

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成25年 5月22日現在

機関番号：14501

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2010～2012

課題番号：22530208

研究課題名（和文） 代替的な規準のもとでの縮小推定量の比較

研究課題名（英文） Comparison of shrinkage estimators under alternative criteria

## 研究代表者

大谷 一博 (Ohtani Kazuhiro)

神戸大学・大学院経済学研究科・教授

研究者番号：00106626

研究成果の概要（和文）：本研究では、主として縮小推定量および予備検定縮小推定量を考え、2次および非2次損失関数を仮定して代替的なリスク関数を定式化して、縮小推定量および予備検定縮小推定量のリスク・パフォーマンスを調べた。損失関数の厳密な公式を導出して、理論的・数値的に縮小推定量などの代替的な損失関数のもとでのリスク関数のもつ様々な特性を明らかにした。

研究成果の概要（英文）：In this research, assuming the quadratic and non-quadratic loss functions, we formulate the alternative risk functions, and examine the risk performances of the shrinkage and pre-test shrinkage estimators. We derive the exact formulas of the risk functions, and show various properties of the risk functions of shrinkage and pre-test shrinkage estimators under alternative loss functions.

## 交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2010年度	500,000	150,000	650,000
2011年度	500,000	150,000	650,000
2012年度	500,000	150,000	650,000
年度			
年度			
総計	1,500,000	450,000	1,950,000

研究分野：社会科学

科研費の分科・細目：経済学・経済統計学

キーワード：統計学・計量経済学

## 1. 研究開始当初の背景

推定量の性能を比較する場合、ある損失関数を仮定して、その期待値をとったリスク関数が規準として使用される。これまでの研究では、損失関数として2次の損失関数が使われることが多かった。2次損失関数を仮定し

た場合、リスク関数は平均自乗誤差といわれ、この平均自乗誤差は、推定量の性能比較をするときの標準的な規準とされてきた。しかし、非2次損失関数を仮定すると、2次損失関数のもとで得られる結果と大きく異なる結果が得られる可能性があり、近年では非2次損失関数を使った研究も増えてきている。

このことから、2次および非2次損失関数を仮定して代替的なリスク関数を定式化し、縮小推定量などのリスク・パフォーマンスを調べることは、統計理論上興味のある問題であり、多くの研究がなされている。本研究はその一環である。

## 2. 研究の目的

本研究では、主として縮小推定量および予備検定縮小推定量を考え、2次および非2次損失関数を仮定して代替的なリスク関数を定式化し、縮小推定量などのリスク・パフォーマンスを調べる。また、別の代替的な規準として、決定係数の Pitman の近さ規準を用いた分析も行う。

## 3. 研究の方法

まず、対象とする推定量を決定し（この推定量は、既存の推定量あるいは本研究において新たに提案される推定量である。）、この推定量のモーメントの厳密な公式を数学的に導く。

次に、損失関数を選択してリスク関数を定式化する。リスク関数は、展開すればモーメントで表されるので、先に求めたモーメントの公式を代入して、リスク関数の厳密な公式を導出する。リスク関数を数学的に分析してリスク・パフォーマンスを調べるが、リスク関数は通常無限級数を含む複雑な形をしているので、数学的な展開だけでは十分な分析ができないことが多い。このときは、FORTRAN 言語を使ってリスク関数を数値的に計算するプログラムを組み、コンピューターで数値的にリスク・パフォーマンスを調べる。

## 4. 研究成果

(1) Huang (1999) によって提唱された回帰係数を個別に推定するためのリッジ回帰推定量に、ゼロ制約に対する予備検定を導入した予備検定リッジ回帰推定量を考え、LINEX 損失関数のもとでのリスク関数を導出した。LINEX 損失関数では、通常使用される2次損失関数とは違い、過大推定と過小推定を等分に評価

しないが、このように非対称な損失関数の場合でも、予備検定を行うことが推定効率を増加させることを数値計算によって示した。（論文①）

(2) Huang (1999) によって提唱されたリッジ回帰推定量と最小自乗推定量の一次結合で表される加重平均推定量を考え、LINEX 損失関数のもとでの加重平均推定量のリスク関数を導出した。数値計算によって、損失関数の非対称度が大きい場合、リッジ回帰推定量が加重平均推定量および最小自乗推定量よりもパラメータ空間の広い範囲で小さいリスクをもつことを示した。（論文②）

(3) 回帰モデルのいくつかの説明変数が誤って省略されるという特定化の誤りがある状況を仮定して、Pitman の近さ (Pitman nearness) 規準のもとで決定係数と自由度修正決定係数を比較した。Pitman の近さ基準を表す確率の厳密な公式を導出し、厳密な公式に基づいて Pitman の近さ規準を表す確率の数値計算を行い、モデルが正しく特定化されているときには自由度修正決定係数が決定係数よりも優れているが、特定化の誤りがあるときには、決定係数の方がパラメータ空間の広い範囲で自由度修正決定係数よりも優れていることを示した。すなわち、通常は自由度修正決定係数の方が決定係数よりも信頼性が高いとされるが、特定化の誤りがあるときには必ずしもそうではないことを示した。（論文③）

(4) 線形回帰モデルにおける最小平均自乗誤差推定量と自由度修正最小平均自乗誤差推定量で構成される混合型予備検定推定量を考え、2次の損失関数を仮定した平均自乗誤差の厳密な公式を導出した。数値計算によって、回帰係数の数が3以上で予備検定の有意水準が0.25以上であれば、混合型予備検定推定量が最小自乗推定量を優越することを示した。また、予備検定の適切な有意水準を選択するための規準を考え、この規準のもとで選択される有意水準を示した。（論文④）

(5) 線形回帰モデルにおけるもう一つの混合型予備検定推定量として、不等式制約

付リッジ回帰推定量と最小自乗推定量で構成される混合型予備検定推定量を考え、平均自乗誤差の厳密な公式を導出した。数値計算によって、予備検定を導入することにより、平均自乗誤差のパフォーマンスがうまくコントロールされることを示した。(論文⑤)

(6) 回帰係数を個別に推定する予備検定 Stein 型推定量を考え、平均自乗誤差の厳密な公式を導出した。数値計算によって、予備検定の帰無仮説が「回帰係数がすべてゼロである」ときの方が、帰無仮説が「推定される特定の回帰係数がゼロである」ときよりも平均自乗誤差のパフォーマンスが良くなることを示した。(論文⑥)

(7) 誤差項の分布が多変量  $t$  分布に従うと仮定して、最小平均自乗誤差推定量と自由度を修正した修正最小平均自乗誤差推定量を要素とする同質予備検定推定量を考え、平均自乗誤差の厳密な公式を導出した。数値計算によって、誤差項の裾が広くなればなる程、最小自乗推定量よりも同質予備検定推定量を使用することが有利であることを示した。(論文⑦)

(8) 誤差項が多変量  $t$  分布に従うと仮定して、修正最小平均自乗誤差推定量と Stein 型推定量を要素とする異質予備検定推定量を考え、平均自乗誤差の厳密な公式を導出し、回帰係数の個数が 3 以上であるときは、予備検定の棄却点が適切に選択されると、異質予備検定推定量が正値 Stein 型推定量を優越することを解析的に示した。また、数値計算によって平均自乗誤差のパフォーマンスを調べた。この成果は、Xu and Ohtani (2013) としてまとめられ、現在投稿中である。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 7 件)

- ① 大谷一博 (2013), 「誤差項が多変量  $t$  分布に従うときの MMSE 推定量の属で構成された同質予備検定推定量の MSE パフォーマンス」『国民経済雑誌』第 207

巻、第 2 号 (2 月)、pp. 1-10. (査読無)

- ② Namba, A. and K. Ohtani (2012), MSE performance of a heterogeneous pre-test ridge regression estimator, *Communications in Statistics-Theory and Methods*, Vol. 41, pp. 1692-1700. (査読有)

- ③ Namba, A. and K. Ohtani (2012), Small sample properties of a pre-test Stein-rule estimator for each individual regression coefficient under an alternative null hypothesis in the pre-test, *Kobe University Economic Review*, Vol. 58, pp. 1-9. (査読無)

- ④ 大谷一博 (2011), 「省略された説明変数があるときの Pitman の近き規準のもとでの決定係数と自由度修正決定係数の比較」『国民経済雑誌』第 203 巻、第 2 号 (2 月)、pp. 1-7. (査読無)

- ⑤ Ohtani, K. (2011), MSE performance of a homogeneous pre-test estimator consisting of a family of MMSE estimators, *Kobe University Economic Review*, Vol. 57, pp. 1-12. (査読無)

- ⑥ Namba, A. and K. Ohtani (2010), Risk performance of a pre-test ridge regression estimator under the LINEX loss function when each individual regression coefficient is estimated, *Journal of Statistical Computation and Simulation*, Vol. 80, No. 3, pp. 255-262. (査読有)

- ⑦ Ohtani, K. (2010), Risk performance of a weighted average estimator consisting of the ridge regression and OLS estimators under Linex loss, *Kobe University Economic Review*, Vol. 56, pp. 1-11. (査読無)

[学会発表] (計 0 件)

[図書] (計 0 件)

[その他]  
ホームページ等

<http://www.econ.kobe-u.ac.jp/~ohtani/person.html>

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

大谷 一博 (Ohtani Kazuhiro)  
神戸大学・大学院経済学研究科・教授  
研究者番号：00106626

### (2) 研究分担者

( )

研究者番号：

### (3) 連携研究者

( )

研究者番号：