

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成25年5月30日現在

機関番号：17701  
 研究種目：基盤研究(C)  
 研究期間：2010～2012  
 課題番号：22500017  
 研究課題名（和文） NP完全問題における離散断熱量子計算の研究  
 研究課題名（英文） Study on Discrete Adiabatic Quantum Computation in NP complete problem  
 研究代表者  
 中山 茂 (NAKAYAMA SHIGERU)  
 鹿児島大学・大学院理工学研究科・教授  
 研究者番号：00112714

## 研究成果の概要（和文）：

この報告書は、離散断熱量子計算を用いて、NP完全問題として充足可能性問題である3-SAT問題、そして、隠れ部分群問題としてドイッチ問題やドイッチ・ジョサ問題、ベルンシュタイン・ヴァジラニ問題、サイモン問題を広範囲に含めた量子アルゴリズムを研究したもので、その効果を検証するシミュレーション実験を行い、断熱量子計算で使うステップ・パラメータを線形から非線形化することにより、計算量の少ない効率的な解探索方法を研究した。

## 研究成果の概要（英文）：

In this report, adiabatic quantum computation has been proposed as a quantum algorithm with adiabatic evolution to solve combinatorial optimization problem, then it has been applied to many problems like satisfiability problem as NP complete problem, and Deutsch problem, Deutsch-Jozsa problem, Bernstein-Vazirani problem, Simon problem as hidden subgroup problem. We modify the adiabatic quantum computation with nonlinear step parameter instead of linear step parameter, and propose to solve these problems more efficiently by a method with higher observation probability.

## 交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2010年度	1,300,000	390,000	1,690,000
2011年度	900,000	270,000	1,170,000
2012年度	700,000	210,000	910,000
年度			
年度			
総計	2,900,000	870,000	3,770,000

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：情報学・情報学基礎

キーワード：量子情報工学・断熱量子計算・NP完全問題・量子コンピュータ・ドイッチ問題・充足可能性問題・隠れ部分群問題

## 1. 研究開始当初の背景

(1) 申請者はこれまで、巡回セールスマン問題における多重発見的探索法、島モデルでの島間距離戦略による遺伝的局所探索、群知能のACOによる個性蟻戦略や女王蟻戦略、PSOにおけるPairPSO戦略、そして、量子風進化的アルゴリズムにおける対交換戦略など組み合わせ最適化問題における様々なアルゴリズムの提案を行ってきた。しかし、これらは、量子コンピュータが出来ても計算コストの改善には結びつかず、量子コンピュータによる計算コストの改善が見込める組み合わせ最適化問題に適用できる新しい量子アルゴリズムを開発する必要がある。

(2) そこで、本研究では、断熱量子計算を組み合わせ最適化問題に適応し、シミュレーション実験を行う点が特色である。充足可能性問題の3-SATのような問題は、NP完全問題であり、従来の古典的アルゴリズムよりも計算コストの改善が見込めれば、その意義は大きいと考える。組み合わせ最適化問題への新しい量子アルゴリズムとして、断熱量子計算で成果が上がれば、さらに量子ランダムウォークへ適用も考えており、今後の研究に繋げることが出来る。

## 2. 研究の目的

(1) 近年、量子コンピュータの研究が注目されているが、特に、量子アルゴリズムの新しい手法として最近注目されている断熱量子計算がある。本研究では、特に、断熱量子計算に着目して、NP完全の充足可能性問題(SAT)やドイチ問題、ドイチ・ジョサ問題、ベルンシュタイン・ヴァジラニ問題、サイモン問題などの組み合わせ最適化問題に適用して、その効果を検証するシミュレーション実験を行い、計算量の少ない効率的な解探索方法を研究することが目的である。

## 3. 研究の方法

(1) 研究方法として、離散断熱量子計算を用いて、NP完全問題として充足可能性問題である3-SAT問題、そして、隠れ部分群問題としてドイチ問題やドイチ・ジョサ問題、ベルンシュタイン・ヴァジラニ問題、サイモン問題を広範囲に含めた量子アルゴリズムを研究したものである。

(2) まず、最も量子アルゴリズムの基本となるドイチ問題に適用した。断熱量子計算で使用されていた線形のステップ・パラメータ $s$ を、非線形のステップ関数 $p(s)$ に改良した。ここで、ステップ関数の条件として $p(0)=0$ ,  $p(1)=1$ のモノトニック関数を仮定し、いろいろな非線形関数を確かめたが、線形関数の場合は $p(s)=s$ となり、それを拡張した非線形関数として、3次関数 $p(s)=4(s-0.5)^3+0.5$ を提案した。また、2次関数 $p(s)=s^2$ や $p(s)=2s-s^2$ も試したが、最終的な結果が悪くなり、結果的に3次関数 $p(s)=4(s-0.5)^3+0.5$ が最も良い結果となった。

(3) さらに、ドイチ・ジョサ問題、充足可能性問題(SAT)、ベルンシュタイン・ヴァジラニ問題、サイモン問題における断熱量子計算にも適用し、同様な成果が得られた。断熱量子計算で用いられるステップ・パラメータを非線形関数に適応することにより、解探索に高い確率で得ることが出来た。また、量子もつれ状態を考慮した研究も行った。

## 4. 研究成果

(1) 断熱量子計算は、2000年にFarhiらによって断熱的發展による量子計算としてはじめて提案されてから、大きな注目を浴びた。その後、断熱量子計算は従来の量子計算と多項式的に等価であることが証明された。一方、初めての量子アルゴリズムとして登場したド

イチ問題を断熱量子計算で解く試みが行われているが、ここでは、断熱量子計算を改良し、もっと探索コストが少ない方法を提案する。断熱量子計算を手計算でも十分に出来る程度に、断熱量子計算の具体的な確率振幅変化を提示し、エネルギー・ギャップの意味するところを明確にし、なぜ観測確率を高くして断熱量子計算がドイツ問題に適用できるかを詳細に明らかにした。

(2) また、ドイツ問題で得られた成果をドイツ・ジョザ問題、ベルンシュタイン・ヴァジラニ問題、サイモン問題、充足可能性問題(SAT)に拡張し、同様な成果が得られた。

(3) ここでの研究成果のインパクトとして、このような様々な問題に適用して、成果が得られたことは、それを基本とする他の問題にも適応可能で、その波及効果は大きいと期待され、今後の量子ビット数を増やして、同じ効果が得られるか確かめる必要がある。現在、NP 完全の充足可能性問題(SAT)でビット数を上げて分散並列処理を用いて並列量子コンピューティングに挑戦しており、その成果が期待される。

(4) 今後の展望として、断熱量子計算や量子ランダムウォークはシュレディンガー方程式が基本であるが、シュレディンガー方程式を用いないで、数学的に量子計算量の下界が計算できる方法として、Span Programや多項式法があり、関数がどれだけ敵対しているかを調べて、量子計算量の下界を調べたい。

(5) また、ここで研究した断熱量子計算をさらに関数勾配推定問題の研究へと発展させたい。ベルンシュタイン・ヴァジラニ問題に触発されて、最近、関数の数値勾配が0(1)で計算できることが分かってきており、量子アルゴリズムが最適化問題などの数値計算にも具体的に適用できることが分かってきた。そこで、この関数勾配推定問題にも本研究で行

った断熱量子計算を適用して、問題が解けることを示し、数値シミュレーション実験を行いたい。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計3件)

① 中山 茂, “ドイツ問題における断熱量子計算の研究”, 日本計算工学会論文集, Vol.2012, No. P20120011, pp.1-6、2012年7月5日、査読有。

② Mohamed El-fiky, Satoshi Ono, and Shigeru Nakayama, “Study on discrete adiabatic quantum computation in 3-SAT problem”, Artificial Life and Robotics, Vol.16, No.1, pp.107-111、2011年9月1日、査読有。

③ 中山 茂、飯村伊智郎, “量子もつれ状態を模倣した二匹のアリにおける協調行動と集合的意思決定における一解釈”, 情報処理学会論文誌第52巻第8号 pp.2467-2473、2011年8月15日、査読有。

[学会発表] (計16件)

① Shigeru Nakayama and Ichiro Iimura, “Study on Modified Adiabatic Quantum Computation in Deutsch-Jozsa Problem”, International Workshop on Nonlinear Circuits, Communication and Signal Processing (NCSP'13) Kona Hawaii USA, 2013年3月4-7日。

② Shigeru Nakayama, Peng Gang, and Ichiro Iimura, “Study on Quantum Parallel Processing by Adiabatic Quantum Computation in Bernstein-Vazirani Problem”, 4 Proceedings of the 13th International Conference on Parallel and Distributed Computing, Applications and Technologies (PDCAT2012), Regular Session, Beijing, China, pp.678-682, 2012年12月14-16日。

③ Shigeru Nakayama and Ichiro Iimura, “Consideration on Quantum Simulation of Adiabatic Quantum Computation in SAT Problem”, Proceedings of International Conference on Simulation Technology (JSST2012), Kobe, Japan, Vol.28PM01, pp.597-602, 2012年9月27-28日。

④ Shigeru Nakayama, Peng Gang, and Ichiro Iimura, “Phase Scaling Effect of Adiabatic Quantum Computation in Deutsch Problem”, Proceedings of the 12th Asian Quantum Information Science Conference (AQIS2012), Suzhou, China, Vol. Paper ID 15,

2012 年 8 月 23-26 日.

⑤ Shigeru Nakayama and Gang Peng, “Study on Adiabatic Quantum Computation in DeutschJozsa Problem ” , 13th ACIS International Conference on Software Engineering, Artificial Intelligence, Networking and Parallel/Distributed Computing(SNPD 2012) Campus Plaza Kyoto, Kyoto, Japan, 2012 年 8 月 8-10 日.

⑥ Shigeru Nakayama, “Study on Adiabatic Quantum Computation in Deutsch Problem” , 2012 International Workshop on Nonlinear Circuits, Communication and Signal Processing (NCSP’ 12) USA Hawaii, 2012 年 3 月 4-6 日.

⑦ Masaki Maezono, Ichiro Iimura, and Shigeru Nakayama, “ A Basic Study on Cooperative Behavior of Two Butterflies Inspired by Quantum Entanglement ” , Proceedings of the 17th International Symposium on Artificial Life and Robotics(AROB’ 12) 大分・別府, 2012 年 1 月 19-21 日.

⑧ Mohamed El-fiky, Satoshi Ono, and Shigeru Nakayama, “Study on Speeding Up of Adiabatic Quantum Computation in Satisfiability Problems ” , 11th Asian Quantum Information Science Conference (AQIS’ 11) Korea・Pusan, 2011 年 8 月 24-27 日.

⑨ El Fiky Mohamed, Satoshi Ono, Shigeru Nakayama, “Study on discrete adiabatic quantum computation in 3-SAT problems” , Proceedings of International Symposium on Artificial Life and Robotics (AROB’ 15) GS pp. 649-652, 2011 年 1 月 27-29 日, Beppu, Oita.

⑩ El Fiky Mohamed, Satoshi Ono, Shigeru Nakayama, “Discrete Adiabatic Quantum Computation with Quadric Variation” , Proceedings of The Second World Congress on Nature and Biologically Inspired Computing (NaBIC’ 10) pp. 593~597, 2010 年 12 月 15-17 日, Kitakyushu, Fukuoka.

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

中山 茂 (NAKAYAMA SHIGERU)

鹿児島大学・大学院理工学研究科・教授

研究者番号 : 00112714