

令和 6 年 5 月 26 日現在

機関番号：10101

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2021～2023

課題番号：21K11743

研究課題名（和文）定数段数回路における計算限界導出技法の研究

研究課題名（英文）Research on Proof Techniques for Lower Bounds on Constant Depth Circuits

研究代表者

脊戸 和寿（Kazuhisa, Seto）

北海道大学・情報科学研究院・准教授

研究者番号：20584056

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,100,000円

研究成果の概要（和文）：定数段数回路における下界証明技法の開発およびそれを用いた充足可能性判定アルゴリズムの設計を目標とした。新たな下界証明技法を開発することはできなかったが、特定の形をした3段回路の充足可能性判定問題を全探索よりも指数的に高速に解くアルゴリズムを示した。また、幅2分岐プログラムにおける充足可能性問題が、分岐プログラムのサイズが線形サイズであれば全探索よりも指数的に高速に解くことを示した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

3段回路の充足可能性問題は線形サイズであれば、全探索よりも指数的に高速に解くことができることは知られているが、サイズの制限なしに同様のアルゴリズムが設計できるかは未だ知られていない。強指数時間仮説により、そのようなアルゴリズムは2段回路であっても、存在しないと予想されているが、特定の性質を持っていれば、3段回路でも高速なアルゴリズム設計が可能であることを明らかにした。本研究成果は、未解決問題が多く存在する3段論理回路の理解を深めることに役立つと考えられる。

研究成果の概要（英文）：We aimed to develop techniques for proving lower bounds on constant depth circuits and design an exact satisfiability algorithm using these techniques.

We could not achieve the first aim, but we designed a satisfiability algorithm for some structured depth-3 circuits faster than the exhaustive search.

We also showed that the satisfiability of linear-sized width-2 branching programs is solvable in moderately exponential time.

研究分野：理論計算機科学

キーワード：Satisfiability Bounded Width Branching Program Depth-3 Circuit

1. 研究開始当初の背景

理論計算機科学分野における計算量理論分野にはいくつもの未解決問題が存在する。その最も代表的なものが、P 対 NP 問題である。この問題は簡単に言うと、「与えられた問題の解を多項式時間で発見すること」と「与えられた解がその問題の真の解であると多項式時間で判定すること」のどちらが難しいのか、を問うている。また、P 対 NP 問題はクレイ数学研究所により、リーマン予想など7つの問題と共にミレニアム懸賞金問題に指定されている。計算量理論分野では、このように「問題(論理関数)の難しさを分類すること」を1つの目標としている。ある特定の関数が、与えられた計算資源で計算できるかどうかを解明することは非常に重要である。

例えば、多数決関数(入力の1の数が入力の0の数以上の時に1、それ以外に0を出力する関数)は入力制限のないAND、OR、単入力のNOT素子、入力制限のないMAJ素子(入力の1の数が入力の0の数以上の時に1、それ以外に0を出力する素子)を使用した回路では簡単に計算可能である。しかし、入力制限のないAND、OR、単入力のNOT素子だけでは多項式サイズの回路では計算できないことが知られており、この回路に入力制限のないMOD₂素子(入力の1の数の合計が2の倍数であれば0、それ以外は1を出力する素子)を追加した回路でも多項式サイズで計算できないことが知られている。しかし、MOD₆素子(入力の1の数の合計が6の倍数であれば0、それ以外は1を出力する素子)を追加したときに多項式サイズの回路で計算可能かどうかは未だ知られていない。

回路計算量における計算限界導出技法は、対象となる論理回路の充足可能性問題に対する厳密アルゴリズムの構築にも重要な役割を果たし、論理回路の充足可能性問題に対する厳密アルゴリズムの設計技法が計算限界導出技法につながる。論理回路の充足可能性問題とは、与えられた論理回路の出力が1となる入力変数への0/1割当が存在するかどうかを判定する決定問題である。これは有名なNP完全問題であり、入力変数に全ての0/1割当を試す全探索アルゴリズムで解くことができる。これまで様々な論理回路のクラスにおいて、非自明な充足可能性判定アルゴリズムが構築され、それらの回路クラスにおける計算限界が示された。これらの結果の多くは、その回路クラスにおける計算限界導出技法を用いてアルゴリズムを設計している。しかし、計算限界導出技法が確立されていない回路クラスでは、ほとんど非自明な充足可能性判定アルゴリズムは構築されていない。

2. 研究の目的

本研究では、前述の学術的背景に基づき、回路計算量の計算限界導出技法の開発と、それを利用した非自明なSATアルゴリズムの構築に取り組む。

回路計算量の計算限界導出技法の創出：

これまでの定数段数回路の計算限界導出は、理論計算機科学分野では様々な技法が日々創出されているにも関わらず、1980年代の技法およびその拡張によるところが多い。これらの技法にとらわれない新たな技法の創出を目標とする。これまでの技法の拡張により、新たな計算限界を示すことは可能であるかもしれないが、大きなブレイクスルーとなることはないと考えられる。計算量理論分野の研究ステージを前進させるためには、新たな計算限界導出手法が必要であり、一刻も早く、その足がかりとなる技法を創出することが必要である。

非自明な充足可能性判定アルゴリズムの構築による計算限界導出

R. Williamsによる、非自明な充足可能性判定アルゴリズムの構築による計算限界導出技法を無視することはできない。この手法で計算量クラスの分離までは達成していなくても、ある特定の回路の計算限界を示している研究結果は多い。本研究では、ある特定のクラスの論理関数を計算する計算モデルにおける充足可能性判定問題に対して、全探索よりも真に高速なアルゴリズムを設計し、計算限界の導出につなげることを目標とする。

3. 研究の方法

本研究は理論研究を中心であったため、まずは様々な文献の調査から始め、最新のアルゴリズム設計技法や解析手法等の習得をおこない、その上で研究目的に沿った内容について研究を実施した。適宜、分担者と各技法や結果について議論を行いながら進めていった。

Covid-19 での制限も徐々に緩まったため、学会への参加により最新の研究の知見をえて、対面による共同研究者との議論によって研究を進めていった。

4. 研究成果

研究目的の 1 では論文につながるような結果は得られなかったが、2 については下記の 2 つの結果が得られた。2 は既に査読付き雑誌論文に投稿し、採録された。3 は現在、国際会議に論文投稿中である。

線形サイズ幅 2 分岐プログラムに対する全探索より指数的に高速な充足可能性判定アルゴリズムの設計

分岐プログラムのうち、根から同じ距離にあるノード数が高々 2 であるものを幅 2 分岐プログラムという。幅 2 分岐プログラムは和積標準形論理式よりも表現能力が強く、多項式サイズの和積標準形論理式で表現できないパリティ関数を線形サイズで表現することができる。この線形サイズの幅 2 分岐プログラム上の充足可能性問題に対して、全探索よりも指数的に高速なアルゴリズムを設計した。

3 段回路に制約をつけた充足可能性問題に対する全探索より指数的に高速な充足可能性判定アルゴリズムの設計

Horn 式（和積標準形論理式の各節に肯定リテラルが高々 1 回しか現れない式）の充足解のうち、極小解を見つけるには特殊な 3 段回路の充足可能性判定問題を解く必要がある。この問題に対し、非常に単純かつ全探索より指数的に高速な充足可能性判定問題を解くアルゴリズムを設計した。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計1件（うち査読付論文 1件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 Tomu MAKITA, Atsuki NAGAO, Tatsuki OKADA, Kazuhisa SETO, Junichi TERUYAMA	4. 巻 E105-A(9)
2. 論文標題 A Satisfiability Algorithm for Deterministic Width-2 Branching Programs	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences	6. 最初と最後の頁 1298-1308
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1587/transfun.2021EAP1120	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

〔学会発表〕 計2件（うち招待講演 0件 / うち国際学会 0件）

1. 発表者名 Tomu Makita, Atsuki Nagao, Tatsuki Okada, Kazuhisa Seto, and Junichi Teruyama
2. 発表標題 A Moderately Exponential Time Satisfiability Algorithm for Linear-Sized Deterministic Width-2 Branching Programs
3. 学会等名 電子情報通信学会コンピューテーション研究会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 脊戸 和寿
2. 発表標題 多数決関数の計算複雑さと未解決問題について
3. 学会等名 電子情報通信学会コンピューテーション研究会
4. 発表年 2022年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	長尾 篤樹 (Nagao Atsuki) (20802622)	お茶の水女子大学・基幹研究院・講師 (12611)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------