

令和 6 年 4 月 25 日現在

機関番号：37401

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2021～2023

課題番号：21K11762

研究課題名(和文) ガード付き型システムの圏論的解明

研究課題名(英文) Categorical study of guarded type systems

研究代表者

星野 直彦 (Hoshino, Naohiko)

崇城大学・情報学部・助教

研究者番号：20611883

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,000,000円

研究成果の概要(和文)：本研究ではまず、圏 MetCpo 上のトレース演算子およびガード付き不動点演算子の関係の調査を行った。ここでは圏 MetCpo 上の実数を指標に持つ様相演算子と MetCpo 上のトレース演算子から、既存研究で知られている不動点演算子が得られることが明らかになった。この具体的な状況の研究を通じ、得られた研究成果を一般化することを行った。指標を与える実数はコンウェイ半環、そしてより一般に双モノイダル圏とその上のある条件をみだす関手として一般化した。この枠組みにおいて不動点演算子の構成をあたえ、その特殊例としてガード付き不動点演算子が得られることを明らかにした。

研究成果の学術的意義や社会的意義

ガード付き不動点演算子は論理関係を利用して再帰的な構造を持つプログラミング言語の性質を調べる手法の一つとして研究されていたが、近年では指標付きコモナド(graded comonad)に基づいた型システムの研究においても類似の構造が現れている。また、別のガード付き不動点演算子と類似の構造として、部分的に定義される不動点演算子の定式化として指標付きコモナド(graded comonad)に基づいた不動点演算子を考える研究が行われている。本研究の一般的な枠組みからはこの多様な「ガード付き不動点演算子」に対する包括的な枠組みを与えることが期待できる。

研究成果の概要(英文)：In this research, we studied relationship between the category MetCpo of metric cpos and non-expansive and continuous maps with guarded fixed point operator. We showed that the trace operator and the linear exponential comonad on MetCpo graded by the semiring of real numbers give rise to a "graded fixed point operator" given in an existing work. We then generalized this result. We first give a generalization of this construction by replacing the semiring of real numbers with a Conway semiring, and we give a further generalization based on bimonoidal categories with a functor corresponding to Conway star-operator. We observed that the guarded fixed point operator on the topos of trees appears as a concrete example of this construction.

研究分野：プログラミング言語

キーワード：ガード付き不動点演算子 トレース演算子

1. 研究開始当初の背景

型安全性やプログラムの等価性など、研究対象のプログラミング言語におけるプログラムの性質やプログラム間の関係を研究する方法の一つとして論理関係というものがある。ガード付き不動点演算子の概念は研究対象のプログラミング言語にループ構造がある場合への論理関係の適用を容易にするために用いられる。プログラミング言語のループ構造としては関数の再帰的呼び出しや、再帰的に定義される型、高階関数への参照などが挙げられる。ループ構造として特に再帰的定義では関数や型の定義の中にそれ自身が出現するため、関数や型の性質について調べようとする場合に、その問題を他の関数や型の性質を調べるという問題に還元することが直接的にはできない。ガード付き不動点演算子のアイデアは、この自己言及性をうまく自己言及していない形に翻訳するというものである。ガード付き不動点演算子は遅延様相演算子と呼ばれる演算子で引数が「ガード」された関数に対してのみ定義されている不動点演算子の一種であり、このガードはループ構造をループしていない構造の極限へと変換する装置としての役割を担っている。不動点演算子及びそれに関連した演算子にはガード付き不動点演算子の他に、コンウェイ演算子、トレース演算子、部分トレース演算子などがあり、これらはプログラミング言語の構造を解析する数学的構造として研究されている。

2. 研究の目的

ガード付き不動点演算子は再帰的に定義される型の文脈での研究と、関数の再帰的定義の文脈での研究がある。本研究課題が対象とするのは後者の関数の再帰的定義の文脈でのガード付き不動点演算子の研究である。関数の再帰的定義に対応する数学的構造としてはコンウェイ演算子とトレース演算子、およびガード付き不動点演算子がある。実際にはトレース演算子と関数の再帰的定義は直接的には結びつかないが、カルテシアン構造とトレース演算子が組み合わせるとコンウェイ演算子が得られることが知られている。その一方で、ガード付き不動点演算子とコンウェイ演算子の関係やガード付き不動点演算子とトレース演算子の関係は未だに明らかになっていない。ガード付き不動点演算子に基づいた論理関係の利用は通常の不動点演算子をガード付き不動点演算子によって捉えることが基本となる。このガード付き不動点演算子に基づいた論理関係の利用の背後にはガード付き不動点演算子とコンウェイ演算子およびトレース演算子の間には何らかの関係があると考えられる。本研究課題の具体的な目標はこれらの演算子の関係を明らかにし、それによって既存のループ構造の解析手法をより体系的なものとすることである。

3. 研究の方法

本研究ではトレース演算子およびガード付き不動点演算子と似た不動点演算子が共存する具体的な状況を研究し、そこで得られた知見を一般化することでガード付き不動点演算子とコンウェイ演算子の関係やガード付き不動点演算子とトレース演算子の関係の一端を明らかにすることを行った。本研究で取り上げたのは距離付き完備半順序集合とその間の非拡大連続写像の圏である。この圏は差分プライバシーと呼ばれるプライバシー保護手法の研究で導入された数学的構造である。差分プライバシーの運用ではプログラムの入力データの差異が出力データの差異にどの程度影響するのかを定量的に評価することが重要である。プログラムの出力データの差異がどの程度、入力データの差異に依存しているかを定量的に評価する指標の一つとして距離の概念に基づいたプログラム感受性と呼ばれる指標がある。このプログラム感受性を定義することが距離付きの完備半順序集合が考えることの理由である。距離付き完備半順序集合と非拡大連続写像の圏には距離付き完備半順序集合の距離を拡大・縮小させる作用によって定義される関手（以降スケーリング演算子と呼ぶ）があり、このスケーリング演算子は遅延演算子と同じ数学的構造として捉えられることが知られている。実際、両者は指標付き linear exponential comonad と呼ばれる構造の具体例となっている。さらに距離付き完備半順序集合の圏はスケーリング演算子でガードされている非拡大連続写像に対する不動点演算子を持つことが知られている。これが遅延演算子でガードされている関数に対する不動点演算子であるガード付き不動点演算子との類似点であり、この点に着目し本研究では距離付き完備半順序集合とその間の非拡大連続写像の圏を取り上げている。

4. 研究成果

本研究における最初の成果は距離付き完備半順序集合とその間の非拡大連続写像の圏にはトレース演算子があり、このトレース演算子とスケーリング演算子を組み合わせることで既知のスケーリング演算子でガードされた非拡大連続写像に対する不動点演算子が導出できることを示

したことである。この成果からは、カルテシアン構造とトレース演算子からコンウェイ演算子が導出できるという既知の事実には何らかの関連があるという考察が得られた。この考察は次の事実による：スケーリング演算子が指標付き linear exponential comonad と呼ばれる構造の具体例であること、自明な形で指標付けされた指標付き linear exponential comonad はカルテシアン構造を導くこと、カルテシアン構造とトレース演算子の組み合わせからコンウェイ演算子が得られること、以上の3つの事実である。本研究ではこの成果とカルテシアン構造とトレース演算子からのコンウェイ演算子の導出の関係について明らかにできていない。一方で、このトレース演算子とスケーリング演算子からのスケーリング演算子でガードされた非拡大連続写像に対する不動点演算子の導出の一般化は得られている。この一般化ではまず、スケーリング演算子をコンウェイのスター演算子に対応する構造を持った双モノイダル圏で指標付けられた指標付き linear exponential comonad として一般化している。スケーリング演算子は実数からなるコンウェイ半環で指標付けられた指標付き linear exponential comonad である。コンウェイ半環はコンウェイのスター演算子を持つ半環であり、双モノイダル圏は半環を一般化した構造となっている。本研究で示したのはコンウェイのスター演算子に対応する構造を持った双モノイダル圏で指標付けられた指標付き linear exponential comonad とトレース演算子を組み合わせると指標付きコンウェイ演算子が得られるという事実である。ここで指標付きコンウェイ演算子は本研究で導入した概念であり、次の不動点演算子を具体例に含んでいる：通常のコンウェイ演算子、スケーリング演算子でガードされている非拡大連続写像に対する不動点演算子、遅延演算子でガードされている関数に対する不動点演算子。つまり、本研究ではスター演算子に対応する構造を持った双モノイダル圏で指標付けられた指標付き linear exponential comonad とトレース演算子からガード付き不動点演算子が得られるという形でトレース演算子とガード付き演算子を結び付ける構成を与えることができた。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計0件

〔学会発表〕 計1件（うち招待講演 0件 / うち国際学会 1件）

1. 発表者名 Ugo Dal Lago, Naohiko Hoshino, Paolo Pistone
2. 発表標題 On the Lattice of Program Metrics
3. 学会等名 International Conference on Formal Structures for Computation and Deduction (国際学会)
4. 発表年 2023年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------