

令和 6 年 6 月 5 日現在

機関番号：15401

研究種目：挑戦的研究（萌芽）

研究期間：2021～2023

課題番号：21K18750

研究課題名（和文）Available Porosity理論に基づく流体・混合粒径粒状体力学の新展開

研究課題名（英文）New developments in fluid and mixed grain size granular mechanics based on Available Porosity theory

研究代表者

内田 龍彦（Uchida, Tatsuhiko）

広島大学・先進理工系科学研究科（工）・准教授

研究者番号：00379900

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 4,900,000円

研究成果の概要（和文）：混合粒径河床の連続式を理論的に導き、従来の河床変動解析に用いられた連続式と比較することで、混合粒径河床の計算における交換層厚と河床高の課題を明らかにし、各粒径の土砂堆積高が利用可能空隙率（AP）から決定されることが重要であることを示した。流れによる細粒土砂が流出する過程の実験を行い、既往の方法と比較することでAP理論に基づく連続式の妥当性と有効性を明らかにした。粒度分布と空隙率の関係を二粒径粒子群のCoarse PackingとFine Packingから明らかにした。また、土砂の堆積状態による空隙率の違いは一様粒径の空隙率で評価できることを示した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

河床材料はメートルスケールの大きな石から小さな石の空隙や下流に存在する砂などの細粒分で構成されている。混合粒径の土砂輸送解析は河川の地形変化や土砂輸送解析に必須であるが、広域、長期解析に適する方法は確立されていない。個別の粒子を解析する個別要素法では、交換層の問題が表れないことに着目し、積分可能なオイラー型モデルでも空隙率や交換層の問題を解決することができる利用可能空隙率を提案し、その妥当性と混合粒径土砂輸送解析における有効性を示した。混合粒径粒子群の問題は地盤工学、コンクリート工学、化学工学など多くの分野に関連し、オイラー型モデルでその運動が記述できることを示したことは重要である。

研究成果の概要（英文）：By theoretically deriving a continuity equation for a mixed-grain fluvial bed sediment and comparing it with the conventional continuity equation, this study clarified the issues of active layer thickness and bed height in the calculation with the active layer concept and showed that it is important to determine the deposition height for each grain size sediment particle group based on the available porosity (AP). Experiments on the process of sediment sorting with fine sediment entrainment by water flow were conducted and compared with present method for model validation of AP theory. The relationship between particle size distribution and porosity was clarified based on the Coarse Packing and Fine Packing of two particle size groups. It was also shown that differences in porosity due to sediment deposition conditions can be evaluated by the porosity of uniformly sized particles.

研究分野：水工学

キーワード：分級 空隙率 細粒土砂 利用可能空隙率

1. 研究開始当初の背景

粒度分布をもつ混合粒径河床の土砂輸送解析には、平野によって提案された交換層の概念[1]が世界的に広く応用されている[2]。交換層は混合粒径河床の粒度分布と河床変動量を求めるために、河床表面付近の粒度分布が混合する層があるとして概念的に導入された、河床表面のコントロールボリュームである(図-1)。しかし、未だ空隙率と交換層厚の問題が解決されておらず、これらが長く混合粒径土砂問題の発展を停滞させてきた。①前者について、交換層の考えは、空隙率を一定にすることに限ったものではないが、これまで空隙率を適切に評価する手法は確立されていない課題がある。図-2に示すように、河床の空隙率は流れによる分級効果によって変化するために、斜面崩壊による土砂供給、ダム、河道の土砂堆砂、海域への土砂流出を考える際には、従来の河床高(河床体積)を保存量のように扱うことは適切ではなく、土砂堆積過程と空隙率の変化を考慮することが必要である。また、空隙率の変化が考慮できない解析法では、土砂管理において重要な礫床河川の砂分の移動などの基本的な課題に対して解析が困難となっている。②後者の交換層厚は粒度分布の計算結果を支配する重要なパラメータであるが、最大粒径などの値から経験的に定められる以外に決定的な評価手法は無い。そもそも交換層はコントロール

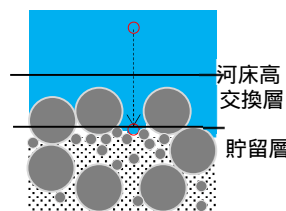


図-1 交換層の概念図

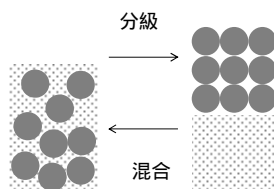


図-2 分級・浸透と混合による土砂体積変化

ボリュームを考えるうえで必須とされてきたが、交換層の物理的意味が明確でない[3],[4]ことが空隙率と交換層厚の評価の根本的な原因と考えられる。一方、個別の粒子をラグランジュ的に解析する個別要素法(DEM)では、粒子間の相互作用を直接的に解析するために、従来の流砂の未解決問題の解決のツールとして着目されている[5,6]。しかし、例えば土石流等の解析ではメートルスケールのコラストーンからミリスケール以下の細砂まで取り扱う必要があり、すべてを個別で取り扱うことは計算能力の点から非現実的である。このため、DEMの適用は比較的一様に近い粒度分布をもつ狭域かつ単純な条件への適用に限られる。しかし、DEMにおいて交換層の問題が表れない事実から、申請者は、空隙率と交換層厚の問題は混合粒径粒子の連続式に関わる微分方程式の問題であり、粒子法は離散化手法の一種であるから、問題解決の糸口として、積分可能なオイラー型モデルで空隙率や交換層の問題を解決すると考えられる。そこで著者らは、細粒子の利用可能空間として定義された Available Porosity (AP) という新しい理論を提案し、交換層の概念を脱却した、混合粒径土砂堆積モデルを開発した[7]。AP理論では、水流の作用(分級・混合)による土砂体積の増加・減少を考慮でき(図-2)、これまで土砂体積を保存量として取り扱ってきた従来の混合粒径土砂輸送解析の課題を解決できると考えられる。

2. 研究の目的

本研究は、これまでマクロモデルによる検討が出来なかった混合粒径粒状体と流体の混相流動など問題に挑戦し、粒状体、連続体の新しい学問体系を切り開くことを目的としている。

3. 研究の方法

AP理論に基づく堆積高と粒子存在割合の時間変化の解析法では、表層の充填状態で分け、堆積高と存在割合の変化を表層の充填状態に応じて式(1)、(2)で表す。

$$\frac{\partial z_{bi}}{\partial t} = \frac{D_i}{\lambda_i(1-\lambda_0)}, \quad \frac{\partial P_i}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial z_{bi}}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial P_i}{\partial t} = \frac{D_i}{\Delta z_i} \quad (2)$$

堆積過程($D_i > 0$)において、表層における粒径階 i が充填している場合は $P_i =$ 一定(一定値は表層の p_i の分布関数によるが、本研究では表層で一定の分布を考えているため、 $P_i = (1 - \lambda_0) \lambda_i$)であり、式(1)によって堆積高が上昇する。一方、表層が未充填状態、すなわち $0 < P_i < (1 - \lambda_0) \lambda_i$ の場合、式(2)の通り、表層の存在割合が大きくなる。なお、侵食過程($D_i < 0$)においても、未充填の場合の式(2)はそのまま利用できるが、 $P_i = 0$ の空状態となると、式(1)で堆積高が下降することを表す。

粒径階 i の侵入可能空隙率 λ_i は式(3)によって表す。

$$\lambda_i = 1 - \sum_{j=1}^{i-1} \alpha_{ij} P_j \quad (3)$$

係数 α_{ij} は i 粒子よりも大きい j 粒子自身が占有している体積に対する i 粒子が侵入できない体積の比を表す 1 以上の係数である。 α_{ij} は粒径階 i, j の粒径の比 d_i/d_j の関数となり、 d_i/d_j が十分小さ

いときは細粒子が粗粒子間の空隙にすべて侵入できる($\alpha_{ij}=1$)。一方, d_i/d_j が 1 に近づくと粗粒子間に細粒子が侵入できない空間が大きくなり, $d_j/d_j=1$ においては粗粒子が最密充填時には細粒子が侵入可能な空隙がゼロとならなくてはならない。これらを満たすように, 係数 a_{ij} は, 一様粒径空隙率 λ_0 と粒径比の係数を用いて二粒径充填モデルを拡張した式(4)で表わす。

$$\alpha_{ij} = 1 + \frac{\lambda_0}{1 - \lambda_0} \gamma_{ij}^{c_2} (1 - \beta_{ij})^{c_1}, \quad (4)$$

$$\beta_{ij} = (1 - \gamma_{ij}) \left(1 - \frac{P_j}{(1 - \lambda_0) \lambda_j} \right), \quad \gamma_{ij} = \min \left(C_3 \frac{d_i}{d_j}, 1 \right)$$

粒径階 i より小さな粒径の影響については以下のように考える。小さな粒径階の空隙にはそれより大きな粒径は侵入できないことから, $d_i < d_j$ の粒径階 i, j において, 堆積高 z_{bj} には式(5)の制約条件が課される。

$$z_{bi} \leq z_{bj} \quad (5)$$

本研究では, 式(3)において $\Delta z_i = d_i$ とし, 式(2), (3)を数值的に解く。数値解析には, 最大粒径 d_{imax} 厚の全体の解析層と各粒径 d_i の厚をもつ表層, 堆積層を重ね, 移動座標系で解くことにしている。

以上の AP 理論に基づく堆積高と粒子存在割合の式を水理実験等と比較する。検証対象とした実験は, 二粒径最密充填実験(空気中), 混合粒径最密充填実験(空気中), 混合粒径自然落下実験(空気中, 水中), 水流による二粒径土砂の流出実験(分級による粗粒化)である。また, 流れの作用について検討するため, 礫床河川における流速分布と掃流力の評価方法の検討を行った。

4. 研究成果

混合粒径細粒子が侵入可能な空間を定義することで, 交換層を用いない, Euler 型混合粒径土砂堆積モデル(Eulerian Sediment Deposition Model: E-SDM)を開発したが, AP 理論に基づく土砂体積 E-SDM と従来の交換層モデル, DEM の関係は十分に検討されておらず, なぜ DEM では交換層が不要であったのかなどの本質的な検討が不十分であった。また, E-SDM の有限の堆積厚に対する検証[8]は行われているが, 堆積過程に対しての検証は行われていなかった。そこで, まず DEM に用いられる基礎方程式から E-SDM に用いられる堆積高の時間変化式を再導出し, 従来の交換層モデルに用いられる方程式の意味を検討した。以下に理論解析の概略と得られた成果を示す。

DEM では, 各粒径に対して質量保存則と運動方程式が用いられる。

$$\frac{dm_p}{dt} = 0, \quad m_p \frac{d\mathbf{u}_p}{dt} = \mathbf{f}_p \quad (6)$$

ここに, m_p : 粒子 p の質量, \mathbf{u}_p : 粒子 p の流速ベクトル, \mathbf{f}_p : 粒子 p に作用する合力ベクトル, 流体力や粒子間応力が含まれる。Euler 型手法では, 粒径階 i ごとにコントロールボリューム(CV)で積分された式(7), (8)が基礎方程式となる。

$$\frac{\partial \overline{p_i}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{p_i u_i}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{p_i v_i}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{p_i w_i}}{\partial z} = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial \overline{p_i \mathbf{u}_i}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{u_i \cdot p_i \mathbf{u}_i}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v_i \cdot p_i \mathbf{u}_i}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{w_i \cdot p_i \mathbf{u}_i}}{\partial z} = \frac{\overline{\mathbf{f}_i}}{\rho_s} \quad (8)$$

ここに, p_i : 粒径階 i の体積存在比率, $\mathbf{u}_i = (u_i, v_i, w_i)$, \mathbf{f}_i : 粒径階 i の (x, y, z) 方向流速, 合力ベクトル, ρ_s : 粒子の密度である。粒径階 i は大きい順に定義し, 上付きのバーは CV 平均を表す。式(8)により, 粒子の移動フラックスあるいは移動速度が解ければ, 式(7)より各粒径階の体積存在率が計算され, 例えば空隙率は以下の式で計算できることになる。

$$\lambda = 1 - \sum_{i=1}^{imax} \overline{p_i} \quad (9)$$

ここに, $imax$: 粒径階数であり, 本研究では粒径階は大きい順に定義している。このことから空隙率は解くべき変数ではなく, 計算される粒子存在比率から求めることができるものが示される。これは DEM の解析と同様であるが, これまでの交換層を用いた解析と異なる点である。

固液混相流では粒子濃度によって運動形態が特徴づけられ, 掃流砂や浮遊砂では式(8)を単純化して用いられる。式(7)を河床面上の掃流砂層, あるいは全水深にわたって積分することにより, 掃流砂と浮遊砂に関する連続式が得られる。

$$\frac{\partial c_{Bi} h_{Bi}}{\partial t} + \frac{\partial q_{Bix}}{\partial x} + \frac{\partial q_{Biy}}{\partial y} + D_i + E_i = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial C_i h}{\partial t} + \frac{\partial C_i U h}{\partial x} + \frac{\partial C_i V h}{\partial y} - E_i = \frac{\partial}{\partial x} \left(\varepsilon h \frac{\partial C_i}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\varepsilon h \frac{\partial C_i}{\partial y} \right) \quad (11)$$

ここに, c_{Bi} , h_{Bi} , q_{Bix} , q_{Biy} : 粒径階 i の掃流砂層の濃度, 層厚, x, y 方向掃流砂量, D_i , E_i : 粒径

階 i の掃流砂の河床への堆積量($D_i < 0$ で離脱量), 浮遊砂への浮上量($E_i < 0$ で沈降量), h : 水深, C_i : 粒径階 i の水深平均体積濃度, e : 浮遊砂の乱流拡散係数である. なお, 非定常性の激しい流れを除き, しばしば式(10)の掃流砂層厚の非定常項は無視され, 平衡流砂量の場所的变化と浮遊砂への浮上量から D_i を評価し, 河床砂の連続式から河床高の時間変化が解かれる.

混合粒径の河床砂の連続式についても, 同様に式(2)から導く. まず, 粒径階 i の堆積高を z_{bi} とすると, ここでは掃流層内のせん断力が砂の移動限界と釣り合うため, 堆積高付近では粒子の水平移動フラックスはほぼないと考えることができる. また, 堆積高より上で鉛直フラックスが $-D_i$, 堆積高より下で 0 であることを考慮して, 式(2)を堆積高 z_{bi} から微小高さ Dz_i の区間で積分すると式(12)が得られる.

$$\int_{z_{bi}}^{z_{bi}+\Delta z_i} \left(\frac{\partial p_i}{\partial t} + \frac{\partial p_i w}{\partial z} \right) dz = \frac{\partial}{\partial t} \int_{z_{bi}}^{z_{bi}+\Delta z_i} p_i dz + p_i \Big|_{z_{bi}} \frac{\partial z_{bi}}{\partial t} - D_i = 0 \quad (12)$$

ここで, 堆積高ではそれより下方に侵入できる空隙がないことを表すことから, 粒径階 i の利用可能空隙 l_i が充填されたと見なせ, 式(12)は式(13)で書き換えられる.

$$\frac{\partial \Delta z_i P_i}{\partial t} + \lambda_i (1 - \lambda_0) \frac{\partial z_{bi}}{\partial t} = D_i \quad (13)$$

ここに, P_i は表層 Dz_i における粒径階 i の平均体積占有率, l_0 は一様粒径の空隙率である. ここで, 交換層モデル¹⁾において, 現在広く用いられている各粒径の存在比率の式[2]は, 式(14)で与えられている.

$$(1 - \lambda) e_m \frac{\partial f_{mi}}{\partial t} + (1 - \lambda) F_{bi} \frac{\partial z_b}{\partial t} = D_i \quad (14)$$

ここに, e_m : 交換層厚, f_{mi} : 交換層内における粒径階 i の占有率とされている. また, F_{bi} は方程式からは交換層下面の f_{mi} と見なされるが, 数値解析においては, 通常河床上昇, 下降によって風上化されて評価される^{1),2)}と考えることができる. なお, 式(14)は f_{mi} を計算するために用いられ, 河床高の時間変化の計算には, 式(14)を全ての粒径階で足し合わせた, 式(15)が用いられる.

$$(1 - \lambda) \frac{\partial z_b}{\partial t} = \sum_{i=1}^{imax} D_i \quad (15)$$

式(13), (14)を比較すると, 交換層厚 $e_m = Dz_i$, 河床高 $z_b = z_{bi}$ と考えれば, $(1 - \lambda) f_{mi} = P_i$, $(1 - \lambda) F_{bi} = (1 - \lambda_0) \lambda_i$, であり, 式(14)は第一項の $(1 - \lambda) e_m$ が微分の外に出されたものであるため, これを元に戻せば, 当然のことながら式(13)と一致する. したがって, 従来の交換層の連続式(14)は, 各粒径の平均化スケール Δz_i と堆積高 z_{bi} を粒径区分せずそれぞれ交換層厚 e_m と河床高 z_b で与え, 土砂堆積の運動学的条件を表す粒径階 i の利用可能空隙 l_i については交換層下面の粒径階 i の占有率 f_{mi} で表現したものとと言える. 式(13)の Δz_i は堆積によって粒径階 i の体積占有率 p_i が変化する高さであり, CV 内の堆積高が平坦であれば, $\Delta z_i = d_i$ で与えられるが, 堆積高が凹凸を含む場合はそのスケールも含まれる. 交換層 e_m は粒度分布が変化する表層であるため, Δz_i と物理的な意味は変わらないと言える. 例えば, 式(13)において, Δz_i に最大粒径 d_{imax} を用いても, 数値計算上の精度は変化するが, 本質的には変わらない. 一方, 式(13), (14)の第二項は以下の 2 点において本質的に異なる. 各粒径の堆積高 z_{bi} が各粒径で等しく河床高 z_b とすると, 細粒子が粗粒子間に堆積したり, 粗粒子間から流出したりする現象が考慮できなくなる. さらに, 第二項の堆積高における存在率は, その粒径階が堆積する条件に対応している必要がある. 堆積高, あるいは河床高から鉛直方向に積分する式を用いず, 式(7)を直接用いる場合は, この問題は陽的には表されない. 例えば, DEM では, 式(6)の運動方程式の外力項の粒子間接触力で各粒径が空隙に侵入可能かどうか計算され, これが堆積高の条件となる. したがって, 式(13)を解くためには, 粒径階 i が侵入可能な空隙率 l_i をどのように表すかが重要な問題となる. このことからオイラー型で混合粒径の土砂問題を考えるためには AP 理論を導入することが必要である.

次に二粒径の充填問題に対して, 実験, AP 理論式, 数値解析結果を比較した. 数値解析法は理論解[7]とずれているが, それが実験の再現性を向上させていることを明らかにした. さらに二粒径問題について, coarse packing と fine packing の差は連続する粒度分布の場合には歪に相当することを発見し, 平均, 標準偏差に加えて, 粒度分布の歪と空隙率の関係を調べた. この結果, coarse packing 状態と見なせるような歪は現地の粒度分布からは見られないことを示した. 粒度分布と空隙率の関係が二粒径粒子群の Coarse Packing と Fine Packing で特徴づけられることに着目し, 粒度分布の標準偏差とひずみと空隙率の関係を明らかにした.

現地の大きな粒径を含む土砂の空隙率の計測方法を開発し, 本理論と比較した. そして締固め度などの充填方法は粒度分布と同様に空隙率に大きく影響することを示した. この充填方法の違いは一様粒径の空隙率で評価できることを示した. そして, 空気中と静水状態における土砂堆積実験を行い, これまでの AP 理論に基づく数値解析結果と比較し検証した. さらに, 流れによる細粒土砂が流出する過程の二粒径実験を行い, 既往の方法と比較することで AP 理論に基づく連続式の妥当性と有効性を明らかにした. そして, それを用いて各時間, 各場所の細粒土砂量を算出し, 従来の流砂量式の課題を明確にするとともに, AP 理論を生かした各粒径の高さを考慮した新しい流砂量式を検討した. 流砂表評価に対しては河床表層の空隙における流速鉛直分布の理論式を導出した. また空隙の細粒子に作用する粒子の掃流力の評価方法を示し, 細粒土砂が

流出する際の河床表層の粗粒化と空隙率の変化による土砂の総体積の変化を再現することを可能とした。

参考文献

- [1] 平野宗夫：Armoring をともなう河床低下について，土木学会論文報告集，No.195，pp.55-65，1971.
- [2] Garcia, M. H. (2008) Chapter 2 Sediment transport and morphodynamics, Sedimentation Engineering, processes, measurements, modeling, and practice, edited by Garcia, M. H., ASCE manuals and reports on engineering practice No. 110, pp. 21–163.
- [3] Parker, G., Paola, C. and Leclair, S.: Probabilistic Exner sediment continuity equation for mixtures with no active layer, J. Hydraul. Eng., Vol. 126(11), pp. 818–826, 2000.
- [4] Church, M. and Haschenburger, J. K.: What is the “active layer”?, Water Recour. Res., Vol. 53 (1), 5-10, 2017.
- [5] 後藤仁志：数値流砂水理学，森北出版，2004。
- [6] Fukuoka, S., Fukuda, T. and Uchida, T.: Effects of sizes and shapes of gravel particles on sediment transports and bed variations in a numerical movable-bed channel, Adv. Water Resour., Vol.72, pp.84-96, 2014.
- [7] Uchida, T., Kawahara, Y., Hayashi, Y., and Tateishi, A.: Eulerian deposition model for sediment mixture in gravel-bed rivers with broad particle size distributions, J. Hydraul. Eng., Vol 146, Issue 10, 2020.
- [8] 林 勇輔，内田龍彦，河原能久：分級作用に伴う混合粒径土砂の空隙率と体積の変化に関する基礎的研究，土木学会論文集 B1（水工学），Vol.75，I_913-918，2019。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計0件

〔学会発表〕 計6件（うち招待講演 0件 / うち国際学会 1件）

1. 発表者名 阪上 健, 内田龍彦
2. 発表標題 細粒土砂の砂防堰堤からの流出機構
3. 学会等名 令和5年度（第75回）土木学会中国支部研究発表会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 佐伯雄一, 中田一騎, 内田龍彦
2. 発表標題 根谷川における土砂動態把握のための土砂堆積高計測装置の開発と適用
3. 学会等名 令和5年度（第75回）土木学会中国支部研究発表会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Tatsuhiko Uchida
2. 発表標題 An Available Porosity Concept for a Multiphase Eulerian Formulation on Mixed-Size Grain Sediment Problems
3. 学会等名 THESES-2022: The 5th symposium on two-phase modeling for sediment dynamics in geophysical flows (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 橋本 光生, 内田 龍彦
2. 発表標題 幅広い粒度分布を持つ土砂の空隙率の算定法とその検討
3. 学会等名 令和4年度（第74回）土木学会中国支部研究発表会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Jiang Yicheng, 内田 龍彦
2. 発表標題 Effect of skewness and standard deviation on porosity in sediment with wide particle size distribution
3. 学会等名 令和4年度(第74回)土木学会中国支部研究発表会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 中田 一騎, 細井 啓示, 内田 龍彦, 永井 秀和
2. 発表標題 根谷川における土砂堆積量観測装置の出水時への適用と土砂堆積厚推定式の改良
3. 学会等名 令和4年度(第74回)土木学会中国支部研究発表会
4. 発表年 2021年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	橋本 涼太 (Hashimoto Ryota) (60805349)	京都大学・工学研究科・准教授 (14301)	
研究分担者	河原 能久 (Kawahara Yoshihisa) (70143823)	広島大学・先進理工系科学研究科(工)・名誉教授 (15401)	
研究分担者	井上 卓也 (Inoue Takuya) (20647094)	広島大学・先進理工系科学研究科(工)・准教授 (15401)	

6. 研究組織（つづき）

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究 分 担 者	鳩野 美佐子 (Hatono Misako) (40837019)	広島大学・先進理工系科学研究科(工)・助教 (15401)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関