

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 25 年 5 月 21 日現在

機関番号：12501
 研究種目：基盤研究（C）
 研究期間：2010～2012
 課題番号：22500006
 研究課題名（和文） スケール不変性をもつ一般化指数関数の数理による情報源符号化の新たな展開
 研究課題名（英文） New developments of source coding by means of generalized exponentials with scale invariance.
 研究代表者
 須鎗 弘樹（SUYARI HIROKI）
 千葉大学・大学院融合科学研究科・教授
 研究者番号：70246685

研究成果の概要（和文）：

従来の確率論を特徴付ける統計的独立性を特別な場合として含む長距離（長時間）従属性への拡張を目指して、本研究では、その典型例として、スケール不変性を取り上げ、情報源符号化の基礎である大数の法則の拡張を試みた。その結果、 q -積との関係は明らかになり、大数の法則の拡張とみられる候補が得られた。しかし、当初の見通しが甘く、情報数理論全体に影響を及ぼす大きな課題であることがわかり、情報源符号化の拡張には至らず、現在も研究を進めている。

研究成果の概要（英文）：

Stochastic independence is one of the important properties to characterize the standard probability theory. In order to generalize the independence including the standard one as a special case, especially for long memory dependence, this project aims the generalization of law of large numbers which is the basis of information source coding by applying scaled exponential function (q -exponential function). As the result, we clarify the relation to the q -product, naturally derived from q -exponential function, and obtain some candidates of generalization of law of large numbers. However, such an attempt requires not only generalization of law of large numbers but also other related theorems on probability theory, which needs more time and careful discussions. Thus, this project does not yet obtain a generalization of information source coding theorem within three years and is still under study.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2010年度	1,400,000	420,000	1,820,000
2011年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2012年度	1,000,000	300,000	1,300,000
年度			
年度			
総計	3,400,000	1,020,000	4,420,000

研究分野：情報数理論

科研費の分科・細目：情報学・情報学基礎

キーワード：Tsallis エントロピー、 q -積、 q -指数関数、情報源符号化

1. 研究開始当初の背景

1945年のShannonの論文発表により情報理

論が誕生し、それを受けて、1957年にJaynesによりエントロピー最大化原理を用いて Boltzmann-Gibbs 統計力学を再構成できることが示された。これにならい、1988年にTsallisは、今日、Shannon エントロピーを一般化した、今日、Tsallis エントロピーと言われる一般化エントロピーを提案し、 Boltzmann-Gibbs 統計力学の拡張を提案した。具体的には、この一般化エントロピーに対して、Jaynesの提唱したエントロピー最大化原理を適用し、従来の統計力学の一般化(今日、Tsallis 統計と言われている)を構成できることを最近まで示してきた。これは、指数関数族の一般化として、べき関数族を考える一例となった。ここで、注意すべきことは、Tsallis エントロピーをエントロピー最大化原理を用いる根拠である情報理論が未だ存在していない点である。そこで、本研究では、その情報理論の基礎である、Tsallis エントロピーに対応する情報源符号化定理を発見することを研究課題に挙げた。

2. 研究の目的

指数関数に対応する情報量がシャノンエントロピーであるように、その拡張として、べき関数に対応する情報量がツァリスエントロピーであることが研究代表者の最近の研究で分かってきた。従来の情報理論の重要な柱である情報源符号化定理において、情報源として独立同分布にしたがうデータの生成を仮定して理論を構築することが、理論的基礎になっている(情報理論では、そのような情報源を無記憶情報源と呼んでいる)。そこで、本研究では、この「独立」の条件を、ツァリス統計の数理によって拡張し、生成されるデータ間にスケール不変性・長時間(距離) 相関の性質を有する場合に拡張された情報源符号化定理の確立とその応用を目指した。その目的のためには、情報源符号化定理の理論的背景である漸近的等分割性(AEP: Asymptotic Equipartition Property)の拡張を目指す必要がある。これは、確率論における大数の弱法則をエントロピーで表現し直した定理であるが、この漸近的等分割性により、情報源符号化の意味が大数の弱法則よりも、より鮮明になる。そのため、本研究では、大数の弱法則の一般化が目標到達への重要なステップになる。

3. 研究の方法

長時間(距離) 相関の具体的な例を考えるために、マルチスケールコントロール集合などの基本的な例を用いて、マルチフラクタルに現れるスケール不変性の数学的定式化を行う。特に、マルチフラクタルの理論で

必ず現れる一般化次元とツァリスエントロピーに注意して、スケール不変性とツァリスエントロピーの関係を明らかにする。また、カオスの縁と呼ばれるべき乗則が現れるときのマルチスケールコントロール集合が q -積を用いて表せることを示す。この結果から独立性の拡張として、 q -積が現れる数学的条件を見いだす。特に、 q -積空間上における同時確率と周辺確率について、数学的定式化・定義を行う。特に、スケール不変性に顕著に表れる2種類のシフト構造(引き延ばしと折り曲げ)を考慮に入れて、符号構造を考える必要がある。これらの結果から、大数の弱法則の拡張を行う。さらに、その結果から、情報源符号化の基礎である漸近的等分割性(AEP: Asymptotic Equipartition Property)の拡張を行う。それにより、スケール不変な系における符号構造の意味が明らかになることが期待できる。さらに、これを理論的根拠にして、情報源符号化定理の拡張を行う。予想では、その限界に、Tsallis エントロピーが現れると考えられる。

4. 研究成果

Tsallis エントロピー、Renyi エントロピー、状態数、一般化次元、 q -積などの関係を明らかにすることができた。従来のフラクタル理論に現れる一般化次元のパラメータ q は、まさに Tsallis エントロピーで使われているパラメータ q に他ならない。ただし、その一致には、加法的双対性、乗法的双対性など、各種双対性の自由度があることがわかった。これらの定式化において、 q -積を独立性の拡張としてとらえる過程で、整合性などの様々な問題が生じた。

従来の情報理論において、情報源符号化の基礎は、漸近的等分割性(AEP: Asymptotic Equipartition Property)といわれる定理で知られている。これは、確率論における大数の弱法則を Shannon エントロピーで表現した情報理論の定理である。これが、情報源符号化定理の理論的根拠になっている。ここでいう大数の弱法則と漸近的等分割性は、いずれも独立同一分布で生成されるデータを仮定している。本研究では、この仮定を q -積によって緩めることによって、本研究の目的を果たそうとした。しかし、その拡張が当初思っていた以上に難しいことがわかった。特に、独立性の仮定を緩めることは、大数の弱法則を拡張することを意味しており、大数の弱法則だけでなく、関連する確率論の諸定理の拡張との整合性を保ちながら、場合によれば修正して、矛盾なく拡張する必要がある。そのような背景もあって、大数の弱法則の拡張と考えられる定理は、2種類ほど得ているが(未発表)、どちらが最も適しているのか、また他の拡張もあり得るのではないかと考えら

れ、この文章を書いている時点でも、その結論にいたっていない。そのため、本研究の進展は著しく滞ることになった。(そのため、長距離(長時間)相関が著しく現れる系として、スケールフリーネットワークのダイナミクスを調べる研究を同時並行して行った。スケールフリーネットワークは、長距離(長時間)相関をもつ情報源の典型例として考えられる。)当初の見通しが甘く、本研究は、確率論・情報理論など広範囲に影響を及ぼす大きな課題であることがわかり、3年の研究期間では完了することが出来ないことが研究途中で明らかになった。そのため、研究期間を過ぎた現在でも、研究を進めている。ただし、この問題が解決できれば、情報数理の分野で大きなブレイクスルーになるのは間違いない。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計8件)

- ① 桃井達明, 須鎗弘樹, Twitter から生成した感情モデルと社会経済的現象との相関, 第11回情報科学技術フォーラム講演論文集, 査読無, 2012, 127-130.
- ② 桃井達明, 須鎗弘樹, Twitter から生成した感情モデルと経済指標との比較, ネットワークが創発する知能研究会予稿集, 査読有, vol.8, 2012, 6頁.
- ③ 飯田沙緒里, 須鎗弘樹, 複数の重みをもつネットワークモデルに対する super-stable node の出現とその検証, 第8回ネットワーク生態学シンポジウム予稿集, 査読無, vol.8, 2012, p.230-231.
- ④ 金子祥治, 須鎗弘樹, スケールフリー振動子ネットワークの頑健性について, 電子情報通信学会ソサイエティ大会講演論文集, 査読無, 2011, p.44.
- ⑤ 中川健, 須鎗弘樹, 学習効果と張替を用いたスケールフリー振動子ネットワークの生成アルゴリズム, 電子情報通信学会論文誌A, 査読有, J94-A, no.8, 2011, p.577-586.
- ⑥ 山本将人, 須鎗弘樹, 優先的選択を用いた進化ゲームにおけるネットワーク構造の変化, 電子情報通信学会 2010年ソサイエティ大会講演論文集, 査読無, 2010, p.55.
- ⑦ 中川健, 須鎗弘樹, 学習効果を用いた振動子ネットワークのスケールフリー生成アルゴリズム, 電子情報通信学会 2010年ソサイエティ大会講演論文集, 査読無, 2010, p.42.
- ⑧ 阿部誠, 須鎗弘樹, 淘汰アルゴリズムを用いた自己組織化ネットワークの改善と頑健性, 電子情報通信学会 2010年ソサイエティ大会講演論文集, 査読無, 2010, p.33.

[学会発表] (計10件)

- ① 須鎗弘樹, ツァリスエントロピーの数理(招待講演), 第14回特異点研究会プログラム, 2013年1月12-13日, 大阪経済法科大学 八尾駅前キャンパス.
- ② 須鎗弘樹, Tsallis 統計の数理について, RIMS 研究集会 函数解析学による一般化エントロピーの新展開, 2012年11月13日, 京都大学数理解析研究所.
- ③ 桃井達明, 須鎗弘樹, Twitter から生成した感情モデルと社会経済的現象との相関, ネットワークが創発する知能研究会, 2012年9月5日, 法政大学 小金井キャンパス.
- ④ 桃井達明, 須鎗弘樹, Twitter から生成した感情モデルと経済指標との比較, ネットワークが創発する知能研究会, 2012年8月31日, 立正大学 大崎キャンパス.
- ⑤ 飯田沙緒里, 須鎗弘樹, 複数の重みをもつネットワークモデルに対する super-stable node の出現とその検証, 第8回ネットワーク生態学シンポジウム, 2012年3月15日, 慶應義塾大学 湘南藤沢キャンパス.
- ⑥ 須鎗弘樹, Tsallis 統計の基礎数理, ミニワークショップ 統計多様体の幾何学とその周辺, 2011年12月3日, 北海道大学 理学部.
- ⑦ 金子祥治, 須鎗弘樹, スケールフリー振動子ネットワークの頑健性について, 電子情報通信学会 2011年ソサイエティ大会, 2011年9月13日, 北海道大学 札幌キャンパス.
- ⑧ 山本将人, 須鎗弘樹, 優先的選択を用いた進化ゲームにおけるネットワーク構造の変化, 電子情報通信学会 2010年ソサイエティ大会, 2010年9月15日, 大阪府立大学.
- ⑨ 中川健, 須鎗弘樹, 学習効果を用いた振動子ネットワークのスケールフリー生成アルゴリズム, 電子情報通信学会 2010年ソサイエティ大会, 2010年9月14日, 大阪府立大学.
- ⑩ 阿部誠, 須鎗弘樹, 淘汰アルゴリズムを用いた自己組織化ネットワークの改善と頑健性, 電子情報通信学会 2010年ソサイエティ大会, 2010年9月14日, 大阪府立大学.

[図書] (計1件)

- ① 須鎗弘樹, 牧野書店, 複雑系のための基礎数理—べき乗則とツァリスエントロピーの数理(数理情報科学シリーズ23), 2010, 246頁.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

須鎗 弘樹 (SUYARI HIROKI)

千葉大学・大学院融合科学研究科・教授
研究者番号: 70246685

(2) 研究分担者

無
(3) 連携研究者
無