

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成25年4月28日現在

機関番号：52605

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2010～2012

課題番号：22500268

研究課題名（和文）新たなる数理手法を導入した有向グラフのノードに関する様々な特性の導出法について

研究課題名（英文）A method for generating the characteristics of nodes for a directed graph using the new mathematical tools

研究代表者

保福 一郎 (HOFUKU ICHIRO)

東京都立産業技術高等専門学校・ものづくり工学科・教授

研究者番号：10229205

研究成果の概要（和文）：本研究では、有向グラフのグラフ構造を導き出すために、まず次の3つの課題を解決した。

- ・ノード間同士を分類して各々のグループを形成する。
- ・各々のグループの有向グラフに対する影響力を図示化する手法を提案する。
- ・有向グラフ自体がもつグラフ構造の複雑度を表す指標を導き出す。

そしてこれら3つの解析を基にノード間のクラスタリングを行う1つの手法を提案し、有向グラフを縮約化する方法に応用した。また、その応用事例を与え、縮約化の有用性についても言及している。

研究成果の概要（英文）：In the present study, we solved the following problems to analyze the structure of a given directed graph:

- ・ cluster the nodes and generate a pair of groups of nodes,
- ・ describe the relation between the groups by using diagrams,
- ・ generate an index that represents the rate of complexity.

Based on the processes of analysis mentioned above, we give the node clustering method from which a given directed graph is possible to degenerate among nodes. Furthermore, an application of the node clustering is also given to present the advantage of degeneration for a directed graph.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2010年度	800,000	240,000	1,040,000
2011年度	500,000	150,000	650,000
2012年度	500,000	150,000	650,000
総計	1,800,000	540,000	2,340,000

研究分野：情報学

科研費の分科・細目：情報学基礎・統計科学

キーワード：ランキング，ノードクラスタリング，有向グラフ

1. 研究開始当初の背景

グーグル等の情報検索エンジンにおいて、検索キーワードに対するWeb順位はPageRank, Hits等の数理ツールにより決定されており、我々の生活に既に密接に関係している。しかしこれらの情報検索エンジン自体のネットワーク構造の巨大化により、互いのホームペ

ージ間のリンク構造に偏りが生じてしまい、Web順位による結果からでは利用者個人が必要とするレアな情報を即座に得ることが難しくなっている。そこでこれらの巨大化したネットワークを縮約化し、コアな情報や、重要なリンクの導出、あるいは、殆ど意味の無い情報の遮断や、極めて似通った情報の融

合等が行えないかということが本研究の背景である。

2. 研究の目的

本研究の目的は、まず有向グラフに対する次の2つの項目に対する尺度

- (a) 各ノードの重要度を表す尺度
- (b) 任意の2つのノード間同士の関連性を表す尺度

を導出する手法を提案し、ノード間同士のより詳しい関連性を把握可能な数理モデルを形成する。そして、これら2つの尺度(a)、(b)を適用して次に示す3つのグラフ構造を導き出し、ノード間のクラスタリングを行う1つの手法(ノードクラスタリング法と呼ぶ)を提案する。

- (A) ノード間同士を分類して各々のグループを形成する。
- (B) 各々のグループの有向グラフに対する影響力を図示化する。
- (C) 有向グラフ自体がもつグラフ構造の複雑度を表す指標を導き出す。

そして、このノードクラスタリング法を有向グラフの縮約化に応用した、応用事例を与え、縮約化の有用性について言及する。

3. 研究の方法

項目(A)～(C)の課題を解決する具体的な解析手順は、次の通りである。

- (a) 有向グラフにおけるノード間の辺の向きの状況から、入力を中心となるノードの集合(Authority集合と呼ぶ)を導出する。
- (b) 有向グラフにおけるノード間の辺の向きの状況から、出力を中心となるノードの集合(Hub集合と呼ぶ)を導出する。
- (c) 有向グラフにおけるノード間の辺の向きの状況から入力と出力を繋ぐノードの集合(中継集合と呼ぶ)を導出する。
- (d) (a)～(c)の集合を基に、各々のグラフにより形成された新たな有向グラフを生成し、グラフ構造の解析を行う。
- (e) 有向グラフ自体がもつグラフ構造の複雑度を表す指標を導出する。

項目(A)の手順として(a)～(c)が対応する。これらの手順を遂行する手法として提案したのがノードクラスタリング法である。

項目(B)については手順(d)が対応している。与えられた有向グラフはノードクラスタリング法を用いることにより多段階で表現することが可能である。そこでこのグラフ構造を用いて更に二次元の有向グラフ(改良有向

グラフ)に戻す手法が(d)である。

項目(C)は手順(e)が対応しており、手順(d)の解析過程におけるグラフ構造を表す1つの尺度として有効となる。手順(e)の具体的手法としては情報エントロピーを適用して解析を行い、グラフの複雑度の尺度を導出することができた。本研究の手順(d)で述べた様に、ノードクラスタリング法は与えられた有向グラフのフレームとも言うべき骨格を形成することができる。フレームの形成は与えられた有向グラフの単純化に通じるものであるため、どの程度の信頼性の基に単純化されたのかという評価尺度が必要となる。そこで手順(e)であげたグラフの複雑度の尺度を基に、単純化させた有向グラフの信頼性評価を与える指標を導出することが可能となるのである。

図1は手順(a)～(e)の関係を図示化したものである。

4. 研究成果

図2、図3は、それぞれ与えられた有向グラフに対し、ノードクラスタリング法を適用し、Authority集合、Hub集合及び中継集合をそれぞれ生成した結果を図で表したものである。また、図4は、図2(i)の有向グラフに対しノードクラスタリング法を適用した場合のシミュレーションを示した図であり、表1は、その生成過程を表したものである。図2、図3のそれぞれ2つのグラフでは、クラスタリングされたノード間のグループは3次元により位置が決定し2段階構造になっている。クラスタリングの生成過程の特性により、グループの位置が下方にあればあるほど、そのグループの形成するノード間の関係が全体のグラフ構造に与える影響力が強くなり、最下段に位置するグループのノード間の関係が有向グラフの骨格に対応する。

4.1 適用事例

ここでは、ノードクラスタリング法を用いた適用事例について紹介する。

ここ10年、大学等の授業では、教員は授業を行う前に授業計画としてシラバスを作成している。シラバスは学生に対し講義内容

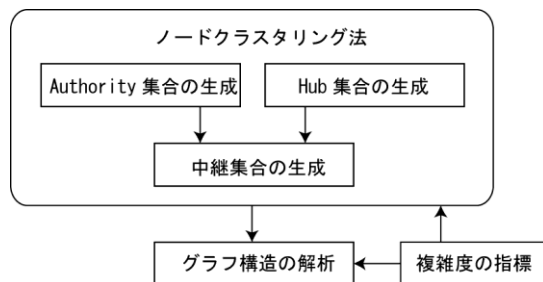


図1. 手順(a)～(e)の流れ

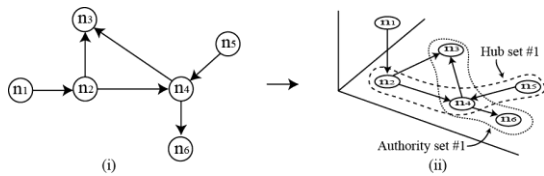


図 2. 有向グラフの適用例 1

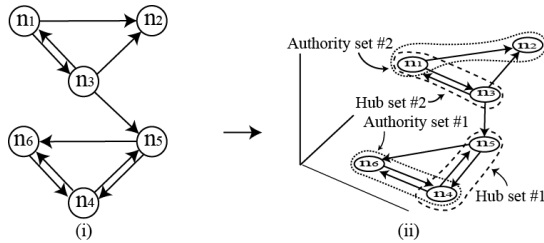


図 3. 有向グラフの適用例 2

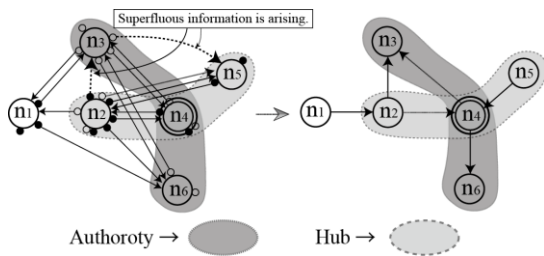


図 4. ノードクラスタリングの適用事例

全体を紹介する上で重要ではあるが、その殆どが文章でかかれている（テキストシラバス）ため、教授項目の関連性やその教科全体の教授項目のイメージを把握することは難しい。このような問題点を解決する方法として、「授業における教授項目間の関連性を図示化する流れ図」を提示するグラフィック・シラバスと呼ばれるものが存在する。グラフィック・シラバスの中には、単に教える教授項目の流れを示すだけでなく、教える教科のイメージを独創的なグラフィックを用いて表現しているケースもある。そこで本研究では、著者らが与えた実際のテキストシラバスの教授項目の関係から有向グラフを生成し、ノードクラスタリング法を用いてグラフィックシラバスの生成を試みる。

図 5 は、著者が実際に行っている「確率の授業」におけるテキストシラバスの教授項目の関連性を有向グラフで表したものである。このグラフを基に、ノードクラスタリング法を用いて与えられたノード間でのクラスタリングを行うと図 6 に示す 3 段階の多段階有向グラフが生成された。このグラフに対し、中継集合に関する扱い方を示した規則を適用すると、図 7(a) の様な有向グラフが形成された。この図が、「確率の授業」におけるグ

表 1. ノードクラスタリング実行過程

No. Relation	Set	No. Relation	Set
1 $n_2 \circ$			
2 $n_3 \circ$		8 $n_6 \circ \rightarrow n_3$	$D_{A_1}^{(2)} = \{n_3, n_6\} \rightarrow D_{A_1}^{(3)} = \{n_3, n_4, n_6\}$
3 $n_4 \circ$		9 $n_2 \circ \rightarrow n_1$	$D_{A_1}^{(2)} = \{n_2, n_3\} \rightarrow D_{A_1}^{(3)} = \{n_2, n_4, n_3\}$
4 $n_3 \circ \rightarrow n_6$		10 $n_3 \circ \rightarrow n_1$	$D_{A_1}^{(2)} = \{n_3, n_4, n_6\}$
5 $n_2 \circ \rightarrow n_4$			
6 $n_4 \circ \rightarrow n_3$	$D_{A_1}^{(1)} = \{n_3, n_4\}$		
7 $n_6 \circ$	$D_{A_1}^{(1)} = \{n_2, n_4\} \rightarrow D_{A_1}^{(1)} = \{n_4\}$		

ラフィック・シラバスとなる。また図 7(b) は図 6 の各集合の関係から Bottom stage に属する集合を取り出して、教科内容の各単元同士の大域的な関係を講義イメージとして表したものである。

ノードクラスタリング法により生成されたグラフィックシラバスを用い、次の項目を導出することができる。

- (X) 教科全体の講義イメージの骨格
- (Y) 重要度の低い教授項目の導出

以下、(X), (Y) に対応する関係を説明する。

図 7(b) より「確率の授業」におけるシラバスの骨格はダイヤモンドの形をしており、教科全体の講義イメージを表す骨格としては極めて整った形となる。図 7(b) における Authority 集合 $DA^{(4)}$ の教授項目群が、学生が習得すべき最重要項目を表し、Hub 集合 $DH^{(1)}$, $DH^{(3)}$ の教授項目群が、教える側が学生に対し、導入項目としてしっかりと理解を求める最重要項目を表すことになる。また Relay 集合 $DR^{(1)}$ は、本講義の繋ぎとして極めて重要な教授項目群を表す。繋ぎに含まれる教授項目を理解できなければ、 $DH^{(1)}$, $DH^{(3)}$ の教授項目群が理解できたとしても、 $DA^{(4)}$ の理解へは当然到達できないことになる。また、図 5 のシラ

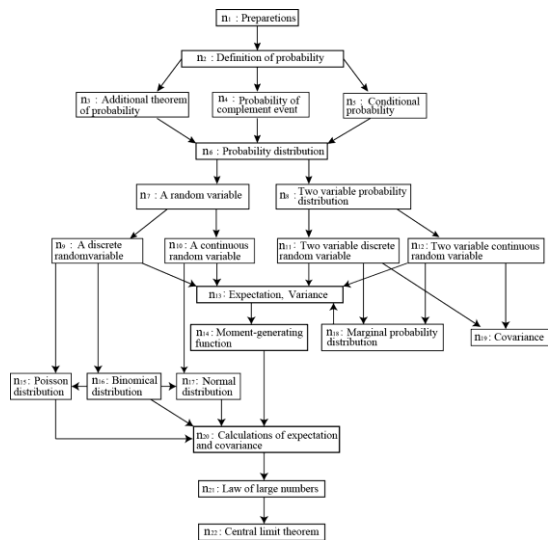


図 5. テキストシラバスの流れ図

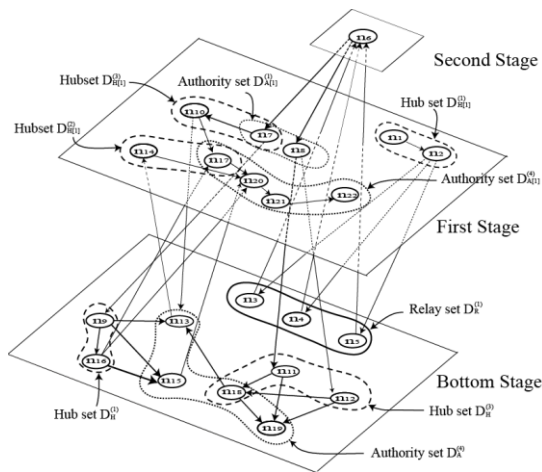


図 6. 多段階有向グラフ

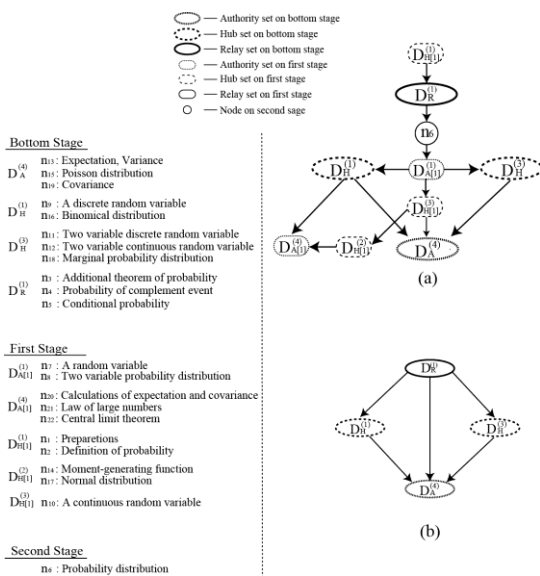


図 7. グラフィックシラバス

バスによる有向グラフでは、授業目的の最終目標は、 n_{22} : 中心極限定理 となるが、ノードクラスタリング法によるグラフィック・シラバスでは、学生が習得すべき最重要項目は $DA^{(4)}$ の期待値・分散、ポアソン分布、周辺確率分布、共分散・相関係数となっており、確率統計を利用する道具としての内容が多く含まれていることが解る。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 1 1 件)

- ① I. Hofuku, K. Oshima, A method to cluster the nodes in a directed graph, Applied Mathematical and Computational Sciences, 査読有, Vol. 4, No. 1, 2012, pp. 1-22.

- ② I. Hofuku, K. Oshima, A New Ranking Model Using the Power Method, Applied Mathematics and Information Science, 査読有, Vol. 6, No. 1, 2012, pp. 75-84.

- ③ I. Hofuku, T. Yokoi, K. Oshima, Measures to Represent the Properties of Nodes in a Directed Graph, INFORMATION, 査読有, Vol. 13, No. 3(A), 2010, pp. 537-549.

- ④ T. Yokoi, I. Hofuku, The Keyword Extraction with the Ranking Method using ANP, INFORMATION, 査読有, Vol. 13, No. 3(B), 2010, pp. 1065-1073.

[学会発表] (計 2 件)

- ① 保福一郎, ノードクラスタリング法とその応用について, RIMS 研究会(函数解析学による一般化エントロピーの新展開), 2012.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

保福 一郎 (HOFUKU ICHIRO)

東京都立産業技術高等専門学校・

ものづくり工学科・教授

研究者番号: 10229205

(2) 研究分担者

横井 健 (YOKOI TAKERU)

東京都立産業技術高等専門学校・

ものづくり工学科・准教授

研究者番号: 40469573

(3) 連携研究者

大島 邦夫 (OSHIMA KUNIO)

東京理科大学・経営学部教授

研究者番号: 90130327