

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 25 年 6 月 3 日現在

機関番号：32612

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2010～2012

課題番号：22530317

研究課題名（和文） 多変量ベイジアン・プライシング：理論構築と長寿リスク評価への応用

研究課題名（英文） A multivariate Bayesian pricing: building a theoretical framework and applying it to longevity risk valuation

研究代表者

小暮 厚之（KOGURE ATSUYUKI）

慶應義塾大学・総合政策学部・教授

研究者番号：80178251

研究成果の概要（和文）：

近年全世界的に進行している死亡率低下は、長寿リスクという新たなリスクを顕在化させている。長寿リスクに対処する手段として、リバース・モーゲージ商品に関心が寄せられている。本研究では、死亡率や住宅価格といった複数のリスク要因に依存するリバース・モーゲージの評価を念頭に、多変量ベイジアン・プライシングの方法を提案した。提案した方法を我が国データに適用し、我が国における本格的なリバース・モーゲージ制度の導入が可能かどうかを検討した。

研究成果の概要（英文）：

In the recent development of mortality decline around the world, longevity risk has come to the surface. There has been renewed interest in reverse mortgage products as an instrument to hedge longevity risk. In this research we propose a Bayesian multivariate framework to price reverse mortgages which involve several risks both in insurance and financial sectors (e.g., mortality rates, interest rates and house prices). We apply the proposed method to Japanese data to examine the possibilities for a successful introduction of reverse mortgages into Japan.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2010年度	1,200,000	360,000	1,560,000
2011年度	900,000	270,000	1,170,000
2012年度	700,000	210,000	910,000
総計	2,800,000	840,000	3,640,000

研究分野：社会科学

科研費の分科・細目：経済学・財政学・金融論

キーワード：ファイナンス，保険，ベイジアン，長寿リスク，プライシング，リバース・モーゲージ

1. 研究開始当初の背景

近年全世界的に長寿化が進行しており、多

くの年金基金や保険会社が長寿リスクという新たなリスクに直面している。長寿リスク

は、大数の法則では取り除くことが出来ないシステムティックリスクであり、伝統的な保険技術では十分に対処できない。このような長寿リスクの移転の方法として、欧米を中心に長寿リスクの証券化が注目を集めている。

死亡率モデルを記述し証券化するために多くのモデルが提案されている。古典的な Lee-Carter (1992), “ Modeling and forecasting US mortality,” *J. of American Statistical Association* によるモデルにはじまり, Renshaw and Haberman (2006) “ A cohort-based extension to the Lee-Carter model for mortality reduction factors,” *Insurance: Mathematics and Economics* や Cairns, Blake and Dowd (2006) “ A two-factor model for stochastic mortality with parameter uncertainty,” *J. of Risk and Insurance* を含め数多くの提案がなされている。

このようなモデルを推定するために、最近では最尤法ではなくベイズ法を用いることが多くなってきた。例えば, Czado Delwarde and Denuit (2005) “ Bayesian Poisson log-bilinear mortality projections ”, *Insurance: Mathematics and Economics* や Pedroza(2006) “ A Bayesian forecasting model: predicting U.S. male mortality,” *Biostatistics* 等である。

この主な理由は、ベイズ法を用いることにより、パラメータ不確実性を適切に処理し、将来のリスクをよりの確に把握できるからである。最近提案されている死亡率モデルは複雑化し数多くのパラメータを持っているため、ベイズ法の利点は特に大きい。

一方研究代表者は、ここ5年間にわたり死亡率の統計モデリングを行ってきた。それらは、小暮(2004)「死亡率のモデリングと予測」『統計』、小暮・長谷川(2007)「将来生命表の構築」『リスクの科学』(朝倉書店)第6章、小暮・長谷川(2008)「生命表の統計学」(2008)『21世紀の統計科学Ⅰ: 社会・経済の統計科学』(東京大学出版会)第8章などである。また、最近ではベイズ法による統計モデリン

グ分析も行い、橘川・小暮・倉知(2008)「長寿リスク評価へのベイズ統計モデリング」『日本保険・年金リスク学会誌』、Kogure, Kitsukawa and Kurachi (2009) “ A Bayesian Comparison of Models for Changing Mortalities toward Evaluating Longevity Risk in Japan,” *Asia-Pacific Journal of Risk and Insurance* で等の論文で発表している。これらの研究を通じて、リスクの統計モデリングのみならずその価格付けにおいてもベイズ原理を適用すべきであると着想するに至った。ここで、価格付けとは、生命リスクに対するプレミアムをいかに決定するかという問題である。保険学において伝統的に行われている方法は、リスク調整済みの生命表を作成することであり、我が国でいえば日本アクチュアリー会によって作成される「生保標準生命表」がそれに当たる。しかし、そのような方法は、過去の死亡率データの平均値に「安全割増し」を加えたものであり、必ずしも明確な基準に依拠するものではない。

2. 研究の目的

長寿リスクの移転の方法として、欧米を中心に長寿リスクの証券化が注目を集めている。それに伴い、証券化の理論的基礎となるリスク評価において、パラメータ不確実性を考慮したベイズ原理への関心が高まっている。しかし、既存の研究では、ベイズ原理の適用はリスクの統計モデリングの段階にとどまっている。

本研究の目的は、モデル推定・将来生存率の予測・長寿リスク評価をベイズ法によって一貫して行う新たな評価手法である多変量ベイジアン・プライシングを構築し、我が国の長寿リスクの評価を行うことである。

特に、金利など別のリスク要因を同時に考慮した多変量のベイジアン・プライシングの枠組みを開発することを大きな目的とする。

本研究の重要な応用として、長寿債や長寿スワップのような基本的な証券化商品

の価格付け以外に、我が国の長寿リスクに対するリバース・モーゲージを考察する。

リバース・モーゲージは、住宅ローンとは逆に、自分の持家をキャッシュ（年金）に変換する仕組みであり、個人が長寿リスクをヘッジするための有力な手法である。しかし、長寿リスクの不確実性のために我が国では殆どリバース・モーゲージの利用が広がっていない。リバース・モーゲージの長寿リスクの評価を行うために、金利だけでなく住宅価格との相関も考慮した多変量ベイジアン・プライシングを構築する。

3. 研究の方法

モデル推定・将来生存率の予測・長寿リスク評価を一貫して行う新たな評価手法を構築するためにベイズ法を採用した。特に、研究者自身の先行研究である「エントロピー最大化原理による予測分布のリスク中立化」を多次元化し、多変量ベイジアン・プライシングを構築することにより、我が国の長寿リスクの評価を行った。評価に際しては、我が国の人口、死亡数及び東証住宅価格指数の時系列データを用いた。

4. 研究成果

(1) 2010年度は、本研究課題の1年目として基礎的研究を行い、その成果を公開した。具体的には、以下の通りである。

本研究全体の基礎となる「エントロピー最大化原理による予測分布のリスク中立化」の多次元化のための基盤研究を行った。特に、オリジナルな確率分布において2つのリスクが独立であっても、提案するリスク中立予測分布のもとでは必ずしもそれらは独立とはならないことを示した。さらに、独立性が成立する条件を求めた。また、提案するリスク中立予測分布とエッシャー変換との関係について考察した。

金融保険商品のリスク要因である死亡率、住宅価格、為替レート、物価指数の時系列モ

デリングに関して基礎的な研究を行った。死亡率については Lee-Carter モデルの拡張としてのダイナミック・ファクター・モデルについて考察した。

以上の成果の一部は、2010年7月にシンガポールで開催された「世界リスク保険経済学会」(World Risk and Insurance Economics Congress)において講演発表した。また、その成果は、2012年に刊行された「経済時系列ハンドブック」(朝倉書店)に所収される「数理ファイナンスと時系列」、「為替時系列」という2編の論文としてまとめた。以上のほか、専用のホームページを立ち上げ本研究の公表を行った。

(2) 2011年度は、本研究課題の2年目として研究の骨組みを支える中核的な研究を行い、その成果を公開した。具体的には、以下の通りである。

本研究の死亡率予測モデルとしてダイナミック・ファクター・モデルについて考察した。これは本研究に先行する研究において研究代表者が考察したLee-Carterモデルの多因子への拡張化であり、我が国データに対してよりよいフィットを得ることができる。その一方で多因子化により実際のベイズ計算は困難さを増す。昨年度の研究により、多因子化における尤度識別性の問題が明らかになり、その対処法について考察した。また、長寿リスクをヘッジする手段の一つであるリバース・モーゲージで必要となる住宅価格の変動について、ローカルレベルモデルを用いて考察を行った。

多変量エントロピー最大化原理とその応用 2010年度の研究において多変量エントロピー最大化原理の性質がほぼ明らかになった。この原理に基づいて、我が国データを用いてリバース・モーゲージの評価を試みた。そのために、上記で述べた死亡率と住宅価格の統計モデルに基づいてベイジアン予測分布を求め、多変量エントロピー最大化原理によって予測分布のリスク中立化を行った。

以上の成果は、第15回アジア太平洋保険リ

スク学会 (Asia Pacific Risk and Insurance Association 15th Annual Conference) や第 13 回「ノンパラメトリック統計解析とベイズ統計」で報告した。また、専用のホームページによる本研究の公表を昨年度に引き続き行った。また、本研究全体を下支えする活動としてベイズ統計学に関する翻訳書『ランカスター ベイジアン計量経済学』を出版した。

(3) 2012 年度は本研究の最終年度であり、以下の、の研究の遂行とともに、その成果を公開した。具体的には以下の通りである。

死亡率と住宅価格の統計モデリング

2011 年に引き続き、動的因子モデルによる将来死亡率の予測に関する研究を行った。このモデルは、当該分野において標準とされる Lee-Carter モデルの多因子への拡張化である。特に 2 因子モデルを考え、我が国死亡率のデータに対してベイズ推測を行った。その結果、Lee-Carter モデルを改善する推定結果が得られた。また、リバース・モーゲージの評価に必要な住宅価格のモデルについても考察した。特に、対数価格に対してローカルレベル・モデルとローカルトレンド・モデルの二つの動的線形モデルを当てはめ、推定結果を DIC 基準によって比較した結果、ローカルレベル・モデルの方がより望ましいことを明らかにした。

昨年度に引き続き、多変量エントロピー最大化原理に基づいて、我が国におけるリバース・モーゲージの評価を行った。特に、リバース・モーゲージに付与されているノンリコース条項の評価を行い、我が国において本格的なリバース・モーゲージの導入の可能性が示唆された。

以上の成果はソウルで開催された第 16 回アジア太平洋保険リスク学会 (Asia Pacific Risk and Insurance Association 15th Annual Conference) や第 8 回長寿リスク・コンファレンス (Eighth International Longevity Risk and Capital Markets Solutions Conference) で発表した。また、論文を North American Actuarial Journal

に投稿し、採択された。さらに、本研究専用に立ちあげたホームページを通じて研究成果を公開した

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計 3 件)

(査読あり) Kogure, A., Li, J. and Kamiya, S. (2013) "A Bayesian Multivariate Risk-neutral Method for Pricing Reverse Mortgages," To appear in *North American Actuarial Journal*

(査読なし) 小暮厚之(2013) 「ベイジアン計量経済分析入門」経済セミナー (日本評論社) 2013 年 8・9 月号

(査読なし) 小暮厚之(2012) 「ベイズ予測分布のリスク中立化とその応用」13 回ノンパラメトリック統計解析とベイズ統計」研究報告集 183-191.

〔学会発表〕(計 5 件)

Kogure A., "A Multivariate Bayesian Framework for Pricing Reverse Mortgages in Japan," Eighth International Longevity Risk and Capital Markets Solutions Conference, 2012 年 9 月 8 日, カナダ・オンタリオ州 University of Waterloo

Kogure A., "A Bayesian multifactor Lee-Carter model toward evaluating longevity risk," Asia Pacific Risk and Insurance Association 16th Annual Conference, 2012 年 7 月 24 日, 韓国ソウル市成均館大学校

小暮厚之 「ベイズ予測分布のリスク中立化とその応用」第 13 回ノンパラメトリック統計解析とベイズ統計, 2012 年 3 月 30 日, 慶應義塾大学三田キャンパス

Kogure A., “Pricing reverse mortgages using Bayesian risk-neutral predictive distributions, “Asia Pacific Risk and Insurance Association 15th Annual Conference, 2011年7月2日, 明治大学駿河台キャンパス

Kogure A., “A numerical Bayesian technique for pricing insurance and financial risk with applications to longevity-linked security valuation, ” World Risk and Insurance Economics Congress , 2010年7月27日, シンガポール

〔図書〕(計3件)

小暮厚之(2012)「為替時系列分析」
刈屋武昭他編『経済時系列ハンドブック』
10.4節 738-753

小暮厚之(2012)「数理ファイナンスモデルと時系列」刈屋武昭他編『経済時系列ハンドブック』6.5節 479-496, 朝倉書店

小暮厚之・梶田幸作 (監訳)(2011)『ランカスター ベイジアン計量経済学』400ページ

〔その他〕

ホームページ等

<http://web.sfc.keio.ac.jp/kogure/risk/index.php?BayesianPricing>

6. 研究組織

(1)研究代表者

小暮厚之 (Kogure, Atsuyuki)
慶應義塾大学・総合政策学部・教授
研究者番号：80178251

(2)研究分担者

なし

(3)連携研究者

なし