平坦時空中で生じていた波形の数値振動 (図 1 左図) が起こらなくなる (図 3 左図)。このことは、時空の膨張が数値安定性に寄与するといえる。なお、この数値安定性への寄与についてはすでに先行研究 [ 参考文献 ] において、報告済みである。また、時空の膨張により波形自体の振幅が時間経過とともに減少していくことがわかる (図 3)。この振幅の減少は Form I と Form II 共に見られ、このことは離散化手法に限らず生じる影響だと考えられる。

- (2) 完全流体の方程式を解きエネルギー運動量テンソルを媒介として Einstein 方程式とのカップリングすることで、方程式系全体として高精度な数値解を求めた。手法は、これまで Einstein 方程式においてはしばしば行われていた、発展方程式に拘束条件の項をペナルティ法のように付加し、その項によって安定化を行うものである。この方法では、付加する項に安定化のパラメータが存在し、この項の符号を正負どちらかに設定するかにより安定

化または不安定化することがある。これは、数値計算における誤差が時間とともに増加すること、その誤差が拘束条件に現れること、そして拘束条件で作られる項を発展方程式に付加することで、数値誤差をキャンセルさせるというものである。この場合、数値誤差と逆の符号で付加項が与えられていれば、数値安定性につながる。その符号自体は、拘束条件の時間発展方程式及びその係数の固有値を求めれば判明することがわかっている[参考文献]。そこで、安定化が期待されるようにパラメータを設定した。その結果として、拘束条件の破れが小さくなり、理論予測通り確かに精度の良い数値解が得られた(図4)。

一方で、方程式系全体からみると拘束条件の項の付加により、もともとの双曲型の構造に悪影響を与えているとの指摘も受け、これに関する調査は現在も継続中である。

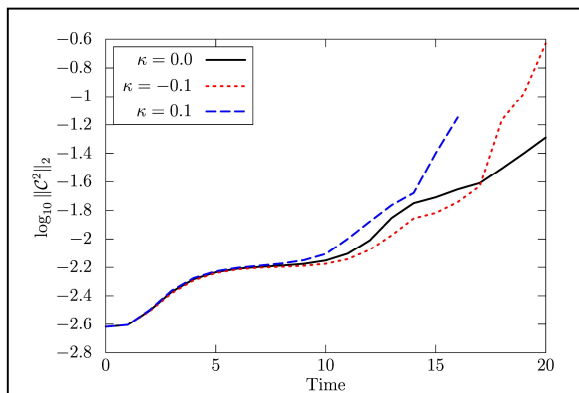


図4：完全流体の方程式に拘束条件から構成される項を付加し、その係数パラメータを-0.1, 0, 0.1とした場合の拘束条件の値の結果。-0.1とした結果(赤点線)は数値が下がり安定化したことを意味する。一方で0.1とした結果(青破線)は数値が上がって不安定化した[発表論文]。

- (3) エネルギー運動量テンソルとカップリングして解く重力場の方程式である Einstein 方程式に対しても、高精度な数値解が得られるようにより安定な方程式系に作り替えた系を提案した。こちらに関しては、曲がった時空として Schwarzschild 時空や Kerr 時空といったブラックホール時空であり、一般相対論では最も多くの研究がされている対象である。これに対して、安定な数値計算が可能となる方程式系を提案した。発展方程式に拘束条件から構成される項を付加することで、安定化を図る手法を用い、付加しない場合よりも数値安定であることを、拘束条件の時間発展方程式の固有値解析から確かめた(図5)。

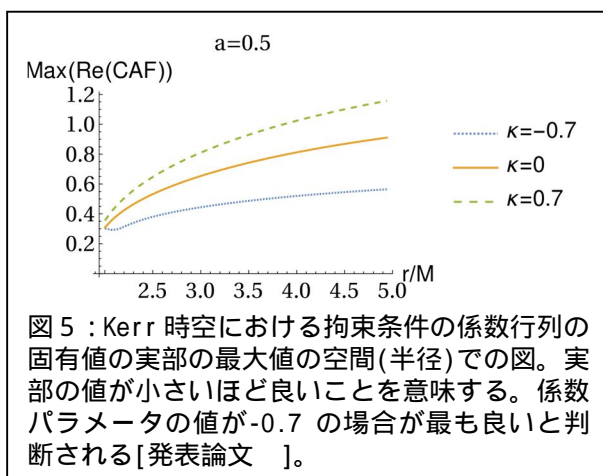


図5：Kerr 時空における拘束条件の係数行列の固有値の実部の最大値の空間(半径)での図。実部の値が小さいほど良いことを意味する。係数パラメータの値が-0.7の場合が最も良いと判断される[発表論文]。

この場合では、方程式系の提案と固有値解析による解析的な保証はしたものの、実際に数値計算による確認はまだできておらず、今後の課題となっている。

- (4) 本研究のメインターゲットとしては、Klein-Gordon 方程式、完全流体の方程式を対象としたが、将来的にはそれ以外の方程式にも適用範囲を広げていく予定である。その手始めとして非線形 Schrodinger 方程式のような、非線形偏微分方程式の分野における最も研究が盛んにおこなわれている方程式の1つに対しても、曲がった時空における解析を行った[発表論文]。また、これまでは de Sitter 時空という簡易な膨張収縮する時空か、Schwarzschild 時空のような局所的な時空を扱ってきたため、より一般的な宇宙論スケールでの現象に対して研究を広げるために、Friedmann-Lemaitre-Robertson-Walker 計量についての発展方程式の挙動も解析的な観点から調査した[発表論文]。

本研究での解析的な結果に対し、数値解析的手法による裏付けと、解析手法では調査のしにくい定量評価の調査に発展させていく予定である。

#### 参考論文

- T. Tsuchiya and M. Nakamura, J. Comput. Appl. Math. 361, 396-412 (2019).  
G. Yoneda and H. Shinkai, Phys. Rev. D 66, 124003 (2002).

#### 発表論文

- T. Tsuchiya, R. Urakawa, and G. Yoneda, JSIAM Lett. 14, 84-87 (2022).  
R. Urakawa, T. Tsuchiya, and G. Yoneda, Class. Quantum Gravity 39, 165002 (2022).  
T. Tsuchiya and M. Nakamura, Trends in Mathematics: Analysis, Applications, and Computations: Proceedings of the 13th ISAAC Congress, Ghent, Belgium, 2021, 549-562 (2023).

- T. Tsuchiya and M. Nakamura, JSIAM Lett. 15, 45-48 (2023).  
M. Ichimiya and M. Nakamura, Evol. Equ. Control The. 12 (2023).  
M. Nakamura, Tsukuba J. Math. 47 153-189 (2023).

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計9件（うち査読付論文 9件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 3件）

1. 著者名 Mikio Ichimiya, Makoto Nakamura	4. 巻 12
2. 論文標題 On the Cauchy problem for the Hartree type semilinear Schrodinger equation in the de Sitter spacetime	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Evolution Equations and Control Theory	6. 最初と最後の頁 1602 ~ 1628
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.3934/eect.2023028	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Makoto Nakamura	4. 巻 43
2. 論文標題 The Cauchy problem for a semilinear ordinary differential equation in the homogeneous and isotropic spacetime	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Tsukuba Journal of Mathematics	6. 最初と最後の頁 153 ~ 189
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ryosuke Urakawa, Takuya Tsuchiya, Gen Yoneda	4. 巻 39
2. 論文標題 On the stability of covariant BSSN formulation	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Classical and Quantum Gravity	6. 最初と最後の頁 165002 ~ 165002
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1088/1361-6382/ac7e16	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Takuya Tsuchiya, Makoto Nakamura	4. 巻 15
2. 論文標題 Numerical accuracy and stability of semilinear Klein--Gordon equation in de Sitter spacetime	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 JSIAM Letters	6. 最初と最後の頁 45 ~ 48
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.14495/jsiaml.15.45	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Takuya Tsuchiya, Ryosuke Urakawa, Gen Yoneda	4. 巻 14
2. 論文標題 Stable numerical simulation of Einstein equations in gravitational collapse space--time	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 JSIAM Letters	6. 最初と最後の頁 84 ~ 87
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.14495/jsiaml.14.84	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Makoto Nakamura, H. Takashima	4. 巻 34
2. 論文標題 On the Cauchy problem for the Klein-Gordon equation with the Hartree type semilinear term in the de Sitter spacetime	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Differential and Integral Equations	6. 最初と最後の頁 351 ~ 382
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Makoto Nakamura, Hiroshi Takeda	4. 巻 125
2. 論文標題 Asymptotic behaviors of global solutions for a semilinear diffusion equation in the de Sitter spacetime	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Asymptotic Analysis	6. 最初と最後の頁 203 ~ 245
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3233/asy-201652	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Makoto Nakamura, Yuya SATO	4. 巻 75
2. 論文標題 Existence and nonexistence of global solutions for the semilinear complex Ginzburg-Landau type equation in the homogeneous and isotropic spacetime	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Kyushu Journal of Mathematics	6. 最初と最後の頁 169 ~ 209
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2206/kyushujm.75.169	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -



1. 著者名 Takuya Tsuchiya, Makoto Nakamura	4. 巻 -
2. 論文標題 Numerical Simulations of Semilinear Klein-Gordon Equation in the de Sitter Spacetime with Structure-Preserving Scheme	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Trends in Mathematics: Analysis, Applications, and Computations Proceedings of the 13th ISAAC Congress, Ghent, Belgium, 2021	6. 最初と最後の頁 549 ~ 562
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-031-36375-7	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計29件 (うち招待講演 5件 / うち国際学会 8件)

1. 発表者名 星野 秀朋, 米田 元, 土屋 拓也
2. 発表標題 一様等方時空におけるEinstein方程式の共変BSSN形式に対する安定性について
3. 学会等名 第49回数値解析シンポジウム
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Hidetomo Hoshino, Takuya Tsuchiya, Gen Yoneda
2. 発表標題 Improving constraint stability of covariant BSSN formalism of the Einstein equations against homogeneous and isotropic spacetime background
3. 学会等名 10th International Congress on Industrial and Applied Mathematics (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 星野 秀朋, 土屋 拓也, 米田 元
2. 発表標題 Einstein方程式における共変BSSN形式の安定性について
3. 学会等名 2023年度応用数学合同研究集会
4. 発表年 2023年



1. 発表者名 Hidetomo Hoshino, Takuya Tsuchiya, Gen Yoneda
2. 発表標題 Improving stability of covariant BSSN formulation against homogeneous and isotropic spacetime background
3. 学会等名 ANZIAM2024 Conference (国際学会)
4. 発表年 2024年

1. 発表者名 Makoto Nakamura
2. 発表標題 Global solutions of Klein-Gordon equation under the quartic potential in the de Sitter spacetime
3. 学会等名 "14th International ISAAC Congress," Joint-Session "Recent Progress in Evolution Equations" and "Partial Differential Equations on Curved Spacetimes" (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Makoto Nakamura
2. 発表標題 On the Klein-Gordon equation under the quartic potential in the de Sitter spacetime, Workshop on Nonlinear Hyperbolic PDEs
3. 学会等名 Workshop on Nonlinear Hyperbolic PDEs; On the occasion of 60th birthday of Professor Yi Zhou (招待講演)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Makoto Nakamura
2. 発表標題 On small global solutions of Klein-Gordon equation under the quartic potential in the de Sitter spacetime
3. 学会等名 神戸大学解析セミナー (招待講演)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Makoto Nakamura
2. 発表標題 Global solutions of Klein-Gordon equation under the quartic potential in the de Sitter spacetime
3. 学会等名 大阪大学理学部数学教室談話会 (招待講演)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Makoto Nakamura
2. 発表標題 Remarks on global solutions on semilinear Klein-Gordon equations in Friedmann-Lemaitre-Robertson-Walker spacetimes
3. 学会等名 Mathematical Physics Seminar at the University of Texas Rio Grande Valley (招待講演)
4. 発表年 2024年

1. 発表者名 土屋 拓也, 中村 誠
2. 発表標題 De Sitter時空中における半線形Klein-Gordon方程式の高精度かつ安定な数値計算
3. 学会等名 日本応用数理学会2022年度年会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 星野 秀朋, 土屋 拓也, 米田 元
2. 発表標題 Einstein方程式の拘束条件の破れを抑えるような離散スキームについて
3. 学会等名 日本応用数理学会2022年度年会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 土屋 拓也, 中村 誠
2. 発表標題 de Sitter 時空中における半線形 Klein-Gordon 方程式の精度と数値安定性について
3. 学会等名 日本数学会2023年度年会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 土屋 拓也, 中村 誠
2. 発表標題 収縮する de Sitter 時空中における半線形 Klein-Gordon 方程式の解の挙動について
3. 学会等名 日本数学会2023年度年会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Makoto Nakamura
2. 発表標題 Global solutions and blow-up solutions of power-type semilinear Klein-Gordon equations in the de Sitter spacetime
3. 学会等名 微分方程式セミナー (大阪大学)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Makoto Nakamura
2. 発表標題 The Cauchy problem for the Klein-Gordon equation under the quartic potential in the de Sitter spacetime
3. 学会等名 応用解析研究会 (早稲田大学)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Makoto Nakamura
2. 発表標題 Global solutions for semilinear Proca equations in the de Sitter spacetime,
3. 学会等名 NLPDEセミナー (京都大学)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Makoto Nakamura
2. 発表標題 Global solutions for the Klein-Gordon equation under the quartic potential in the de Sitter spacetime
3. 学会等名 熊本大学応用解析セミナー (熊本大学)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Makoto Nakamura
2. 発表標題 Existence and non-existence of global solutions for the Klein-Gordon equation in the de Sitter spacetime
3. 学会等名 第65回南大阪応用数学セミナー (大阪公立大学)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Makoto Nakamura
2. 発表標題 Semilinear Proca equations in the de Sitter spacetime
3. 学会等名 第18回非線型の諸問題
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Makoto Nakamura
2. 発表標題 On the Cauchy problem for the Klein-Gordon equation under the quartic potential in the de Sitter spacetime
3. 学会等名 Analysis & PDE seminar (Stanford University) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Makoto Nakamura
2. 発表標題 On the Klein-Gordon equation under the quartic potential in the de Sitter spacetime,
3. 学会等名 Japanese Academic Seminars at Stanford (Stanford University) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Makoto Nakamura
2. 発表標題 The Cauchy problem of Klein-Gordon equation under the quartic potential in the de Sitter spacetime,
3. 学会等名 Distinguished Colloquium Series (The University of Texas Rio Grande Valley) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Makoto Nakamura
2. 発表標題 On the Cauchy problem for the semilinear Proca equations in the de Sitter spacetime
3. 学会等名 国際研究集会 ``The 13th International ISAAC Congress,`` Session ``Partial Differential Equations on Curved Spacetimes" (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Takuya Tsuchiya
2. 発表標題 Numerical simulations of semi-linear Klein-Gordon equations in the de Sitter spacetime with structure preserving scheme
3. 学会等名 国際研究集会 ``The 13th International ISAAC Congress,`` Session ``Partial Differential Equations on Curved Spacetimes" (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 土屋 拓也
2. 発表標題 有限要素法による双曲型偏微分方程式の構造保存数値計算
3. 学会等名 日本応用数理学会2021年度年会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 土屋 拓也, 浦川 遼介, 米田 元
2. 発表標題 重力崩壊する時空におけるEinstein方程式の高精度数値計算
3. 学会等名 日本応用数理学会2021年度年会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 土屋 拓也
2. 発表標題 有限要素法による双曲型偏微分方程式の構造保存数値計算
3. 学会等名 日本数学会2021年度秋季総合分科会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 土屋 拓也, 浦川 遼介, 米田 元
2. 発表標題 質量保存を考慮した重力崩壊する時空における Einstein 方程式の数値計算
3. 学会等名 日本数学会2022年度年会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 土屋 拓也, 浦川 遼介, 米田 元
2. 発表標題 質量保存を考慮した重力崩壊する時空における Einstein 方程式の数値計算
3. 学会等名 応用数学に関する研究発表会
4. 発表年 2021年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	中村 誠  (NAKAMURA Makoto)  (70312634)	大阪大学・大学院情報科学研究科・教授    (14401)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計1件

国際研究集会 国際研究集会`The 13th International ISAAC Congress,' Session `Partial Differential Equations on Curved Spacetimes"	開催年 2021年~2021年
--	--------------------

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------