様　式　C－19、F－19、Z－19　(共通)

科研費
KAKENHI

# 科学研究費助成事業　　研究成果報告書

平成 26 年　 6 月 16 日現在

機関番号：15201
研究種目：基盤研究(C)
研究期間：2010～2013
課題番号：22540084
研究課題名（和文）計算可能性と粗いトポロジーに関する距離空間の次元様相

研究課題名（英文）Computability, corse topology and the dimensions of metric spaces


研究代表者
服部　泰直（Hattori, Yasunao）

島根大学・総合理工学研究科（研究院）・教授

研究者番号：20144553


交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　3,000,000円、（間接経費）　900,000円


研究成果の概要（和文）：本研究では主に計算理論へのトポロジーの応用と距離空間における次元の解析とその応用に関する研究を行った。前者においては、距離空間の計算モデルである形式的球体のドメインのMartin位相に関する研究から示唆された実数直線上のSorgenfrey型位相τ(A)の解析を行い、τ(A)がSorgenfrey位相自身と同相となる必要条件等を得た。また、図形のデジタル化におけるモデル空間であるKhalimski空間の部分空間に対するｎ次元性の表現を求めた。後者においては、帰納的次元のHurewicz形式と超限分離次元の振る舞い、及び種々定義されてきた小帰納的次元の統一的定義の提唱とそれらの相関関係を調べた。

研究成果の概要（英文）：The main topics of the project are the following: (1) The applications of topological method to the theory of the computability and domain theory; and (2) the dimensions of metric spaces and its applications. (1) An early study on the Martin topology on the domain of the formal balls of a metric space suggested an importance of the Sorgenfrey-type topologies on the real line. We investigated several Sorgenfrey-type topologies, and we have a condition that a such topology is homeomorphic to the Sorgenfrey topology. We also have a test subspace of the Khalimski space for determining the n-dimensionality of its subspaces. (2) We obtained Hurewicz formulas for large inductive dimensions on normal spaces with additional conditins. We also have a result on the transfinite separation dimension of a subspace of the Hilbert cube, and investigated an approach which unifies several small inductive dimensions of spaces including the Menger-Uryshon dimension ind and the separation dimension t.


研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・幾何学


キーワード：距離空間　ドメイン　次元　分離次元　Martin位相　Sorgenfrey位相　形式的球体　小帰納次元

１．研究開始当初の背景
　空間の次元概念は、ギリシャ幾何学にすでに現れ、現代数学においてもそのあらゆる分野において欠くことのできない基本概念である。トポロジーにおいては、前世紀初頭にルベーグやブラウワーによりｎ次元ユークリッド空間が互いに位相同型ではないことを示すために発見された最も基本的な位相不変量であり、「空間の次元」はその発見以降今日まで、集合論的・幾何学的トポロジーの中心的トピックとして研究されてきた。最近では、Gromov により有限生成群の不変量として導入された漸近(asymptotic)次元の研究が、“古典的”次元論と関連を持ちながら幾何学的群論や粗いトポロジーの研究と併せてなされてきており、距離空間における新しい次元論として急速に研究が進められている。さらに、Jan van Mill 等による無限次元空間の関数空間理論への応用など次元論は多くの分野と関連を持ちながら発展している。また、計算理論においては、ドメイン（連続な有向完備順序集合）がλ－計算の数学モデルとして導入されて以来、プログラミング言語の計算可能性をドメインの位相構造により解析する研究手法が確立され、計算可能性理論のトポロジーの応用は大きな研究テーマとなってきており、情報基礎論におけるトポロジーと次元論の重要性は増してきている。

２．研究の目的
　上記背景のもとで、距離空間、一般の位相空間やデジタル空間に対する次元様相の空間論的及び巨視的トポロジーの観点から、そして、情報基礎論、特に計算可能性理論とドメイン理論へのトポロジーの応用、ドメインや連続束の順序構造と位相構造との関連について、以下を目的として研究を行った。

(1) 情報理論・計算理論へのトポロジー及び次元論の応用。距離空間、擬距離空間、準（非対称）距離空間の計算モデルである形式的球体から成る順序集合における位相構造(Scott 位相、Lawson 位相、Martin 位相)と順序構造の関連の解析を行うことを目的として研究を行った。特に、距離空間の形式的球体から成る順序集合における Martin 位相の研究から派生した実数直線における Sorgenfrey 型位相の解析を行った。さらに、図形のデジタル化のために提起された Khalimski 直線（空間）の位相的性質・次元様相のより深い解析を目的に研究を行った。

(2) 距離空間における次元様相とその応用。位相空間論及び粗いトポロジーにおける“次元”概念の解析を目的として研究を行った。特に、可分距離空間における超限次元を含む無限次元空間の理論と時代的に種々定義されてきた小帰納的次元の統一理論の構築、及び固有距離空間における漸近次元の位相空間論的手法による解析を目的として研究を行った。

(3) 関連する位相空間論的諸問題。ドメイン理論や次元論に関連した超空間理論、連続選択関数問題、連続体理論、位相力学系やそれらの幾何学的側面等、上述の目的を補完するための研究を行った。

３．研究の方法
　本研究のテーマに関する研究については国内には一線の研究者が少なく、海外の研究者による研究が主体的である。そこで、海外におけるこの分野の一線の研究者との研究連絡・交流が重要である。そこで、代表者の服部が毎年海外から研究者を招聘し（平成 22 年度：V.Chatyrko (Linkoping University, Sweden)、平成 23 年度：Sang-Eon Han (Chonbuk National University, Korea), V. Chatyrko, J. van Mill (Free University of Amsterdam), D. Spreen (University of Seigen, Gernmany), 平成 24 年度：V. Chatyrko, J. Cao(Auckland University of Technology, New Zealand), 平成 25 年度： V. Chatyrko, J. van Mill, Sang-Eon Han, J. Cao, S. Garcia-Ferreira (UNAM, Mexico)等)、そして、服部が海外研究者を訪問 (V. Chatyrko, Linkoping University 等)し、また、研究成果の発表のために出席した国際会議を利用しながら（平成 22 年度：ギリシャ、平成 23 年度：韓国、平成 24 年度：韓国及び中国の計 4 回)、研究連絡を行い、そして、日常的にはメールを利用するなどしながら当分野の一線の研究者と連絡を密にして研究を行った。さらに、代表者の服部、分担者の山内を始め、連携研究者や海外研究協力者は積極的に国際会議に出席し研究発表を行い、成果の公表を行った。特に、2013 年 9 月に服部が主催者の一人として島根大学で開催した国際会議「位相数学・幾何学国際会議 2013」においては、V. Chatyrko, J. van Mill, Sang-Eon Han, 立木秀樹、V. Gutev, J. Dydak 等が出席し、研究発表を行うなど、本研究の成果の公開を積極的に行った。上記目標の各項目についてはさらに以下のように研究を進めた。

(1) 「情報理論・計算理論へのトポロジー及び次元論の応用」については、代表者の服部、連携研究者の立木（京都大学）及び海外協力研究者の Vitalij Chatyrko 等が中心に研究を進めた。その際、服部と立木は互いに訪問し合いながら、特に距離空間や準（非対称）距離空間、擬距離空間の形式的球体空間における位相構造について研究を進めた。また、服部は V. Chatyrko を４回、Sang-Eon Han を 2 回、D. Spreen を１回島根大学に招聘し、セミナー等で研究打ち合わせを行いながらデジタル空間における位相構造や次元様相、およびドメインの順序構造と位相構造の関連や一

様被覆系に関する研究を行った。さらに、服部は Linkoping University を１回訪問して V. Chatyrko と研究連絡を行い、また、韓国で開催された国際会議に計３回出席し招待講演を行うとともに Sang-Eon Han と研究連絡を取りながら研究を進めた。また、ドメイン上の関数空間における順序構造と連続性や連続な区間を持つ順序集合等の研究については、この分野の世界的リーダーの一人である Jimmie Lawson (Louisiana State University, USA)とメールで連絡を取りながら研究を進めた。また、上記研究を進める際には計算機理論については立木が、そして、位相的側面においては服部、Chatyrko が主に担当することにより研究を進めた。

(2) 「距離空間における次元様相とその応用」については、服部が海外研究協力者の V. Chatyrko との共同研究を中心に適宜位相空間論・次元論の専門家と研究連絡を取りながら研究を進めた。V. Chatyrko とは、次元論に関しても直接会った機会にセミナーや研究連絡を行い、また通常はメールやスカイプを通じて連絡を取りながら研究を進めた。超限分離次元については、服部が Jan van Mill (Free University of Amsterdam)を島根大学に招へいし、セミナーをしながら共同研究を行った。粗い位相と漸近次元については、服部、山内（研究分担者・島根大学)、松橋（連携研究者・島根大学）が共同で固有距離空間（proper metric spaces）上の次元様相や巨視的トポロジーに関する研究を進めた。その際、幾何学的群論（コクセター群等）の位相的側面および位相力学系の研究については横井（連携研究者・東京慈恵会医科大学）が担当した。また、距離空間に関する位相次元の幾何学的側面についての研究は木村（平成 22 年度～平成 23 年度：研究分担者・島根大学）が行った。

(3) 「関連する位相空間論的諸問題」に関して、超空間と選択関数問題については研究分担者の山内が V. Gutev (University of Malta, Malta Rep.)とメールを利用しながら研究を進め、さらに、服部が島根大学に招へいした Jiling Cao (Auckland University of Technology, New ZeaLand)と研究連絡を取りながら研究を進めた。また、局所コンパクトな距離空間に対する距離コンパクト化の剰余空間に関する研究は服部と V. Chatyrko が共同で実施した。

４．研究成果

(1) 「情報理論・計算理論へのトポロジー及び次元論の応用」については、代表者の服部が連携研究者の立木、海外研究協力者の Chatyrko 等と連絡を取りながら研究を進め、以下の成果を得た。

① 距離空間(X,d)の計算モデルとして導入された形式的球体からなる連続束 BX に関する先行研究として服部は形式的球体上の Martin 位相μに注目し、実数空間 R の形式的球体ドメイン(BR, μ) における定点(a,u)を頂点とする等高線集合 B+(a,u) = {(y,s) : |a-y| = u-s の(BR, μ)に関する相対位相は Sorgenfrey 部分空間(-∞, 0]と同相であり、B-(a,u) = {(y,s) : |a-y| = s-u}については Sorgenfrey 直線と同相であることを示した。これらの結果は、実数直線 R における種々の「Sorgenfrey 型位相」の重要性を示唆している。（ここで、A ⊂ R に対して、a ∈ A については通常の基本近傍基、a ∈ R-A については{[a, a+ε) : ε> 0}を a の基本近傍基として R に導入される位相をτ(A)と書き、Sorgenfery 型位相と呼ぶ。）そこで、服部と Chatryrko は Sorgenfery 型位相全体を半順序集合として捉え、その順序構造を調べた。特に、この半順序集合の最大元である Sorgenfrey 位相と同相となるτ(A)の条件を求め、A が R のユークリッド閉集合のとき、τ(A)が Sorgenfrey 位相と同相になるには、A が可算集合であることが必要十分であることを示した。

② 実世界の図形のデジタル化のために Khalimski は実数直線のデジタルモデルとして整数の集合 Z にある位相κを与えた。これを、Khalimski 直線という。Khalimski 直線 (Z, κ)（Khalimski 空間($Z^n$, $\kappa^n$)）の分離性について、服部は Chatryko, Sang-Eon Han と共同で研究し、Alexandroff $T_0$空間が semi $T_{1/2}$ 空間であることを示すことにより、Khalimski 空間($Z^n$, $\kappa^n$)の任意の部分空間が semi $T_{1/2}$ 分離公理を満たすことを示した。さらに、semi $T_{1/2}$ 空間の基本的性質を調べ、semi $T_{1/2}$ 空間の有限直積空間が semi $T_{1/2}$ 空間となること、また、semi $T_{1/2}$ 空間は開部分空間に対して継承的であることなどを得た。また、ドメインとの関連において、任意の半順序集合に上半連続位相を導入するとき、その有限積は semi $T_{1/2}$ 空間となることを示した。

③ Khalimski 空間 $Z^n$ の部分空間における小帰納的次元 ind と順序構造との関連について、服部は Chatyrko, Han と共同で研究を行い、任意の自然数 k ≦ n に対して濃度が k+1 であり、かつ ind A = k となる $Z^n$ の部分集合 A の表現を求めた。そして、この表現を用いて Khalimski 空間内のいくつかの部分集合の次元の決定を行った。

(2) 「距離空間における次元様相とその応用」については、服部と Chatyrko が中心に適宜、海外の研究者の協力を得ながら研究を進め、以下の成果を得た。

① X, Y を距離空間とし、f : X → Y を連続かつ閉な全射とする。このとき、被覆次元 dim に対して Hurewicz 形式 dim X ≦ dim Y + dim f が成り立つことはコンパクト距離空間に対して Hurewicz が 1927 年に証明して以来、次元論における基本的定理としてよく知られている。服部と Chatyrko は正規空間

上の帰納的次元に関する Hurewicz 形式の一般化を試み、以下の成果を得た：$d$を-1以上の整数（あるいは順序数）または∞を値に持つ位相不変量とし、任意の１点集合$\{x\}$に対して$d(\{x\}) \neq \infty$とする。 $X, Y$を位相空間とし、$f : X \to Y$を連続な全射で、任意の$y \in Y$に対して$d(f^{-1}(y)) \neq \infty$を満たすものとする。このとき、$Y$の任意の部分集合族$\Lambda$に対して $d(\Lambda)f = \sup\{ d(f^{-1}(A)) : A \in \Lambda\}$とおく。さて、次の$Y$の部分集合族を考える。$\Lambda_0 = \{\{y\} : y \in Y\}, \Lambda_1 = \{F : F$は$Y$の閉かつ疎な部分集合$\}, \Lambda_2 = \{D : D$は$Y$の疎な部分集合$\}$。そして、$d_i f = d(\Lambda_i)f$, $i = 0, 1, 2$とおく。さらに、$d$に関する以下の条件を考える：(P1) $d(\oplus\{X_i : i = 1, \ldots, n\}) \leqq \max\{d(X_i) : i = 1, \ldots, n\}$. (P2) 任意の$i = 1, 2, \ldots$に対して$d(X_i) \geqq i$ ならば、$d(\oplus\{X_i : i = 1, 2, \ldots\}) = \infty$. (P3) 任意に$n = 0, 1, 2, \ldots$を取る。このとき、任意の$\gamma \in \Gamma$に対して$d(X_\gamma) \leqq n$ならば, $d(\oplus\{X_\gamma : \gamma \in \Gamma\}) \leqq n$。このとき、$d_i f = d(\Lambda_i)f$, $i = 0, 1, 2$に対して次が成り立つことを示した：(a) $Y$がコンパクトであり$f$が(P1)を満たすならば、$d_0 f = d_1 f$となる。(b) $f$が(P1), (P2), (P3)を満たすとき、(i) $d_1 f \neq \infty$ならば、$d_0 f = d_1 f$となり、(ii) $d_2 f \neq \infty$ならば、$d(f^{-1}(y)) = d_0 f = d_1 f = d_2 f$となる$y \in Y$が存在する。

さらに超限帰納次元 $trInd_0$ に対する Hurewicz 形式として次を得た：(c) $X, Y$ を正規空間とし、$f : X \to Y$を連続かつ完全閉な全射とし、任意の互いに交わらない $X$ の閉集合$A, B$ に対して $A \cap B$ が$Y$の零集合になるとする。（この条件を性質Zと呼ぶことにする。）このとき、$trInd_0\, Y < \infty$かつ$(trInd_0)_1 f \neq \infty$ ならば 、 $trInd_0 X \leqq (trInd_0)_0 f + Ind_0 Y$ が成り立つ。(d) $X$ を正規空間, $Y$ を完全正規空間とし、$f : X \to Y$が連続かつ閉な全射であり、任意の$y \in Y$に対して $d(f^{-1}(y))$が完全正規とする。さらに、任意の互いに交わらない $X$ の零集合 $A, B$に対して $A \cap B$ が高々可算とする。このとき、$Ind\, Y < \infty$ならば、$Ind\, X \leqq (Ind)_0 f + Ind\, Y + 1$が成り立つ。

②小帰納次元と類似な分離次元 t が Steinke により 1983 年に導入され、その後、分離次元 t は超限次元 trt に拡張された。さらに、分離次元の発想から分離次元に酷似した帰納的超限次元 p が 2006 年に Radul により導入され、それらは古典的次元論および無限次元空間の理論の立場から研究されている。しかし、その議論はほぼ同様になされることも多く、それぞれの次元の特異性と類似性を整理することの必要性が示唆された。本研究では、上記の「小帰納的」次元を統一的に議論するためのアプローチを行った。すなわち、trind, $trind_p$, trt, p をモデルとして新しい次元関数の定義を行い、それらの間の相関関係やそれらから導かれる無限次元空間のクラスについてその特性を調べた。位相空間 $X$ に対して、次の部分集合族を考える：$\{*\} = \{X\}$, $2^* = \{A : A \subset X\}$, $K = \{K : K$は$X$のコンパクトな部分空間$\}$, $F = \{F : F$は$X$の閉部分空間$\}$。 さて、$X$ の部分集合族 $A$ を固定し、以下のように５種類の次元関数 $A(i)\text{-ind}$, $i = 0, 1, 2, 3, 4$を定義する：

(i) $X = \phi$のとき、$A(0)\text{-ind}(X) = A(1)\text{-ind}(X) = A(2)\text{-ind}(X) = A(3)\text{-ind}(X) = A(4)\text{-ind}(X) = -1$.

(ii) $|X| = 1$ のとき、$A(0)\text{-ind}(X) = A(1)\text{-ind}(X) = A(2)\text{-ind}(X) = A(3)\text{-ind}(X) = A(4)\text{-ind}(X) = 0$。

(iii-0) $|X| > 1$, そして $n$ を 0 以上の整数のとき、$|M| > 1$ となる任意の $M \in A$, 任意の$x \in M$そして$x \notin F$なる任意の$M$の閉集合 $F$ に対して、$A(0)\text{-ind}\, L \leqq n-1$となる $x$ と$F$の$M$における分離集合$L$が存在するとき、$A(0)\text{-ind}\, X \leqq n$とする。

(iii-1) $|X| > 1$, そして $n$ を 0 以上の整数のとき、$|M| > 1$ となる任意の $M \in A$, 任意の異なる２点$x, y \in M$に対して、$A(1)\text{-ind}\, L \leqq n-1$となる$x$と$y$の$M$における分離集合$L$が存在するとき、$A(1)\text{-ind}\, X \leqq n$とする。

(iii-2) $|X| > 1$, そして$n$を0以上の整数のとき、$|M| > 1$となる任意の$M \in A$に対して次の条件を満たす $x \in M$ が存在するとき、$A(2)\text{-ind}\, X \leqq n$とする：$x \notin F$なる任意の$M$の閉集合 $F$ に対して、$A(2)\text{-ind}\, L \leqq n-1$ となる$x$と $F$の$M$における分離集合$L$が存在する。

(iii-3) $|X| > 1$, そして $n$ を 0 以上の整数のとき、$|M| > 1$となる任意の$M \in A$に対して次の条件を満たす $M$の閉集合$F$が存在するとき、$A(3)\text{-ind}\, X \leqq n$ とする：$x \notin F$ なる任意の$x \in M$に対して、$A(3)\text{-ind}\, L \leqq n-1$となる$x$と $F$の$M$における分離集合$L$が存在する。

(iii-4) $|X| > 1$, そして $n$ を 0 以上の整数のとき、$|M| > 1$となる任意の$M \in A$に対して$A(4)\text{-ind}\, L \leqq n-1$となる$x, y \in M$, $x \neq y$, 及び$x$と$y$の$M$における分離集合$L$が存在するとき、$A(4)\text{-ind}\, X \leqq n$とする。

上記の次元関数についてそれらの相関関係及び主な位相的性質を調べた。特に、上記の次元を集合族$\{*\}$, $2^*$, $K$, $F$ について適用するとこれまで定義されてきた次元関数との関係は以下のようになる：

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| {*} | trind | $trind_p$ | | | |
| 2* | trind | $trind_p$ | | | trt |
| K | | | | | p |
| F | trind | $trind_p$ | | | trt |

また、上記の次元についてその０次元性に着目して位相空間のクラスを特定すると以下のようになる。

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| {*} | Z | Dt | Zp | D | D |
| 2* | Z | Dt | ? | Dh | Dh |
| K | P | P | P | P | P |
| F | Z | Dt | ? | Dh | Dh |

ただし、以下において|X| > 1とし、
Z = {X : ind X = 0},
Dt = {X : Xは totally disconnected},
Dh = {X : Xは hereditarily disconnected},
P = {X : Xは punctiform},
D = {X : Xは非連結空間},
Zp = {X : $\mathrm{ind}_x X > 0$ となる x ∈ Xが存在}
とする。

さらに、上記の次元関数から導かれる可算無限次元空間（０次元部分空間の可算和と表される空間）のクラスの類別や、超限次元 trt に関するコンパクト化定理に関する結果も得た。

③ 超限次元 trt に関して Arenas-Chatyrko-Puertasは trtを持つ空間について調べ、trt を持つコンパクト距離空間が C-空間であることを証明した。さらに、彼らはヒルベルト空間 Q の部分空間 $K_\omega$= {x ∈ H : x の 0 でない座標が高々有限個}に対して、trt $K_\omega$> ωであることを示した。その上で、trt $K_\omega$= ∞であるか、また、可算次元空間 X で trt X > ω+ 1となる空間が存在するかを問うた。これらの問題に対して、服部はJ. van Mill との共同研究により trt $K_\omega$> ω+1 であることを証明した。

(3) 「関連する位相空間論的諸問題」については、服部と Chatyrko が可分距離な局所コンパクト空間の距離コンパクト化の剰余空間について、また、山内が V. Gutev との共同研究で超空間と連続選択関数問題等について研究を行い、以下の成果を得た。

① 可分距離な局所コンパクト空間 X の距離コンパクト化の剰余空間全体のクラスを R(X)で表わすことにする。このとき、{R($X_\alpha$) : α < $\omega_1$}が強い意味での増加列となる可分距離な局所コンパクト空間 $X_\alpha$, α < $\omega_1$, が存在することを服部, Chatyrko が示した。

② 分担研究者の山内は、V. Gutev との共同研究で、上半連続なコンパクト値写像が、距離空間への連続写像とその距離空間からの上半連続なコンパクト値写像に因子分解されるための、定義域や集合値関数に関する条件を明らかにした。また、山内は PF 正規空間からバナッハ空間への下半連続な凸値関数に対して、その値がすべて同じ次元を持つならば、その集合値関数は連続な選択関数を持つことを示した。さらに、山内は V. Gutev と共同で、パラコンパクト空間上の集合値関数を用いて、Dugundji の拡張定理と Michael の選択定理の部分的一般化となる線形作用素の存在定理を証明した。研究分担者（平成22 年度～23 年度）の木村は、幾何学的側面からの研究として複素数空間におけるコンパクト実超平面について、松橋は連続体理論、そして、横井はコンパクト距離空間上の離散位相力学系に関する知見を得た。

## ５．主な発表論文等
（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計 12 件）


① Vitalij Chatyrko, Sang-Eon Han, <u>Yasunao Hattori</u>, Some remarks concerning semi-T_1/2 spaces, Filomat, Vol. 28, 2014, pp.21-25, 査読有
DOI:10.2298/FIL1401021C

② <u>Takamitsu Yamauchi</u>, On a simultaneous selection theorem, Studia Mathematica, Vol. 215, 2013, pp.1-9, 査読有
DOI: 10.4064/sm215-1-1

③ Vitalij Chatyrko, <u>Yasunao Hattori,</u> Small scattered topological invariants, Matematychini Studii, Vol. 39, 2013, pp.212-222, 査読有

④ Vitalij Chatyrko, <u>Yasunao Hattori,</u> A poset of topologies on the set of real numbers, Commentationes Mathematicae Universitatis Carolinae, Vol. 54, 2013, pp.189-196, 査読有

⑤ <u>Yasunao Hattori</u>, Jan van Mill, On the separation dimension of Kω, Bull. Polish Acad. Sci., Vol. 61, 2013, pp.67-70, 査読有
DOI: 10.4064/ba61-1-7

⑥ Vitalij Chatyrko, <u>Yasunao Hattori</u>, On the classes of remainders of locally compact noncompact spaces,Acta Mathematica Hungarica, Vol. 137, 2012, pp.231-241, 査読有
DOI: 10.1007/s10474-012-0207-6

⑦ <u>Takamitsu Yamauchi</u>, Continuous selections for set-valued mappings with finite-dimensional convex values, Topology and its Applications, Vol. 159, 2012, pp.1219-1222, 査読有

⑧ Valentin Gutev, <u>Takamitsu Yamauchi</u>, Factorizing usco mappings, Topology and its Applications, Vol. 159, 2012, pp.2423-2433, 査読有
DOI: 10.1016/j.topol.2011.11.061
DOI: 10.1016/j.topol.2011.11.007

⑨ Vitalij Chatyrko, <u>Yasunao Hattori</u>, Around a Hurewicz's formula, Topology and its Applications, Vol. 159, 2012, pp.1536-1544, 査読有
DOI: 10.1016/j.topol.2010.12.017

⑩ J.T. Cho, <u>Makoto Kimura</u>, Ricci solitons of compact real hypersurfaces in Kahler manifolds, Math. Nachr. Vol. 284, 2011, pp.1385-1393, 査読有
DOI: 10.1002/mana.200910186

⑪ Valentin Gutev, Takamitsu Yamauchi, Strong paracompactness and multi-selections, Topology and its Applications, Vol. 157, 2010, pp.1430-1438, 査読有
DOI: 10.1016/j.topol.2009.06.017

〔学会発表〕（計 19 件）

① Yasunao Hattori, Jan van Mill, （発表者：服部泰直）On the separation dimension of Κω, International Conference on Topology and Geometry 2013, September 3, 2013, Shimane University, Matsue, Japan
② Valentin Gutev, Takamitsu Yamauchi, （発表者：山内貴光）On a simultaneous selection theorem, International Conference on Topology and Geometry 2013, September 3, 2013, Shimane University, Matsue, Japan
③ Takamitsu Yamauchi, Continuous selections for proximal continuous paraconvex-valued mappings, International Conference on Nonlinear Analysis and Convex Analysis, August 2-6, 2013, Hirosaki University, Hirosaki, Aomori, Japan
④ Vitalij Chatyrko, Yasunao Hattori, （発表者：服部泰直）Remainders of compactifications of spaces and locally compact spaces,(招待講演) 2012 International Conference of the Honam Mathematical Society, June 15, 2012、Jeju National University, Jeju, South Korea
⑤ Vitalij Chatyrko, Yasunao Hattori, （発表者：服部泰直）Transfinite separation dimensions, International Conferece on Topology and the Related Fields, （招待講演）,September 23, 2012, Nanjin Normal University, Nanjin, China
⑥ 山内 貴光、Factorizations of upper semicontinuous compact-valued mappings，数理解析研究所研究集会「非線形解析学と凸解析学の研究」，2011 年 8 月 29 日--31 日、京都大学
⑦ Yasunao Hattori, Dimension lowering mapping theorems for inductive dimensions, The Second International Workshop on Pure and Applied Topology （招待講演），April 29, 2011, Chonbuk National University, Jeonju, South Korea
⑧ Takamitsu Yamauchi, Continuous selections for set-valued mappings with finite-dimensional convex values, International Conference Japan-Mexico on Topology and its Applications, September 28, 2010, Universidad de Colima, Colima, Mexico
⑨ Vitalij Chatyrko, Yasunao Hattori, （発表者：服部泰直）The remainders in extensions and finite unions of locally compact sets, 2010 International Conference on Topology and its Applications, (招待講演), June 26-30, 2010, Nafcaptos, Greece
⑩ Yasunao Hattori, Special metrics which induce topological invariants, 2010 International Conference of the Honam Mathematical Society, (招待講演), June 17-19, 2010, Mokpo National University, Mopko, South Korea
⑪ Yasunao Hattori, Topological structures in the posets of formal balls on metric spaces, Topology Workshop at Chonbuk National University, (招待講演), June 16, 2010, Chonbuk National University, Jeonju, South Korea

## ６．研究組織

(1)研究代表者
服部　泰直（HATTORI, Yasunao）
島根大学・大学院総合理工学研究科・教授
研究者番号：２０１４４５５３

(2)研究分担者
木村　真琴　(KIMURA, Makoto)
島根大学・総合理工学部・教授
研究者番号：３０１８６３３２
（平成 22 年度～平成 23 年度）

山内　貴光（YAMAUCHI, Takamitsu）
島根大学・大学院総合理工学研究科・講師
研究者番号： ００４０３４４４

(3)連携研究者
立木　秀樹（TSUIKI, Hideki）
**京都大学・大学院人間環境学研究科・教授**
研究者番号：１０２１１３７７

横井　勝弥（YOKOI, Katsuya)
東京慈恵会医科大学・医学部・教授
研究者番号：９０２４０１８４

松橋　英市（MATSUHASHI, Eiichi）
島根大学・大学院総合理工学研究科・講師
研究者番号：６０５５８５１８

(4) 海外研究協力者
Chatyrko, Vitalij
Linkoping University (Sweden)
Associate Professor