

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 25 年 6 月 14 日現在

機関番号：32706
 研究種目：基盤 C
 研究期間：2010 年度 ～2012 年度
 課題番号：22500824
 研究課題名（和文） 高等教育の基盤としての数学的コンピテンシー及びその測定法に関する研究
 研究課題名（英文） a study on the mathematical competency and its assessments as a base of the higher education
 研究代表者
 水町 龍一 (Ryuichi Mizumachi)
 湘南工科大学工学部 准教授
 研究者番号：50157517

研究成果の概要（和文）：多様な大学生の数学力測定のため 2 年間で 9 種類の問題冊子を作成し 22 大学 3556 名の学力調査を行い、項目反応理論を使用して等化し受験者能力値及び問題項目の特性値を算出した。これにより 5 段階の大学入学者の学力水準を作成した。また、質問紙調査によって受験者達の数学に関する態度・意識を測定し、数学力との関係を含む様々な分析を行った。これによって、高校までの数学の学習が「計算・公式」に一面的に偏っているが、思考力の育成に繋がるような多様な学習方法が「面白い」と考える事は、数学力に有意な正の影響を持つことなど幾つかの教育的な知見が得られた。

研究成果の概要（英文）：To assess divergent mathematical competency of recent students in Japan, we develop 9 kinds of booklets of items. Using them, we assessed 3,556 students in 22 Universities and computed out abilities of them and parameters of items applying IRT. As a conclusion, we deriver 5 levels of mathematical ability of the students. On the other hand, by a simultaneous questionnaire survey, we found several facts that may have pedagogical importance.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
平成 22 年度	1,700,000	510,000	2,210,000
平成 23 年度	900,000	270,000	1,170,000
平成 24 年度	700,000	210,000	910,000
年度			
年度			
総計	3,300,000	990,000	4,290,000

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：科学教育・数学教育

キーワード：数学教育，コンピテンシー，質問紙調査，項目反応理論，能力値，学力水準

1. 研究開始当初の背景

(1) 研究開始当時，大学入学者全体に対する数学力の直接的な評価は，その 10 年ほど前の岡部・西村・戸瀬らによるものを除いてほとんど存在しなかった。推薦や AO など学力入試を受けずに入学する者や，私大文系などで数学科目の受験をせずに入学する者を含めた，大学入学者全体の数学力を測定する事

は，年来の大きな課題であった。

(2) しかも，高校までの学習指導要領で強調されるようになった，「思考・判断・表現」のような能力 (competency) の現状はどのようなものか，そもそもそれらをどう評価・測定するかについても，ほとんど研究は行われていなかった。

(3) 2008 年の中教審答申等により、大学教育の改革と充実が差し迫った課題となる中、数学的能力 (mathematical competency) の測定法を開発し、それによって実際に大学生の数学能力を推定することは、非常に大きな課題であると言えた。

2. 研究の目的

(1) かなりの多様性を持つと推定される大学生全体の数学力を測定する尺度を開発することが第1の目的であった。即ち、適当な問題を含む問題冊子を開発し、採点方法を確定し、受験者の能力をスカラー値として推定する統計的手法を定めることである。また、妥当な問題を蓄積することも目的であった。

(2) 構成された尺度が概ね適切であることを前提として、受験者達の数学的能力の概況を捉えることが、第2の目的であった。さらにそこから大学生全体の数学的能力の概況を推定することを念頭に置いていた。

(3) 以上から、高校までの学習状況に関する何らかの知見、及び大学での数学教育に関する何らかの知見を得ることが、第3の目的として期待された。

3. 研究の方法

(1) 2010 年度に、テスト問題冊子 3 組 (各 14 題、1 題に複数の小問を含む場合がある) と、それらの短縮版 3 組、合計 6 種類の冊子

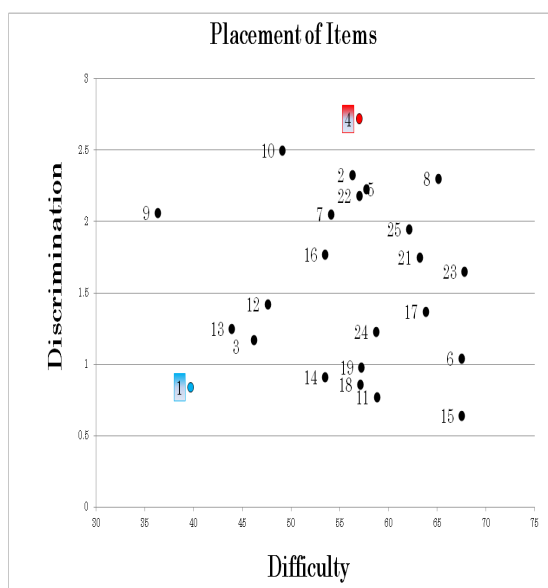


図2 2010 年度問題項目の困難度 (Difficulty) と識別力 (Discrimination) 文献①より

を開発・内 5 種類を実際を使用して 13 大学 1382 名の学生に受験してもらった。14 題の冊子は 40 分、短縮版 (10 題) は 30 分の解答時間を与えた。採点はマニュアル (一種のルーブリック) を作成して行った。使用した問題のほとんどが記述式で、半数近くが自由記述の問題であった。採点結果は、項目反応理論に従ってソフトウェア処理し、問題項目の特性値 (識別力、困難度) と受験者の能力値を算出した。学力下位の層が、あまり分化せず固まってしまう傾向が見られた。

(2) 同年度内に、3 大学 19 名の学生にインタビューを行い、後項までの学習歴、数学に関する印象、幾つかの問題に関する追加質問を行った。

(3) 2011 年には、単純な計算問題や知識の有無を問う比較的単純な問題を含む問題冊子を開発し、2010 年とほぼ同様の手法でテストを実施し、採点・集計処理を行った。同時に、前年のインタビュー調査を参考に、質問紙を開発して学習歴や数学に対する態度を調査し意見を述べさせた。

(4) 2012 年は新たなアセスメントは行わず、採点の見直し、ソフトウェアを更新しての処理の見直し、及び各種統計処理による受験者の能力や態度などの分析を行った。

4. 研究成果

(1) テストを実施した両年度とも、クロンバックの α 係数により推定した信頼性は適利な値を持っていた。また、問題項目毎の識

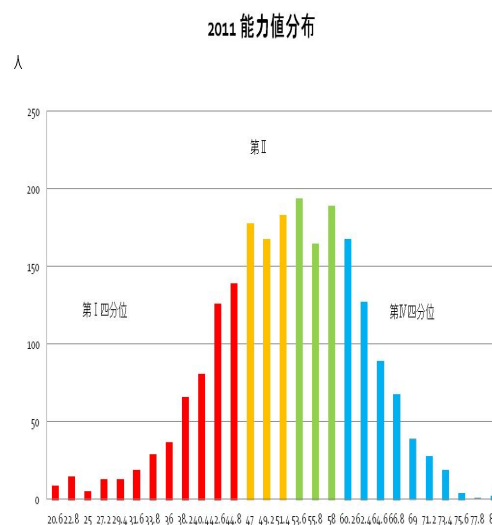


図1 2011 年度テストの能力値分布 日本中国数学教育国際会議発表資料より

別力は決定的に低いものはなかった。一部の問題の改善が妥当であると考えられるが、全体として適切な問題構成であったと言える。ただし、2010年度は低学力層の分解が不十分で、2011年は高学力層で天井効果が見られ分解が不十分な面があった。図1は、2011年度の結果から項目反応理論によって産出した受験者能力値の分布である。四分位点に使用所で区切り、色分けしてある。

(2) 両年度のテスト結果から、学力層の分類と特徴付けを試みる事が可能になった。第0水準は、下記の第1水準に達していない学生達の属する区分である。第1水準は、中学2年程度までの数学的知識の基本的な活用が可能になる(正答率約50%程度以上)区分、第2水準は高校初級までの重要な知識の再現が可能になる区分、第3区分は前述の諸知識を複合させての問題解決が可能になる区分、第4区分は論理的な思考・表現が可能になったり、前述の諸知識に関する発見的考察が可能になる区分とした。本テストの受験者では、第0～第2水準がそれぞれ全体の約25%、第3、第4水準は残りの25%を等分する程度であるかと推定できることがわかった。ただし、本研究の対象は、全体から見て学力下位の層に属する者が多いと想定でき、大学生全体の学力像を推定するには何らかの補正が必要である。

(3) 学力の規程要因は、予想されるとおり、学力入試に合格して入学したかどうか、所属大学が国公立かどうか、といった制度的要因によって強く影響されていることがわかった。しかし、これらの影響を制御しても、様々な学習方法を面白いと思うかどうか、有意な影響を及ぼしていることが観察された。現行制度の下では、特に下位層で、「おもしろい」といえる学習方法が多様なものであることが、学力に影響していると言えることがわかった。

(4) 質問紙調査で、9種類の学習方をあげ、面白いと思うかどうかを5段階で評価させた。これからクラスター分析によって各項目間の近接度を測ったところ、「計算」と「公式適用」が非常に近いなど、興味ある結果が得られた。さらに多次元尺度法によって2次元化することで、「要求される認知的能力が低いー高い」と判定される軸と、「言語的認知能力ー非言語的認知能力」と判定される軸の2軸が取り出せ、各項目がこの2次元平面での配置が得られた。例えば、「証明・説明」は、言語的認知能力を要求し、必要な認知能力の程度は高く、「計算」は言語・非言語には中立的で、必要な認知能力は低いことがわかった。ここから、高い認知能力を要求する

学習方法が面白いと思えるほど、能力値も高いという相関関係が導かれることがわかった。

(5) 項目数は十分でないが、我々悪臭方法9種類について因子分析を行う事で、クラスター分析と同様の結果が得られた。すなわち、「計算」「公式」を主とする因子と、他の7つの学習法を主とする因子に2文された。ここからも、「計算」「公式」中心の比較的単純な学習方法と他の様々な学習による総合的で多様な学習方法の違いが示されたことになる。相関分析を併せて考えると、後者は比較的学力値の高い学生に興味を持って受け入れられ、前者は全体的によく受け入れられているが、学力値の高い学生では、やや面白さは低下することがわかる。どのような学習方法が面白いとおおえるかがかなり重要で、多様な学習方法が面白いと思えるような教育指導が重要であると考えられよう。

(6) 全体として、「計算」「公式の暗記・適用」によって、教科書や問題集などの「問題を解く」ことが高校での数学学習を強く支配しているといえる。問題が解けて正解であれば、多くの学習者は達成感・快感を味わう。これら全体を否定的に見てはならないが、かなり偏った学習方法が学習を支配しているといえることがわかった。従って、今後の教育改善には、数学の活用、知識を組み合わせる問題解決や論理的思考・表現能力の育成を重視し、これらに関する学習が「面白い」といえるような教育環境を作り上げねばならないと判断できる。

(7) 質問紙調査では「数学で好きなところ」「嫌いな所」の記入も求めた。そこから、出現回数の多いキーワードを取り出し、各キーワードの記述者の能力値平均を求めたところ、特徴があることが分かった。次ページ図3からは、「問題がとけたとき」「達成感を感じる」ことを、数学で好きなところとして挙げる学生が多いことがわかる。

(8) 以上の結果について、統計上の科学的な根拠が十分に得られているとは評価できない。しかし、大学の設置者、規模、学部などについて相当の多様性を持つサンプルデータを取得した上で、信頼性があると推定可能な測定尺度のもとで、大学入学者の数学力を推定することが一応出来た。得られた能力値分布は、わが国の学生の正確な描像とは言えないが、ここで有力な数を占める集団の特徴は、実際には比率は得られたデータの半分～2倍程度か、さらに大きな歪みを持つ可能性はあるが、一応は有力な図ウヲ持つ集団の特徴と考えられる。また、教育改善への幾つ

かの知見を得ることが出来たといえる。

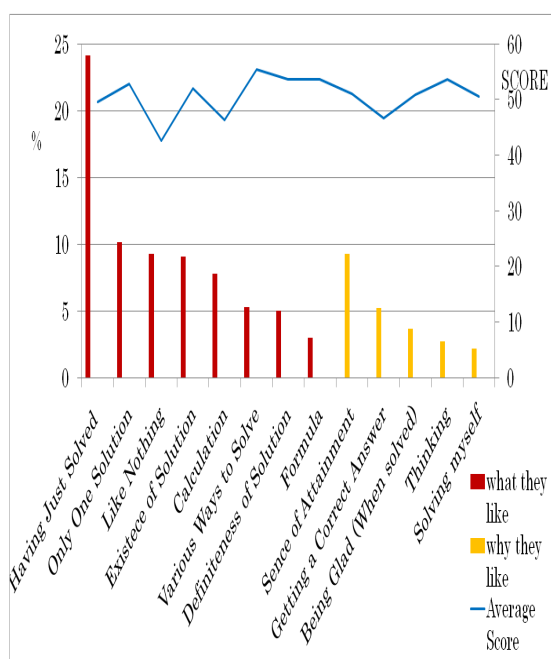


図3 「数学好きな所」キーワードと能力値
口頭発表①の発表資料より

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計6件)

- ①水町龍一, 御園真史, 人口密度の変動に関する推論について, 第45回数学教育論文発表会論文集, 査読有, 第1巻, 2012, 529-544
- ②Ryuichi Mizumachi, Tadashi MIsono, Mitsuru Kawazoe, Yukihiro Namikawa, A Trial of Assessment on Mathematical Abilities of Students in Japan, Proceedings of 12th ICME, 査読無, Vol. 1, 2012, 6701-6710
- ③水町龍一, 御園真史, 数学コンピテンシーテスト結果から示唆されるもの, 日本・中国数学教育国際会議論文集, 査読無, 第1巻, 2012, 130-136
- ④御園真史, 水町龍一, 2011年度数学コンピテンシーテストの分析結果についての報告, 日本・中国数学教育国際会議論文集, 査読無, 第1巻, 2012, 124-129
- ⑤水町龍一, 御園真史, 「数学どこが好き・嫌い」予備調査について, 第44回数学教育論文発表階論文集, 査読有, 第2巻, 2011, 1035-1040
- ⑥小林文美子, 水町龍一, 人口密度問題の解法に関する調査結果, 第44回数学教育論文発表階論文集, 査読有, 1巻, 2011, 387-392

〔学会発表〕(計19件)

- ①Ryuichi Mizumachi, Tadashi MIsono,

Mitsuru Kawazoe, Yukihiro Namikawa, Studies on answers of the mathematical competency test, 12th ICME, 2012年7月, ソウル, ポスター発表

②御園真史, 水町龍一, 携帯電話料金に関する問題解決における誤答分析, 日本科学教育学会, 2012年8月, 東京理科大学

③川添充, 水町龍一, 2011年度数学コンピテンシーテストの分析—自然数に関する証明問題について, 数学教育学会2012年度秋期例会, 2012年9月, 九州大学

④水町龍一, 御園真史, 学士力の基盤の一つとしての数学力に就いて, 第19回大学教育研究フォーラム, 2013年3月, 京都大学

⑤水町龍一, 御園真史, 学習方法への興味関心が能力値に及ぼす影響, 数学教育学会2013年度春季例会, 2013年3月, 京都大学

⑥水町龍一, 大学初年次生のキャリア意識と学力, 日本リメディアル教育学会2013年関西支部大会, 2013年3月, 近畿大学

⑦水町龍一, 御園真史, 小林文美子, 大学生の数学力と高校教育への期待, 日本数学教育学会(高等学校部会), 2011年8月, 神奈川

⑧水町龍一, 小林文美子, 御園真史, 大学入学者の数学力測定の試み, 日本科学教育学会, 2011年8月, 東京工業大学

⑨水町龍一, 御園真史, 三角形の面積公式の説明問題に関する再論, 数学教育学会, 2011年9月, 信州大学

⑩水町龍一, 御園真史, 全国大学生数学力調査の結果より, 日本リメディアル教育学会第1会テーマ研究会, 名桜大学

⑪水町龍一, 御園真史, 大学生の数学力調査全国22大学調査の結果より, 第18回大学研究フォーラム, 2012年3月, 京都大学

⑫水町龍一, 御園真史, 三段論法の複合における表現の問題, 数学教育学会, 2012年3月, 東京理科大学

⑬御園真史, 水町龍一, テストレットモデルによる数学テストの問題項目分析, 日本教育工学会研究会, 2011年10月, 島根大学

⑭小林文美子, 水町龍一, 関数のグラフから式を表現することについて—大学生を対象としたインタビュー調査—数学教育学会, 2011年9月, 信州大学,

⑮水町龍一, 御園真史, 第17回大学教育研究フォーラム, 2011年3月, 京都大学

⑯水町龍一, 御園真史, 三角形の面積公式の説明に見る数学的言語力の問題点, 数学教育学会, 2010年9月, 名古屋大学

⑰水町龍一, 御園真史, 大学生の論理的思考とその答案への記述についての分析—50番目の図にある三角形の求め方を説明する問題を例として—, 数学教育学会, 2010年9月, 名古屋大学

⑱御園真史, 水町龍一, 数学コンピテンシーテスト初年度調査の分析結果, 数学教育学会,

2011年3月，早稲田大学（震災により口頭発表は中止）

①小林文美子，水町龍一，御園真史，二次関数の理解に関する調査研究－大学生を対象とした誤答例の分析－，数学教育学会，2011年3月，早稲田大学（震災により口頭発表中止）

6. 研究組織

(1) 研究代表者

水町 龍一 (Ryuichi Mizumachi) 湘南工科大学工学部・准教授

研究者番号：50157517

(2) 研究分担者

御園 真史 (Tadashi Misono) 島根大学教育学部・講師

研究者番号：60467040

(3) 連携研究者

栗山 賢 (Ken Kuriyama) 佛教大学教育学部

研究者番号：10116717

徳屋下 茂 (Shigeru Hoyashita) 佐賀大学高等教育開発センター・教授

研究者番号 70109221

川添 充 (Mitsuru Kawazoe) 大阪府立大学高等教育研究機構・教授

研究者番号：10295735

寺田 貢 (Mitsugu Terada) 福岡大学理学部・教授

研究者番号：70267772

藤本 一郎 (Ichiro Fujimoto) 金沢工業大学基礎教育部・教授

研究者番号：60319035

西宮 信夫 (Nobuo Nishimiya) 東京工芸大学工学部・教授

研究者番号：50208211

成田 良一 (Ryoichi Narita) 愛知東邦大学人間学部・教授

研究者番号：50237616

田中 佳子 (Yoshiko Tanaka) 日本工業大学工学部・准教授

研究者番号 10406423

浦田 政則 (Masanori Urata) 北海道工業大学高等教育支援センター・教授

研究者番号：30509758

椋本 洋 (Hiroshi Mukumoto) 立命館大学教育開発推進機構・教授

研究者番号：80351328