

令和 6 年 6 月 10 日現在

機関番号：25503

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2021～2023

課題番号：21K12063

研究課題名(和文) 拡張型カオス尺度による多次元時系列データのカオス解析

研究課題名(英文) Chaotic analysis of multi-dimensional time-series data by extended entropic chaos degree

研究代表者

井上 啓 (Kei, Inoue)

山陽小野田市立山口東京理科大学・工学部・教授

研究者番号：70307700

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,700,000円

研究成果の概要(和文)：拡張型カオス尺度(EECD)は、時系列データのみから力学系のカオスを定量化できる指標である。時系列のデータ数や領域分割数を無限大にすることで、EECDはリアプノフ指数の総和と一致する。本研究では、写像点数や領域分割数が有限な下でも、EECDがリアプノフ指数の総和とほぼ一致するような改良形式を導入した。典型的な2次元カオス写像にEECDの改良形式を適用し、EECDがリアプノフ指数の和とほぼ同じ値を取ることを数値的にも示した。さらに、EECDの改良形式における第1項が最大リアプノフ指数の値に対応することも示し、EECDを用いて交通流モデルやレーザーカオスの数理モデルのカオスの特徴付けを行った。

研究成果の学術的意義や社会的意義

力学系のカオスの定量化はカオスを制御・応用する上で、最初に行うべき重要なプロセスである。カオスの定量化にはリアプノフ指数(LE)がよく用いられるが、力学系の方程式に関する情報が必要である。しかし、実際には、測定結果としての時系列のみしか得られない場合が多い。そのため、いくつかの近似手法によって時系列データからLEを推定することになるが、計算困難なことが知られている。本研究では、拡張型カオス尺度(EECD)を用いて時系列データのみから多次元力学系のカオスを定量化する新たな手法を確立した。EECDはビッグデータを用いた長期予測可能性の検討、ゆらぎの解明、等にも有用な指標になりえると考えている。

研究成果の概要(英文)：The extended entropic chaos measure (EECD) can quantify the chaos of a dynamical system using only time series data. The EECD becomes the sum of the Lyapunov exponents of a dynamical system if both the number of time series data and the number of domain divisions go to infinity. In this study, I introduced an improved formula such that the EECD is almost equal to the sum of the Lyapunov exponents, even if the above two numbers are finite. I applied the improved formula of EECD to typical two-dimensional chaotic maps, and I showed that the EECD takes a value almost the same as the sum of Lyapunov exponents for these chaotic maps numerically. I also showed that the first term in the improved formula of the EECD corresponds to the maximum Lyapunov exponent. I have successfully characterized the chaos in a traffic flow model and a mathematical model of laser chaos using the EECD.

研究分野：非線形力学(情報力学)

キーワード：カオスの定量化 リアプノフ指数 カオス尺度 拡張型カオス尺度 カオス 多次元時系列 非線形データ

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

非線形力学系において予測困難な現象を解析するためには、非線形現象に現れるカオスの影響を考慮することが求められる。カオスとは、近接した2点の初期点の距離が時間経過とともに指数関数的に離れていく現象である。したがって、カオスの度合いが強ければ長期予測不可能となる。そのため、カオスの定量化がカオスを制御・応用する上で重要になる。

カオスの定量化には、リアプノフ指数、KS エントロピー、フラクタル次元、等の指標が用いられる。特に、リアプノフ指数は、最もよく用いられ、近接した2つの初期点間の距離の指数関数的な平均軌道拡大率を表す。力学系の方程式が既知の場合はその力学系のリアプノフ指数を直接計算できるが、力学系の方程式が未知であり力学系に関する情報が観測結果としての時系列でしか得られない場合は、その力学系のリアプノフ指数を直接計算することができない。そのため、リアプノフ指数の近似計算法がいくつか提案されているが、リアプノフ指数の計算には困難を伴う。なぜなら、時系列を埋め込む次元を推定する必要があることや、推定したリアプノフ指数では誤判断してしまうことがあるからである。

本申請者等は、情報理論の観点から導入されたカオス尺度によりカオス現象の定量化を試みてきた。情報理論の観点からみれば、カオス力学系は、時間経過に伴い新たに情報量(カオス尺度に相当)が生成されていく過程とみなすことができる。カオス尺度は力学系に関する情報が時系列データでしか得られない場合でも直接計算可能である。これまでに、典型的なカオス現象に対して、カオス尺度がリアプノフ指数と同様に力学系のカオスを定量化できることを明らかにした。

2. 研究の目的

これまでの研究を通して、力学系がカオスを示すときカオス尺度とリアプノフ指数との間には対応関係があることがわかってきた。カオス尺度は力学系の軌道の領域の有限分割を基に定義され、有限分割の分割要素に存在する軌道点が複数の分割要素にどの程度分離するかを表す情報量によりカオスを定量化する。しかし、カオス尺度はリアプノフ指数よりも常に高い値を取る。そこで、最近、カオス尺度の定義の修正が試みられ、一次元カオス写像に対しては、ある典型的なカオスの条件の下で修正されたカオス尺度がリアプノフ指数と等しくなることが示されている。

本申請者は、さらに、多次元カオス写像に対して、カオス尺度の定義に分割要素の細分化スケールという観点を追加した拡張型カオス尺度を導入した。既に、ある典型的なカオスの条件の下では、拡張型カオス尺度がリアプノフ指数の総和と等しくなることを解析的に示している。本研究の目的は、拡張型カオス尺度を実際の多次元時系列データに適用し、そのカオスを定量化することである。すなわち、軌道の領域分割を固定したままでも、より小さなスケールで分割要素を見ることにより、軌道点を含む分割要素の拡大・縮小率をより精密に見積り多次元力学系のカオスを適切に定量化することを試みる。なお、実際の時系列データに拡張型カオス尺度を適用するために、観測したデータの性質に従って、適切な軌道の領域分割と分割要素の細分化スケールを決定し、時系列データのカオスを評価することを試みる。

3. 研究の方法

研究目的に沿って以下の研究計画し、本研究を遂行することとした。

令和3年度

拡張型カオス尺度の計算設定方法の改良

カオス尺度は、軌道の領域の有限等分割(以下、初期分割という)を行い、各分割要素に含まれる軌道点が時刻を1ステップ進めたときに複数の分割要素にどのように分離するかを表す情報量(条件付きエントロピー)を用いてカオスを定量化する。さらに、拡張型カオス尺度では、初期分割要素の細分化スケールという観点から、初期分割要素をさらに分割する(以下、再分割という)。本申請者は、多次元カオス写像に対して、ある典型的な条件の下で、写像点数、軌道の領域の初期分割数・再分割数を無限大にすると、拡張型カオス尺度がリアプノフ指数の総和と等しくなることを既に解析的に示している。

しかしながら、実際の拡張型カオス尺度の数値計算では、写像点数、軌道の領域の初期分割数・再分割数を有限として扱う必要がある。そこで、リアプノフ指数が計算可能な多次元カオス写像に対して拡張型カオス尺度を計算し、リアプノフ指数の総和との比較を通して、写像点数が有限な下で、軌道の領域の適切な初期分割数・再分割数の設定方法について検討を行う。研究開始時点では、リアプノフ指数の総和が負となる散逸系では設定方法の目的が立っており、リアプノフ指数の総和が0となる保存系でさらなる設定方法の改良を行うこととした。

令和4年度以降

多次元連続系の数理モデルを用いた拡張型カオス尺度の評価(令和4年度)

物理現象の解析においては、連続的な微分方程式として物理現象を数理モデル化し、その数理

モデルを通して現象の解明を試みる方法がよく用いられる。現在までに、カオスの性質を有するいくつかの多次元連続系の数理モデルが提案されている。本研究では、例えば、3次元の微分方程式として記述されるローレンツ系のカオスを、拡張型カオス尺度を用いて評価する。前年度の研究を通して得られた知見を基にして、多次元連続系の数理モデルにおいて、軌道の領域の初期分割数・再分割数をどのように設定すれば、データ数が有限の時系列データからカオスを適切に定量化できるかを検討することとした。

観測された時系列データを用いた拡張型カオス尺度の評価（令和5年度）

観測された時系列データとして、例えば、レーザーカオスの時系列データの拡張型カオス尺度によるカオスの定量化を行う。同データは、発振したレーザー光に戻り光を加えた合成レーザーの測定結果であり、一つの実験を通して同時に2つの時系列データを取得する。この合成レーザーがカオス的な振動をすれば、安定的なテラヘルツ波を発生させるために利用できる。データ提供者の乗島史欣准教授（福井工業大学）によると、合成レーザー光のリアプノフ指数の計算が困難とのことである。これまでは取り扱い易さの観点から、この2つの時系列データを別々の1次元時系列データとして取り扱ってきたが、2次元時系列データとして取り扱い、拡張型カオス尺度による評価を試みることにした。

4. 研究成果

各年度において研究計画に沿って本研究を実施し、以下の研究成果を得た。

の研究計画に関する研究成果：

拡張型カオス尺度の計算式の改良に関する研究に取り組んだ。本研究では、写像点数や軌道の領域の初期分割数が有限の下でも、拡張型カオス尺度の値がリアプノフ指数の総和とほぼ等しい値を取るよう拡張型カオス尺度の計算式の改良を試みた。ここでは、各初期分割要素に含まれる写像点の領域の体積(2次元では面積)を推定する方法として、各初期分割要素に含まれる写像点の分散共分散行列を直交化する方法を新たに提案した。その結果、初期分割要素を再分割する手続きが不要となるといった効果も得ることができた。実際に、拡張型カオス尺度の改良形式を典型的な2次元カオス写像に適用した結果、拡張型カオス尺度とリアプノフ指数の総和のほぼ等しい値を取ることも確認した。

また、拡張型カオス尺度の改良形式の活用という観点から、多次元カオス写像のすべてのリアプノフ指数を求める方法について検討した。拡張型カオス尺度の改良形式は、写像点数や軌道の領域の初期分割数が有限の下でも、拡張型カオス尺度の値がリアプノフ指数の総和とほぼ等しい値を取るよう拡張型カオス尺度の計算式を改良したものである。本研究では、さらに、拡張型カオス尺度の改良形式を計算する過程で、すべてのリアプノフ指数を求められる可能性があることを示した。そこで、拡張型カオス尺度の改良形式を用いた計算アルゴリズムを新たに提案し、実際に、典型的な2次元カオス写像に適用した。その結果、典型的な2次元カオス写像の2つのリアプノフ指数の近似値が得られることを数値計算においても示した。

の研究計画に関する研究成果：

多次元連続系の数理モデルを用いた拡張型カオス尺度の評価を試みた。本研究では、3次元の微分方程式として記述されるローレンツ系とレスラー系のカオスを、拡張型カオス尺度を用いて評価することを試みた。実際には、の研究計画に関する研究において提案した拡張型カオス尺度の改良形式による計算アルゴリズムをローレンツ系とレスラー系に適用した。しかし、2次元カオス写像と比べて、3次元空間上での領域分割は取り扱いが難しく、軌道点数と領域分割の適切な設定について、検討を進めた。その結果、ある程度の目途が付いたが、検討すべき事項も残ったため、継続課題として進めることとし、の研究計画に関する研究と同時に進めた。なお、多次元力学系のカオスの定量化には最大リアプノフ指数が用いられるため、現在は、最大リアプノフ指数と拡張型カオス尺度の第1項の対応に注力し、検討を進めている。

の研究計画に関する研究成果：

観測された時系列データを用いた拡張型カオス尺度の評価に関する研究として、拡張型カオス尺度による交通流やレーザーカオスのカオスの定量化に関する研究に取り組んだ。

交通流のカオスの定量化に関する研究では、一定間隔に信号が並べられた直線道路を一台の車が移動するモデルを用いて、同モデルより生成される時系列のカオスを定量化した。同モデルは単純な数理モデルにも関わらず、信号の切替のタイミングにより、車の速度が不規則な挙動を示すようになりカオスが生じるとされている。しかし、車の速度に関する力学的写像が明示されていないため、時系列データのみからカオスを定量化する必要がある。そこで、本研究では、同時系列に対して拡張型カオス尺度を適用し、リアプノフ指数の近似手法であるWolf法との比較を行った。その結果、拡張型カオス尺度がWolf法とほぼ同じ値を取ることを示した。さらに、拡張型カオス尺度がWolf法に比べてかなり少ない計算量で同時系列のカオスを定量化できることも示した。具体的には、データ数Mに対して、Wolf法の計算量は $O(M^2)$ である一方で、拡張型

カオス尺度は $O(M)$ であることを示し、実際の計算時間も拡張型カオス尺度の方が Wolf 法よりもかなり短いことを確認した。

レーザーカオスのカオスの定量化に関する研究では、レーザーカオスの実験の測定結果として得られた時系列データに含まれるカオスの強さを定量化することを試み、「戻り光のある時系列データの拡張型カオス尺度」から「戻り光のない時系列データの拡張型カオス尺度」を引いた差分が戻り光を加えたときに生じたカオスの強さとの示唆を得た。しかし、レーザーカオス光の時間発展は連続系であり、連続力学系でカオスが発生するには3次元以上の次元数が必要となる。そこで、戻り光を含んだシングルモード半導体レーザーにおける時間発展を記述した3次元の常微分方程式(Lang-Kobayashi 方程式)に対して拡張型カオス尺度の改良形式を適用し、レーザーカオス光のカオスの定量化が適切に行えることを示した。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計3件（うち査読付論文 3件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 3件）

1. 著者名 Inoue Kei, Tani Kazuki	4. 巻 176
2. 論文標題 Quantification of chaos in a time series generated from a traffic flow model using the extended entropic chaos degree	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Chaos, Solitons & Fractals	6. 最初と最後の頁 114150 ~ 114150
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.chaos.2023.114150	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Inoue Kei	4. 巻 24
2. 論文標題 Analysis of Chaotic Dynamics by the Extended Entropic Chaos Degree	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Entropy	6. 最初と最後の頁 827 ~ 827
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3390/e24060827	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Inoue Kei	4. 巻 23
2. 論文標題 An Improved Calculation Formula of the Extended Entropic Chaos Degree and Its Application to Two-Dimensional Chaotic Maps	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Entropy	6. 最初と最後の頁 1511
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3390/e23111511	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

〔学会発表〕 計11件（うち招待講演 3件/うち国際学会 1件）

1. 発表者名 井上 啓
2. 発表標題 拡張型カオス尺度によるカオス力学系の解析
3. 学会等名 日本応用数理学会2022年度年会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 井上 啓
2. 発表標題 拡張型カオス尺度によるカオス現象の取り扱い
3. 学会等名 日本応用数学会環瀬戸内応用数理研究部会第26回シンポジウム
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 井上 啓, 和田健司, 衆島史欣, 梅野 健
2. 発表標題 拡張型カオス尺度を用いたレーザーカオスのシミュレーションデータにおけるカオスの定量化
3. 学会等名 一般社団法人レーザー学会学術講演会第43回年次大会 (招待講演)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 井上 啓, 和田健司, 衆島史欣, 梅野 健
2. 発表標題 拡張型カオス尺度を用いたレーザーカオスのシミュレーションデータにおけるカオスの定量化
3. 学会等名 日本物理学会 2023年春季大会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 井上 啓
2. 発表標題 拡張型カオス尺度の計算式の改良について
3. 学会等名 日本応用数学会2021年度年会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 井上 啓
2. 発表標題 拡張型カオス尺度の改良形式と2次元カオス写像への適用
3. 学会等名 日本応用数学会環瀬戸内応用数理研究部会第25回シンポジウム
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 井上 啓, 真尾朋行, 柴島史欣, 奥富秀俊, 梅野 健
2. 発表標題 修正(拡張型)カオス尺度を用いたレーザーカオスの時系列データのカオスの定量化
3. 学会等名 一般社団法人レーザー学会学術講演会第42回年次大会(招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Inoue Kei
2. 発表標題 Application of Entropic Chaos Degree to Lorenz System
3. 学会等名 10th International Congress on Industrial and Applied Mathematics (ICIAM2023) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 井上 啓, 和田健司, 柴島史欣, 梅野 健
2. 発表標題 レーザーカオスの数理モデルにおけるカオスの定量化
3. 学会等名 一般社団法人レーザー学会学術講演会第44回年次大会(招待講演)
4. 発表年 2024年

1. 発表者名 藤岡奨弥, 井上 啓
2. 発表標題 拡張型カオス尺度によるLang-kobayashi方程式の時系列解析
3. 学会等名 レーザー学会第583回研究会
4. 発表年 2024年

1. 発表者名 井上 啓
2. 発表標題 連続時間力学系における拡張型カオス尺度について
3. 学会等名 日本応用数理学会第20回研究部会連合発表会
4. 発表年 2024年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究協力者	梅野 健 (Umeno Ken)		
研究協力者	桑島 史欣 (Kuwashima Fumiyoshi)		

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------