

令和 6 年 4 月 19 日現在

機関番号：11501

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2021～2023

課題番号：21K04016

研究課題名（和文）高温超伝導体の応用機器設計を目指した先進的電磁界解析技術の開発

研究課題名（英文）Development of Advanced Numerical Techniques for Electromagnetic Field Computations for Design of Engineering Application Using High-Temperature Superconductor

研究代表者

神谷 淳（Kamitani, Atsushi）

山形大学・大学院理工学研究科・教授

研究者番号：00224668

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,200,000円

研究成果の概要（和文）：高温超伝導体薄膜がクラックを含む場合、遮蔽電流密度解析は各Newtonステップにおける一般化鞍点問題に帰着する。しかし、良く知られているように、一般化鞍点問題は数値的に解くのが困難である。本研究では、一般化鞍点問題のソルバーとして4種類の手法を開発し、特殊AiVRMと名付けた。さらに、特殊AiVRMは大規模遮蔽電流密度解析の強力なツールになり得ることを数値実験により実証した。上記特殊AiVRMを実装することにより、遮蔽電流密度解析コードを開発し、同コードを用いて超伝導リニア加速システムの加速性能を解析した。その結果、現実的な加速距離をもつSLAシステムの開発可能性を数値的に検証した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

2050年までにカーボンニュートラルで持続可能な新しい世界を実現するためには、高温超伝導を含めた革新的科学技術を社会実装する必要がある。特に、高温超伝導体の応用技術は、低炭素社会に対応するためのキーテクノロジーの一つである。近年、高温超伝導応用機器に対してはICT技術の進展に伴うスマート化に対応した高い制御性能も要求される。この意味から、高温超伝導応用機器の設計開発に際しては、超伝導体中を流れる遮蔽電流密度や超伝導体周辺の電磁界の解析が不可欠となっている。本研究は、大規模遮蔽電流密度解析を高速・高精度で実現するための本質的な基礎技術を開発した。

研究成果の概要（英文）：For the case where cracks are contained in a high-temperature superconducting thin film, the shielding current analysis in the film reduces to a generalized saddle-point problem. However, it is well known that the problem is difficult to solve numerically. In the present study, four types of methods for solving a generalized saddle-point problem have been developed and they are collectively called a special AiVRM. In addition, it is numerically demonstrated that a special AiVRM can be a powerful tool for a large-scale shielding current analysis. By implementing a special AiVRM, a numerical code has been developed for shielding current analysis. An acceleration performance of the Superconducting Linear Acceleration (SLA) system is investigated by means of the code. As a result, it is numerically found that the SLA system with a realistic acceleration distance can be realized.

研究分野：超伝導工学，電磁界解析，数値解析学

キーワード：高温超伝導体 遮蔽電流密度 有限要素法 高速多重極法 H-行列法 前処理技術 高性能計算 鞍点問題

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

### 1. 研究開始当初の背景

2050年までにカーボンニュートラルで持続可能な新しい世界を実現するためには、高温超伝導を含めた革新的科学技術を社会実装する必要がある。特に、高温超伝導体の応用技術は、電力機器、産業機器、理化学機器、医療機器等の幅広い分野へ応用が期待され、低炭素社会に対応するためのキーテクノロジーの一つである。近年、高温超伝導応用機器に対しては高効率化とダウンサイジング化だけでなく、ICT技術の進展に伴うスマート化に対応した高い制御性能も要求される。この意味から、高温超伝導応用機器の設計開発に際しては、これら多くの要素を同時に考慮する必要があるため、超伝導体中を流れる遮蔽電流密度や超伝導体周辺の電磁界の解析が不可欠な技術となっている。

電流ベクトル・ポテンシャル法による定式化の後、有限要素法(FEM)で空間的に離散化すると、遮蔽電流密度方程式を陰解法で解くのに要する演算量は $O(n^3)$ となる。ここで、 $n$ はFEMの全節点数を示す。この膨大な演算量は、遮蔽電流密度方程式がGreen関数を積分核とする領域積分項を含むこと、及び、遮蔽電流密度と電界の間に強い非線形性があることに起因する。

上記難点を解決するため、筆者は次の2種類の方法を提案した：

- (1) 遮蔽電流密度方程式を空間に関して離散化して得られる連立常微分方程式に時間刻み自動制御型Runge-Kutta法を適用する。
- (2) 遮蔽電流密度方程式を時間に関して離散化して得られる非線形境界値問題を各時間ステップにおいてNewton法で解き、Newton法の各反復における線形境界値問題の解法にはKrylov空間法を適用する。

その結果、両法とも演算量を $O(n^2)$ に減少させ、遮蔽電流密度解析を高速化することに成功した。しかしながら、上記2種類の方法でさえ、節点数が数万を超えると、CPU時間が数万秒以上になると予想される。この結果は、数百万以上の節点を用いた超伝導応用機器中の遮蔽電流密度解析が現実的でないことを示唆する。

上記の学術的背景から、遮蔽電流密度解析に要する演算量を $O(n)$ または $O(n \log n)$ 程度にまで低減できるか否かという問題が本研究課題の核心をなすと言えよう。

### 2. 研究の目的

よく知られているように、高温超伝導体中における遮蔽電流密度を解析する手法は、時間と空間に関する離散化の順序によって2種類に大別できる。先に空間に関して離散化すると、遮蔽電流密度の初期値・境界値問題は常微分方程式系 $d\mathbf{T}/dt=\mathbf{f}(t, \mathbf{T})$ の初期値問題に変換される。但し、 $\mathbf{T}$ は電流ベクトル・ポテンシャルに対応する $n$ 次元節点ベクトルである。同常微分方程式系の右辺に現れるベクトル値関数 $\mathbf{f}(t, \mathbf{T})$ を評価するには、密係数行列 $\mathbf{W}$ をもつ連立1次方程式を解く必要がある。係数行列 $\mathbf{W}$ は時間 $t$ に依存しないため、常微分方程式系を解く前に $\mathbf{W}$ を1回だけLU分解しておけば、遮蔽電流密度解析に要する演算量は $O(n^2)$ となる。しかし、常微分方程式系に帰着させる方法では、計算機コストをこれ以上減少させるのは不可能である。

一方、先に時間に関して離散化すると、初期値・境界値問題は各時間ステップにおける非線形境界値問題に帰着するが、Newton法による非線形境界値問題の求解には膨大な計算時間を要する。これは、Newton法の各反復で密係数行列 $\mathbf{A}$ をもつ連立1次方程式を解かねばならないことに起因する。この問題を解決するため、筆者は連立1次方程式の解法にKrylov空間法を適用した。その結果、初期値・境界値問題の解法に要する演算量を $O(n^2)$ まで低減することに成功した。さらに、密係数行列 $\mathbf{A}$ から $\mathbf{W}$ を取り除くと、残りの行列 $\mathbf{A}-\mathbf{W}$ が疎行列となることを、筆者は見出した。この事実は、行列 $\mathbf{W}$ と任意ベクトル $\mathbf{v}$ との高速積を実装することによってKrylov空間法の演算量を $O(n)$ または $O(n \log n)$ 程度にまで低減できることを示唆している。即ち、数百万個以上の節点を用いた大規模遮蔽電流密度解析がパソコン上で実現可能であると期待できる。

本研究では、上記高速・高精度計算法を用いて各Newtonステップにおける連立1次方程式を解くための解析技術を開発する。換言すれば、本研究の目的は高温超伝導体中の遮蔽電流密度の時間発展を評価するための高速・高精度解析技術を開発することである。さらに、同技術を用いて超伝導応用機器の設計支援ツールを製作することである。

### 3. 研究の方法

本研究では、高温超伝導体中の遮蔽電流密度の時間発展を解析する高速・高精度手法を考案し、同手法を用いて超伝導応用機器を解析した。具体的な達成目標として、「方法論開発フェーズ」、「高性能化フェーズ」、「工学的実証フェーズ」の3段階を設定した。

「方法論開発フェーズ」では、幾何学的モデル化と物理的モデル化を行うことにより、混合状態下の高温超伝導体を記述する数値モデルを構築する。「高性能化フェーズ」では、高速多重極法や $H$ -行列法を用いて、遮蔽電流密度の支配方程式の初期値・境界値問題を解くための数値シミュレーション・コードを開発する。その際、行列要素の計算と大規模連立非線形方程式の解法がCPU時間の大部分を占める。それ故、本研究では、PCクラスタやGPGPUによる並列分散処理を用いて要素計算と大規模連立非線形方程式の解法を高速処理する。「工学的実証フェーズ」で

は、超伝導応用機器中の遮蔽電流密度の時間変化を定量的に評価する。具体的には、高温超伝導リニアカタパルトを用いた超高速ペレット射出装置の加速性能を定量的に評価する。

#### 4. 研究成果

##### (1) 対称版/非対称版改良型変数低減法の開発

電流ベクトル・ポテンシャル法で定式化された遮蔽電流密度方程式の初期値・境界値問題を時間に関して離散化すると、各時間ステップにおいて非線形境界値問題が得られる。しかしながら、高温超伝導薄膜がクラックを含む場合、非線形境界値問題に Newton 法を適用すると、膨大な計算時間を浪費する。これは、Newton 法の各反復で解くべき一般化鞍点問題に起因している。

よく知られているように、鞍点問題は数値的に解くのが困難である。同問題を効率的に解く目的で零空間法が開発され、筆者等によって変数低減法 (Variable Reduction Method, VRM) が提案されたが、両法は計算コストの高い QR 分解を前提とする。この問題を解決する目的で、筆者等は QR 分解を用いないで対称鞍点問題のソルバーを定式化し、改良型変数低減法 (improved Variable Reduction Method, iVRM) と名付けた。さらに、iVRM の性能を数値的に調べた結果、収束特性と計算コストの両面から iVRM は ICCG 法よりも対称鞍点問題のソルバーとして優れていることが判明した。

本来、iVRM は対称鞍点問題のソルバーとして開発されたものであるから、そのままでは遮蔽電流密度解析に現れる非対称鞍点問題には適用できない。この意味から、筆者は非対称鞍点問題に適用できるように iVRM の基本概念を拡張し、非対称鞍点問題の高性能ソルバー AiVRM と AiVRM2 を開発することを成功した。さらに、本研究では AiVRM の他の変種を探索し、その性能を数値的に評価することを目指した。この目的のために、筆者は  $\lambda$  消去補行列と境界条件記述行列が満たすべき条件を導き出し、同条件を満足する  $\lambda$  消去補行列と境界条件記述行列の候補として 4 種類の組み合わせを得た。これは、非対称鞍点問題のソルバーとして、AiVRM と AiVRM2 を含めた変種が 4 種類だけ得られたことを意味する。加えて、AiVRM の 4 変種と ILDU-GMRES の性能を数値的に比較した結果、AiVRM の 4 変種は ILDU-GMRES と比べて収束特性の点ではるかに優れていることが判明した。さらに、数万以上の自由度をもつ離散モデルの場合、AiVRM の 4 変種が ILDU-GMRES よりも十分高速になることも示された。以上の結果から、AiVRM の 4 変種は大規模遮蔽電流密度解析の強力なツールになり得ると結論付けられる。

##### (2) 超伝導リニア加速システムの加速性能解析

核融合科学研究所の柳と本島は、磁気閉じ込め核融合炉への燃料ペレットの射出法として超伝導リニア加速 (SLA) システムを提案し、SLA システムによって固体水素ペレットを最高速度 5km/s まで加速できると試算した (Fig.1 参照)。しかし、SLA システムはまだ試作段階であるばかりか、ペレットの最高速度はまだ実験的にも達成されていない。この意味から、SLA システムの加速性能を数値的に検証することは必要不可欠である。

従来、筆者等は、高温超伝導薄膜中を流れる遮蔽電流密度の時間発展問題を数値的に解くことにより、SLA システムの加速性能を解析してきた。その結果、電磁石レールに沿って整列した複数電磁石を用いれば、目標速度 5km/s を約 7 秒で達成できることを数値的に示した。一方で、目標速度の達成には 20km もの長さの電磁石レールが必要となることも判明した。

本研究では、ペレットの加速距離を最小化する目的で、電磁石形状の最適化と外部磁石の追加を行った。その結果、両アプローチを行った場合でさえ、SLA システムの加速距離を 1km 以下にすることは不可能であった。そのため、第 2 段階として、電磁石に流す電流の時間変化を指数関数緩和型にすることを提案し、電流パラメタが加速距離に及ぼす影響を調べた。その結果、電磁石に同型電流を流すことによって数百メートルの加速距離で目標速度を得られる可能性があることを数値的に実証した (Fig.2 参照)。さらに、電磁石に流す最大電流は加速距離の減少に殆ど影響しないが、時定数はそのための重要なパラメタであることが判明した。以上の結果から、現実的な加速距離をもつ SLA システムの設計が現実的であると結論付けられる。

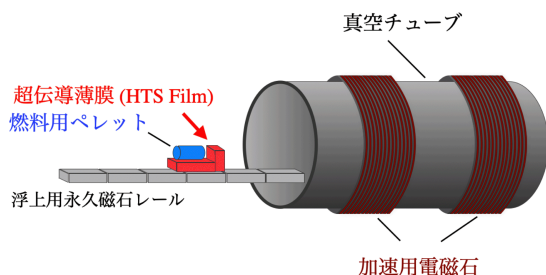


Fig. 1. SLA システムの概念図。

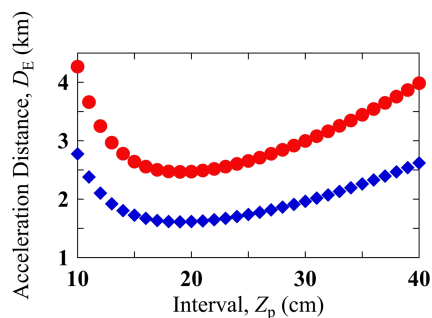


Fig. 2. 加速距離の電磁石間隔への依存性。但し、● :  $I_0 = 100$  kA, ◆ :  $I_0 = 150$  kA。ここで、 $I_0$  は最大電流を示す。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計10件（うち査読付論文 10件／うち国際共著 0件／うちオープンアクセス 8件）

1. 著者名 KAMITANI Atsushi、TAKAYAMA Teruo、SAITOH Ayumu、NAKAMURA Hiroaki	4. 巻 17
2. 論文標題 Linear-System Solver for EFG-Type Saddle-Point Problem without Using QR Decomposition	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Plasma and Fusion Research	6. 最初と最後の頁 2403014 ~ 2403014
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1585/pfr.17.2403014	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 Takayama Teruo、Saitoh Ayumu、Kamitani Atsushi	4. 巻 10
2. 論文標題 Numerical Approach to Enhanced-Performance of Superconducting Linear Accelerator Using Multiple-Electromagnets	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Journal of Advanced Simulation in Science and Engineering	6. 最初と最後の頁 21 ~ 30
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.15748/jasse.10.21	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 Takayama T.、Yamaguchi T.、Saitoh A.、Kamitani A.	4. 巻 32
2. 論文標題 Numerical Optimization of Electromagnet Current Distribution in Superconducting Linear Acceleration System	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 IEEE Transactions on Applied Superconductivity	6. 最初と最後の頁 1 ~ 5
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1109/TASC.2022.3158374	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Takayama Teruo、Yamaguchi Takazumi、Saitoh Ayumu、Kamitani Atsushi	4. 巻 31
2. 論文標題 Improvement of Superconducting Linear Acceleration System for Pellet Injection: Optimization of Current Profile	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 IEEE Transactions on Applied Superconductivity	6. 最初と最後の頁 1 ~ 5
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1109/TASC.2021.3064795	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 KAMITANI Atsushi、TAKAYAMA Teruo、SAITOH Ayumu、NAKAMURA Hiroaki	4. 巻 16
2. 論文標題 Acceleration Techniques for Linear-System Solver in Shielding Current Analysis of Cracked HTS Film	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Plasma and Fusion Research	6. 最初と最後の頁 2405005 ~ 2405005
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1585/pfr.16.2405005	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 TAKAYAMA Teruo、YAMAGUCHI Takazumi、SAITOH Ayumu、KAMITANI Atsushi、NAKAMURA Hiroaki	4. 巻 16
2. 論文標題 Multi-Objective Optimization of Superconducting Linear Acceleration System for Pellet Injection by Using Finite Element Method	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Plasma and Fusion Research	6. 最初と最後の頁 2401025 ~ 2401025
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1585/pfr.16.2401025	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 KAMITANI Atsushi、SHINDO Yuito、TAKAYAMA Teruo、NAKAMURA Hiroaki	4. 巻 18
2. 論文標題 Improved Variable-Reduction Method and Its Variant for Solving Asymmetric EFG-Type Saddle-Point Problem	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Plasma and Fusion Research	6. 最初と最後の頁 2403039 ~ 2403039
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1585/pfr.18.2403039	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 TAKAYAMA Teruo、SAITOH Ayumu、KAMITANI Atsushi、NAKAMURA Hiroaki	4. 巻 18
2. 論文標題 Numerical Investigations on Superconducting Linear Acceleration System by Using Finite Element Method: Influence of Magnet Current on Pellet Velocity	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Plasma and Fusion Research	6. 最初と最後の頁 2405055 ~ 2405055
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1585/pfr.18.2405055	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

[学会発表] 計24件(うち招待講演 1件/うち国際学会 15件)

1. 発表者名 Atsushi Kamitani
2. 発表標題 High-Performance Linear-System Solver for Asymmetric EFG-Type Saddle-Point Problem
3. 学会等名 ISEM2022 (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Teruou Takayama
2. 発表標題 Numerical Simulation of Superconducting Linear Accelerator: Enhanced-Performance of Pellet Injection
3. 学会等名 ISEM2022 (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Atsushi Kamitani
2. 発表標題 Improved Variable-Reduction Method for Asymmetric Saddle-Point Problem
3. 学会等名 JSST2022 (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Teruou Takayama
2. 発表標題 Numerical Approach to Enhanced-Performance of Superconducting Linear Accelerator Using Multiple-Electromagnets
3. 学会等名 JSST2022 (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Atsushi Kamitani
2. 発表標題 Improved Variable-Reduction Method and Its Variant for Solving Asymmetric EFG-Type Saddle-Point Problem
3. 学会等名 ITC-31 (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Teruou Takayama
2. 発表標題 Numerical Investigations on Superconducting Linear Acceleration System by Using Finite Element Method: Influence of Magnet Current on Pellet Velocity
3. 学会等名 ITC-31 (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 高山彰優
2. 発表標題 超伝導リニア加速システムの FEM シミュレーション:電磁石電流がペレット速度に及ぼす影響
3. 学会等名 日本応用数理学会2022年度年会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 神谷淳
2. 発表標題 非対称 EFG 型鞍点問題への改良型変数低減法の拡張
3. 学会等名 日本応用数理学会2022年度年会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 高山彰優
2. 発表標題 超伝導リニア加速システムの数値シミュレーション：電磁石電流が加速性能に及ぼす影響
3. 学会等名 【非線形問題の高性能解法と可視化技術に関する研究会】 2022 年度第 1 回研究会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 神谷淳
2. 発表標題 X-EFG法により得られた非対称鞍点問題に対する高性能ソルバー：AiVRMとその変種
3. 学会等名 【非線形問題の高性能解法と可視化技術に関する研究会】 2022 年度第 1 回研究会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Atsushi Kamitani
2. 発表標題 High-Performance Solver for EFG-Type Saddle-Point Problem: Improved Variable-Reduction Method
3. 学会等名 JSST2021 ( 国際学会 )
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Teruou Takayama
2. 発表標題 Numerical Investigation on Superconducting Linear Acceleration System: Shape Optimization of Current Distribution in Electromagnet
3. 学会等名 JSST2021 ( 国際学会 )
4. 発表年 2021年



1. 発表者名 Teruou Takayama
2. 発表標題 Numerical Optimization of Electromagnet Current Distribution in Superconducting Linear Acceleration System
3. 学会等名 MT27 (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 神谷淳
2. 発表標題 EFG型鞍点問題に対する改良型変数低減法の収束特性
3. 学会等名 日本応用数理学会2021年度年会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 高山彰優
2. 発表標題 超伝導リニア加速システムの数値シミュレーション：電磁石の形状最適化
3. 学会等名 日本応用数理学会2021年度年会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 神谷淳
2. 発表標題 EFG型鞍点問題に対する高性能ソルバーの開発：改良型変数低減法
3. 学会等名 MAGDA2021
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Atsushi Kamitani
2. 発表標題 High-Performance Linear-System Solver for Asymmetric Saddle- Point Problem Obtained by Discretization with Extended Element-Free Galerkin Method
3. 学会等名 COMPUMAG2023 ( 国際学会 )
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Teruou Takayama
2. 発表標題 FEM Analysis on Performance Improvement of Superconducting Linear Acceleration System
3. 学会等名 COMPUMAG2023 ( 国際学会 )
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Atsushi Kamitani
2. 発表標題 Linear System Solvers for Large-Scale Asymmetric EFG-Type Saddle-Point Problem: Are There Any Variants of AiVRM?
3. 学会等名 JSST2023 ( 国際学会 )
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Teruou Takayama
2. 発表標題 Current profile optimization for improving performance of superconducting linear acceleration system
3. 学会等名 JSST2023 ( 国際学会 )
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Atsushi Kamitani
2. 発表標題 Four Types of Improved Variable-Reduction Methods for Solving Asymmetric EFG-Type Saddle-Point Problem
3. 学会等名 ISEM2023 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Teruou TAKAYAMA
2. 発表標題 Numerical Verification of Performance Improvement for Superconducting Linear Acceleration System
3. 学会等名 ISEM2023 (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 高山彰優
2. 発表標題 FEM による超伝導リニア加速システムの性能検証
3. 学会等名 MAGDA2023
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 神谷淳
2. 発表標題 非対称EFG 型鞍点問題に対する高性能ソルバーの開発: AiVRM の変種は存在するか?
3. 学会等名 MAGDA2023
4. 発表年 2023年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------