

令和 6 年 6 月 20 日現在

機関番号：33908

研究種目：研究活動スタート支援

研究期間：2021～2023

課題番号：21K20139

研究課題名（和文）スパースモデリングの応用による計量経済学的な生産性ホットスポット検出手法の開発

研究課題名（英文）Development of an Econometric Productivity Hotspot Detection Method with Application of Sparse Modeling

研究代表者

塚本 高浩（Tsukamoto, Takahiro）

中京大学・経済学部・講師

研究者番号：90906223

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,400,000円

研究成果の概要（和文）：本研究は、空間確率フロンティアの特徴を整理し、生産性のホットスポットとなっている地域を明らかにできる計量経済学的な統計モデルを提案するものである。空間計量経済学の知見を取り入れた生産性/効率性の分析手法である空間確率フロンティアモデルは、空間相関のような大域的な空間的相互依存関係を描写できても、生産性のホットスポットといった局所的な空間における現象を捉えることは困難であった。そこで、パラメトリックな計量経済学的な生産性/効率性の分析手法である確率フロンティアモデルに、スパースモデリングの知見を応用することにより、生産性のホットスポットを検出できる新たな統計モデルを提案した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究で提案した統計モデルは、クロスセクションデータでホットスポットを検出できるものである。パネルデータを必ずしも必要としないため、データの取得可能性の面だけでなく、生産性ホットスポットの経時変化を分析することが可能になる利点も有する。また、空間相関と生産性ホットスポットが同時に存在することを許容する新たな生産性分析手法を提示するといった拡張も見込まれる。

研究成果の概要（英文）：This study organizes the characteristics of spatial stochastic frontier models and proposes an econometric model that can reveal regions that are productivity hotspots. The spatial stochastic frontier models, productivity/efficiency analysis methods that incorporates the techniques of spatial econometrics, can describe global spatial interdependencies such as spatial correlations, but it is difficult to capture productivity hot spots. Therefore, we proposed a new statistical model that can detect productivity hotspots by applying sparse modeling to the stochastic frontier model.

研究分野：応用計量経済学

キーワード：空間計量経済学 確率フロンティアモデル スパースモデリング LASSO 生産性 効率性 ホットスポット 空間相関

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

## 様式 C - 19、F - 19 - 1 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

生産関数等で規定される生産技術とそこからの乖離である非効率性に分離して生産性を推定する計量経済学的な分析手法である「確率フロンティアモデル」に、経済主体の空間的な依存関係をモデリングする空間計量経済学の知見を導入した「空間確率フロンティアモデル」の提案が2010年代以降になって盛んに行われた。様々なモデルが提案されているが、整理が十分行われておらず、実証研究の蓄積もあまり進んでいない。またこれらのモデルは、生産性の高い(低い)生産者の周りに立地する生産者の生産性が高い(低い)といった大域的な「空間相関」を捉えることができるモデルであるが、局所的に生産性が高い地域である「生産性のホットスポット」を捉えることはできないと考えられる。

### 2. 研究の目的

空間確率フロンティアモデルは、想定している空間的相互依存の構造が異なる様々な種類のモデルが提案されている。また、確率フロンティアモデルはその誤差項の構造が複雑であるが故に、空間計量経済学の知見を単純に導入すると発生する特有な問題がある。そこで本研究では、まず確率フロンティアモデルおよび空間計量経済学の基本モデルを整理した上で、空間確率フロンティアモデルを体系的に分類し、それぞれの特徴や問題点を明らかにする。その上で、「生産性のホットスポット」を検出できる統計モデルを構築する。

### 3. 研究の方法

本研究は、空間計量経済学の知見を取り入れた生産性/効率性の分析手法である空間確率フロンティアモデルを体系的に分類し、特徴等を明らかにした上で、生産性のホットスポットとなっている地域を明らかにできる計量経済学的な統計モデルを提案するものである。空間確率フロンティアモデルは、空間相関のような大域的な空間的相互依存関係を描写できても、生産性のホットスポットといった局所的な空間における現象を捉えることは困難である。そこで、パラメトリックな計量経済学的な生産性/効率性の分析手法である確率フロンティアモデルに、画像処理の分野等で使われているスパースモデリングの知見を応用することにより、生産性のホットスポットを検出できる新たな統計モデルを提案する。

### 4. 研究成果

確率フロンティアモデルに空間計量経済学モデルの知見を導入したモデルがいくつか提案されている。そこで、これらのモデルを導入された空間計量経済学モデルの区分で体系的にまとめるとともに、各モデルの特徴と問題点を整理する。また、通常の線形モデルでの誤差項は、経済学的な意味をほとんどもたないが、確率フロンティアモデルでは、誤差項を構成する1つである非負の確率変数が、非効率性という重要な意味を持つ。よって下記では、ある地域の非効率性が周辺他地域の変数に与える影響も併せて議論する。

#### 1. Spatial lag of X stochastic frontier model (SLXSF)

確率フロンティアモデルと SLX を統合させた Spatial lag of X stochastic frontier model (SLXSF)は次のように一般的に表現できる。

$$y = X\beta + WX\tau + v + u, \\ v \sim (0, \sigma_v^2 I_n), \quad u \sim +(\mu, \sigma_u^2 I_n).$$

このモデルにおける説明変数に関する限界効果行列は次の通りである。

$$\frac{\partial y}{\partial x^{r'}} = I_n \beta_r + W \tau_r.$$

このように、SLXSF は通常の空間計量経済学の SLX と同様に  $\tau_r = 0$  でない限りローカルなスπιルオーバーがあるモデルである。説明変数は自地域だけでなく周辺他地域のフロンティアも経由して被説明変数に影響を及ぼす構造になっている。社会資本など説明変数に外部性が存在する場合に適している。

次に、非効率性に関する限界効果行列は次の通りである。

$$\frac{\partial y}{\partial u'} = +I_n.$$

明らかに、この行列の非対角成分は0であるので、SLXSF はある地域の非効率性は周辺他地域

に影響を与えない構造である。なお、SLXSF に含まれる空間ラグ項は外生的であるので、推定には特筆すべき問題は生じず、通常非空間確率フロンティアモデルのための推定手法を用いればよい。

## 2. Spatial autoregressive stochastic frontier model (SARSF)

確率フロンティアモデルと SAR を統合させた Spatial autoregressive stochastic frontier model (SARSF)は次のように一般的に表現できる。

$$\begin{aligned} y &= \rho W y + X\beta + v \mp u, \\ v &\sim (0, \sigma_v^2 I_n), \quad u \sim (\mu, \sigma_u^2 I_n), \end{aligned} \quad (1)$$

ある地域の被説明変数が周辺他地域のフロンティアを経由して被説明変数に影響を及ぼすモデルである。生産活動の外部性が存在する場合に適している。

(1)式を誘導形にすると次のように表せる。

$$y = (I_n - \rho W)^{-1} X\beta + (I_n - \rho W)^{-1} v \mp (I_n - \rho W)^{-1} u.$$

このことから、説明変数に関する限界効果行列は次のように表現できる。

$$\frac{\partial y}{\partial x^{r'}} = (I_n - \rho W)^{-1} \beta_r = (I_n + \rho W + \rho^2 W^2 + \dots) \beta_r.$$

よって空間計量経済学の SAR と同様に、SARSF は  $\rho = 0$  でない限りグローバルなスピルオーバーがあるモデルである。次に、非効率性に関する限界効果行列は次のようになる。

$$\frac{\partial y}{\partial u} = \mp (I_n - \rho W)^{-1} = \mp (I_n + \rho W + \rho^2 W^2 + \dots).$$

よって、SARSF では、 $\rho = 0$  でない限りある地域の非効率性の変化は周辺他地域の被説明変数に影響を及ぼすことがわかる。非効率性の変化は周辺他地域のフロンティアのシフトを導くことで被説明変数に影響を及ぼす構造になっているので、周辺他地域の非効率性に対して影響を及ぼす構造ではない。

SARSF は、様々な特定化したモデルが提案されている。非効率性を意味する非負の確率変数  $u$  に、Glass et al. (2016)は半正規分布仮定している。また、Ramajo and Hewings (2018)は、Battese and Coelli (1992)が提案した非空間の確率フロンティアモデルの誤差構造を導入し、非効率性が時間の経過で変化することを許容した SARSF を開発した。また、Tsukamoto (2019)は、先述した Battese and Coelli (1995)の誤差構造を導入し、非効率性の決定要因モデルを推定することができる SARSF を提案した。

## 3. Spatial inefficiency error stochastic frontier model (SIESF)

これまでのモデルでは、ある地域の非効率性が周辺他地域の非効率性に影響を及ぼす構造ではなかった。そこでこの非効率性における空間依存をモデリングするために、空間計量経済学の SEM の誤差項の構造を確率フロンティアモデルの非効率性を説明する誤差項に導入したモデルである Spatial inefficiency error stochastic frontier model (SIESF)を紹介する。SIESF は次のように一般化して表される。

$$y = X\beta + v \mp u, \quad u = u(\xi, \lambda, W) \geq 0.$$

SIESF は非効率性の空間依存をモデリングしていることに特徴がある。ある地域の非効率性が周辺他地域の非効率性に影響を及ぼす定式化であり、非効率性の変化がフロンティアのシフトを導くことはない。また、説明変数  $X$  は周辺地域に影響を与えない（つまり空間的スピルオーバーがない）。 $\beta$  は限界効果を表す ( $\partial y / \partial x^{r'} = I_n \beta_r$ )。狭義の SEM と同様に空間自己回帰プロセスを非効率性に仮定したモデル (Straightforward SIESF と呼ぶことにする) は次のように表せる。

$$u = \lambda W u + \xi,$$

$$u = (I_n - \lambda W)^{-1} \xi.$$

空間計量経済学の狭義の SEM とは異なり, Straightforward SIESF では確率フロンティアモデルの仮定から  $u$  が非負の確率変数でなければならない.  $\xi$  は非負の確率変数であり,  $\xi$  が空間的自己相関を規定するパラメーターが非負であれば ( $\lambda \geq 0$ ),  $u$  は非負の確率変数となる. しかしながら,  $\lambda < 0$  の時は,  $u$  はもはや非負の確率変数ではない. このことは, この定式化が負の空間自己相関を許さないことを意味する. Areal et al. (2012) は Straightforward SIESF を推定しているが, 上記の理由により, 彼らの定式化は負の空間的自己相関  $\lambda < 0$  を許さない.

確率フロンティアモデルを用いた多くの経済学の実証研究では, 非効率性の分布に非負の 0 近傍での確率密度が高い半正規分布や切断分布を仮定している. しかしながら, Straightforward SIESF では  $\lambda > 0$  の場合においても, 非効率性を表す非負の確率変数  $u$  は 0 近傍で極めて小さい値となる. もし,  $\xi$  が切断正規分布 (半正規分布含) に従うとしても,  $u$  は切断正規分布にはならない (正規分布と異なり切断正規分布には再生性はない). 非効率性の分布の 0 付近の確率密度が極めて小さい場合, 推定されるフロンティアの解釈に困難をもたらす. フロンティア付近で生産活動できる確率がほぼないことを意味するからである.

Vidoli et al. (2016) は, 狭義の SEM と同様に正規分布に従う確率変数が空間自己回帰すると仮定した場合に導かれる誤差項の分布を 0 でトランケイトした非負の半正規分布  $N^+(\mathbf{0}, \sigma_u^2 (I_n - \lambda W)^{-1} (I_n - \lambda W)^{-1})$  を非効率性の分布として利用している. この定式化により, 0 近傍における低い確率密度の問題が回避される. しかし, 空間的自己回帰プロセスの前提がトランケイトにより崩壊してしまっているといった問題が残る.

また, これまで紹介した SIESF の最も重大な問題点は, 非効率性の空間依存の要因がわからないことであろう. 確率フロンティアモデルの説明で述べた通り, 非効率性の決定要因が存在している可能性がある. 観測される多くの変数が空間依存しているといわれている (Pace and Zhu, 2012). 非効率性の決定要因が空間依存している場合, 非効率性も見かけ上空間依存する. しかしこれは, ある地域の非効率性が他地域の非効率性に影響を及ぼすことを意味しない. 空間依存している非効率性の決定要因の脱落したモデルでは, ある地域の非効率性が周辺他地域の非効率性に影響を及ぼしている (真の空間的スピルオーバー) のか, 非効率性の決定要因が空間的に相関しているのか (見かけ上の空間的スピルオーバー) を識別できない. この両者の識別は経済学的に重要である. 前者は外部性が生じていることを示すものであるが, 後者はそうではない. このように, 既存モデルは非効率性が空間依存している理由がブラックボックスになってしまう重大な問題がある. そこで, こうした問題に対処できる SIESF も Skevas (2020) や Tsukamoto and Maeda (2021) など提案されている. このように, SIESF は確率フロンティアモデルの誤差構造に起因する特有の問題が生じるため, 注意を要する.

#### 4. スパースモデルの構造を取り入れた stochastic frontier model

上記のモデルは, 生産性の高い (低い) 生産者の周りに立地する生産者の生産性が高い (低い) といった大域的な「空間相関」を捉えることができるモデルである. しかし, 局所的に生産性が高い地域である「生産性のホットスポット」を捉えることはできない. 大域的な空間相関では説明できない局所的な空間における現象は存在し得る. 例えば, 産業集積地においても, 生産性が高い集積地とそうではない集積地が存在することは指摘されている. より望ましい産業政策の実施に向けて, どのような産業集積が生産性の向上を導くのかを明らかにするためには, 「生産性のホットスポット」を検出することは有用なはずである. しかしながら, 従来の研究のように空間計量経済学の知見の応用で生産性のホットスポットを検出することは困難である.

スパースモデリングの手法の 1 つである fused LASSO 構造を確率フロンティアモデルに組み込んだ統計モデルは, 計量経済学的な生産性分析手法の枠組みを用いながら生産性のホットスポットの検出が可能になるものである.

なお, 生産性のホットスポットを検出するためには, 既存の計量経済学的な生産性分析手法を用いて各生産者における生産性スコアを計算し, 空間スキャン統計量といった既存のホットスポット検出手法を用いて先に求めた生産性スコアのホットスポットを検出するという方法が考えられる. しかしながら, このような 2 段階推定手法は統計学的な問題を生じさせる. 2 段階目でホットスポットの存在を検証しているものの, 生産性の推定である 1 段階目にホットスポットの存在を考慮していないからである. このことは 1 段階目で推定されたそもそもの生産性スコアにバイアスが含まれる可能性があることを意味し, 問題である. また分析にクロスセクションデータを用いた場合, 各生産者の生産性スコアはそもそも一致推定量でないという問題も生じる. よって提案モデルのような, 生産性の推定と同時に生産性のホットスポットを検出できる 1 段階推定手法が望ましいと考えられる.

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計2件（うち査読付論文 0件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 2件）

1. 著者名 塚本 高浩	4. 巻 70
2. 論文標題 確率フロンティアモデルにおける生産者間の空間的相互依存関係の考慮	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 経済科学	6. 最初と最後の頁 191 ~ 201
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.18999/ecos.70.4.191	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Tsukamoto Takahiro, and Maeda Izuru	4. 巻 No. 3993631
2. 論文標題 Yardstick Competition and Spatial Interdependence of Cost Efficiency in Local Governments: Development and Application of an Interpretable Spatial Inefficiency Stochastic Frontier Model	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 SSRN Electronic Journal	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.2139/ssrn.3993631	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

〔学会発表〕 計4件（うち招待講演 0件/うち国際学会 2件）

1. 発表者名 Takahiro Tsukamoto
2. 発表標題 Spatial Stochastic Frontier Models
3. 学会等名 28th International Input-Output Association Conference（国際学会）
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Takahiro Tsukamoto
2. 発表標題 Spatial Stochastic Frontier Models
3. 学会等名 4th University of Bari Aldo Moro - Chukyo University WORKSHOP（国際学会）
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 塚本高浩
2. 発表標題 Spatial Interdependence of Cost Efficiency in Local Governments: Development of an Interpretable Spatial Inefficiency Stochastic Frontier Model
3. 学会等名 地域科学セミナー（名古屋大学大学院環境学研究科経済環境論講座）
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 塚本高浩・前田出
2. 発表標題 Yardstick Competition and Spatial Interdependence of Cost Efficiency in Local Governments: Development of an Interpretable Spatial Inefficiency Stochastic Frontier Model
3. 学会等名 第35回 応用地域学会（ARSC）研究発表大会
4. 発表年 2021年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------