

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成25年 4月30日現在

機関番号：35311
 研究種目：基盤研究（C）
 研究期間：2010～2012
 課題番号：22500266
 研究課題名（和文） 正規性の総括的検定方式に関する研究

研究課題名（英文）Omnibus tests for normality

研究代表者

中川 重和 (NAKAGAWA SHIGEKAZU)
 倉敷芸術科学大学・産業科学技術学部・教授
 研究者番号：90248203

研究成果の概要（和文）：正規性の検定方式の開発を、総括的な観点から行った。総括的とは分布の歪度と尖度の検定を個々に実施するのではなく、同時に実施することを意味する。総括的検定方式として、ジャック・ベラ検定が有名であるが、この検定を改良した方式を提案し、次の観点で優位性をしめすことができた。帰無仮説のもとでの検定統計量の近似分布の導出。より多くの対立仮説のもとで高い検出力を得た点など。

研究成果の概要（英文）：

As a first fruit, we give a new omnibus test statistic for normality based on the Jarque-Bera test statistic. We show the null distribution of our proposed statistic has a normal approximation. In addition, we recommend the test based on our statistic when alternative distributions are symmetric distributions with medium up to long tails. Secondly, we give a recurrence formula for the joint distribution of the skewness and kurtosis statistics.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2010年度	1,500,000	450,000	1,950,000
2011年度	1,100,000	330,000	1,430,000
2012年度	700,000	210,000	910,000
年度			
年度			
総計	3,300,000	990,000	4,290,000

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：情報学・統計科学

キーワード：統計計算・コンピュータ支援統計

1. 研究開始当初の背景

一変量の正規性の検定方式の開発に関する研究は、次に指摘する観点から、近年再び注目されている研究テーマである。一つ目の観点は、回帰分析において誤差項に正規性を

仮定してよいかどうかに総括的検定が必要とされている点であり、特に、経済学の分野で回帰分析を適用する際に指摘されている。

二つ目の観点は、多変量解析において正規性検定の重要性が増してきていることにある。

る。しかしながら、多変量の場合の正規性検定も、行き着くところは縮約された一変量の正規性検定方式へ帰着される点にある。

本研究の遂行直前に、報告者らは数式処理による標本モーメントのモーメント導出を強力な道具として用いることにより、ジャック・ベラ型統計量の新提案とその統計量の帰無分布の正規近似導出を行った。

カール・ピアソンが指摘した歪度に関する尺度は、ピアソン・システムを母集団とするとき、母集団モーメントの有理関数で書くことができる。そのとき、標本版ピアソンの歪度の尺度は、母集団版ピアソンの歪度の尺度の不偏推定量となるが、この統計量を新たな総括的検定統計量として提案し、その統計量の帰無分布の正規近似を得た。

2. 研究の目的

本研究課題では、正規性の総括的な検定方式の開発に取り組む。ここで、総括的とは歪度と尖度の検定を個々に実施するのではなく、同時に実施することを意味する。つまり、標本歪度分布の正規化変換と標本尖度のその2乗和となる統計量Kに関し、数種の検定統計量の新提案、それらの帰無分布の高次モーメント導出と正規化変換導出、さらには検出力の数値比較による性能検証を行う。具体的には、次の4つの研究課題を設ける：

1. ジャック・ベラ統計量の近似分布導
 2. ジャック・ベラ型統計量の新提案.
 3. K 統計量の近似分布導出.
 4. 標本版ピアソンの歪度の尺度の新提案
- 前項で述べた報告者らの研究業績は、課題2と課題4の前半部分の解決の糸口に相当し、残るは検出力比較による性能検証である。

課題1と課題3は、課題2の自然な拡張として捉えることができる。つまり、これらの

研究業績を踏まえ、前述の他分野からの要請に応えるべく正規性の総括的検定方式の開発を総括的に実施することが本研究の目的である。

本課題を遂行し、正規性の総括的検定方式を新しく構築することは2つの点で意義が考えられる。一つ目は回帰分析の理論を適用する際のモデルの安定性を保証することに繋がる。これは経済データや社会データの解析において有効に働くことが期待できる。二つ目は、多変量解析での正規性の検定理論を構築する際の礎となることである。

3. 研究の方法

本研究は4つの研究課題から成る。代表者・中川重和が総括を行うとともに、役割分担を明確にして分担者の協力のもと共同研究として遂行する。

すべての課題に共通する帰無分布での高次モーメント導出は、代表者が行う。研究分担者・橋口博樹氏は数値シミュレーションに基づく導出されたモーメントの正当性の検証を実施する。さらに、検出力の数値実験による比較は、代表者とともに研究協力者である中川研究室の学生が担当する。橋口氏と黒田正博氏（研究分担者）には、研究協力者が実施した実験の妥当性の検証をしてもらい、信頼性を確保する。開発した検定方式のソフトウェア化を黒田氏が担当する。

提案する検定統計量の検出力数値比較実験：本研究で考える4つの統計量にシャピロ・ウィルク統計量等の従来法を加え、それらの検出力を計算するプロトタイププログラムを、研究代表者が中心となって開発する。対立仮説として考慮するのは、研究目的の項にも述べた、歪みがある（もしくはない）場

合や尖りがある（もしくはない）場合である。また、混合正規分布についても比較実験を行い、混合率を変化させたときの検出力の変化を可視化する。

平成 22 年度の後半では、大規模な数値比較実験を研究代表者指導の下、研究協力者とともに実施する。3 桁の精度を保証するために想定したシミュレーションサイズ 100 万回の繰り返しであり、そのために R で作成したプロトタイププログラムを C 言語へ移植する作業も伴う。ほぼ同時期に、研究分担者・橋口氏は追試実験を行い、大規模実験の妥当性を検討する。また、研究分担者・黒田氏からは実験結果を踏まえ、追加実験の必要性の観点からのアドバイスを受ける。

高次モーメントの導出と開発方式のソフトウェア化：平成 22 年度の成果を踏まえ、平成 23 年度前半に研究代表者はジャック・ベラ統計量（課題 1）と K 統計量（課題 3）の高次モーメントを数式処理を用いて、完全に導出する。平成 23 年度後半は、導出されたモーメントの正当性を数値的に検証する（橋口氏担当）。検証作業と並行して、モーメントに基づく正規近似理論を構築する（研究代表者担当）。

平成 24 年度前半では、ここまでの成果を客観的に評価し、その上で有効な統計量に基づく検定方式の R と S-Plus 上のパッケージを作成する（黒田氏が中心となり担当）。平成 24 年度後半を本研究の総括と位置付け、成果の発表と本研究から発展して見つかった課題の整理等に全力を傾注する。

研究成果を論文としてまとめ、専門雑誌に掲載されることはもちろんのこと、開発した検定方式の R や S-Plus などの統計ソフトウェアへの組み込みパッケージを作成し、研究成果の社会への還元を実現したい。それと同

時に国際会議へ積極的に参加し我々の研究成果を世界へ広めたい。

4. 研究成果

2010 年度と 2011 年度では、研究目的として掲げた 4 つの課題のうちの課題 1 と課題 2 に関して、解決を行った。実際、数式処理アルゴリズムを用い、ジャック・ベラ統計量の近似分布導出を行い、この結果から問題点を見つけ、さらに新たなジャック・ベラ型統計量の提案に至った。さらに、その新提案統計量の帰無仮説での分布の正規化変換を与えた。また、検出力の観点から、提案統計量が既知の統計量より、対立仮説に裾の重い分布を仮定した場合に優れていることを示した。

成果として、2012 年に雑誌 Computational Statistics に、Nakagawa, S., Hashiguchi, H. and Niki, N., Improved omnibus statistic for normality, 27, 299-317 として刊行された（雑誌論文 ③）。なお、学会発表では、⑨、⑩、⑪が関連している。

2011 年度と 2012 年度では、3 つ目の課題、すなわち、標本版ピアソンの歪度の尺度の提案をし、その提案統計量の帰無仮説の下での正規近似分布の導出を行った。また、提案手法は、検出力の観点から、対立仮説に非対称な分布を仮定した場合に優れていることを示した。

成果として、2011 年 7 月に香港で開催された国際会議において発表を行った（学会発表 ⑧）。とほぼ同時に、電子ジャーナルへ投稿受理された（雑誌論文 ②）。

2012 年度より、課題 3 の解決を模索中に、正規母集団からの標本歪度と標本尖度の同時分布の密度関数に関する研究を始めた。そして、同時密度関数を標本の大きさに関する漸化式の形で与えた。さらに、同時モーメン

トの標本の大きさに関する漸化式を与え、高次モーメントの完全な表現を与えた。本結果の直接的な帰結として、標本尖度のモーメントの漸化式とその高次モーメントの完全な表現も与えた。

現状、正規母集団からの標本歪度の分布に関して様々知られているのに対し、標本尖度のそれはほとんど有効な手立てが知られていない状況である中、本成果により、標本尖度分布を調べる道具立てができたことは意義深い。今後さらにこの成果の応用が期待されている。

これらの成果は、学会発表 ②～⑥で発表した。発表をしながら、徐々に改良され、間もなく雑誌へ投稿できる目途が立ちそうである。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 3 件)

- ① Kuroda, M., Hashiguchi, H., Nakagawa, S. and Geng, Z., MCMC using Markov bases for computing p-values in decomposable log-linear models, *Computational Statistics*, 査読有, 28, 2012, 831-850
- ② Nakagawa, S., Hashiguchi, H. and Niki, N., A measure of skewness for testing departures from normality, arXiv: 1202.5093, 査読無, 2012, [http://http://arxiv.org/abs/1202.5093](http://arxiv.org/abs/1202.5093)
- ③ Nakagawa, S., Hashiguchi, H. and Niki, N., Improved omnibus test statistic for normality, *Computational Statistics*, 査読有, 27, 2012, 299-317

[学会発表] (計 11 件)

- ① 安原和徳, 中川重和, 歪度に関する正規性検定の R パッケージ化, 日本計算機統計学会第 26 回シンポジウム, 2012 年 11 月 1 日, 東京大学
- ② 中川重和, 橋口博樹, 仁木直人, 標本歪度尖度の同時分布, 科学研究費・基盤研

究 (A) 「非対称・非線形統計理論と経済・生体科学への応用」松江シンポジウム, 2012 年 10 月 24 日, 松江

- ③ 中川重和, 橋口博樹, 仁木直人, 標本歪度尖度分布の同時モーメント, 2012 年度統計関連学会連合大会, 2012 年 9 月 11 日, 北海道大学
- ④ Nakagawa, S., Hashiguchi, H. and Niki, N., On a bivariate density function for the distribution of the skewness and kurtosis statistics, The 2nd Institute of Mathematical Statistics Asia Pacific Rim Meeting, 2012 年 7 月 3 日, つくば国際会議場
- ⑤ 中川重和, 橋口博樹, 仁木直人, 標本歪度と標本尖度分布の同時密度関数導出と数式処理, 第 21 回日本数式処理学会, 2012 年 6 月 8 日, 山口大学
- ⑥ 中川重和, 橋口博樹, 仁木直人, 標本歪度と標本尖度の同時密度関数, 日本計算機統計学会第 26 回大会, 2012 年 5 月 13 日, 高松
- ⑦ 中川重和, 統計量分布論にあらわれる代数計算, RIMS 研究集会, 代数系および計算機科学基礎, 2012 年 2 月 20 日, 京都大学数理解析研究所
- ⑧ Nakagawa, S., Hashiguchi, H. and Niki, N., A measure of skewness of testing for normality, The 76th Annual and the 17th International Meeting of the Psychometric Society, 2011 年 7 月 22 日, The Hong Kong Institute of Education (香港)
- ⑨ 中川重和, 橋口博樹, 仁木直人, 歪度に関する正規性検定の検出力比較, 日本計算機統計学会第 24 回シンポジウム, 2010 年 11 月 11 日, 箕面市立メイプルホール
- ⑩ Nakagawa, S., Hashiguchi, H. and Niki, N., A Power Comparison for Testing Normality, 19th International Conference of Computational Statistics, 2010 年 8 月 25 日, CNAM (パリ)

- ⑪ 中川重和, 谷川 将, 橋口博樹, 仁木直人, 正規性の総括的検定における検出力比較, 日本計算機統計学会第24回大会, 2010年5月14日, 統計数理研究所 (東京都)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

中川 重和 (NAKAGAWA SHIGEKAZU)

倉敷芸術科学大学・産業科学技術学部・教授

研究者番号 : 90248203

(2) 研究分担者

橋口 博樹 (HASHIGUCHI HIROKI)

埼玉大学大学院・理工学研究科・准教授

研究者番号 : 50266920

黒田 正博 (KURODA MASAHIRO)

岡山理科大学・総合情報学部・准教授

研究者番号 : 90279042

(3) 連携研究者

()

研究者番号 :