

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 4 日現在

機関番号：37111

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2010～2013

課題番号：22540106

研究課題名(和文) 完備多様体から正則断面曲率一定な空間への余次元 1 等長はめ込みの主曲率と位相

研究課題名(英文) Principal curvatures and topology of codimension-one isometric immersions of complete manifolds into the spaces of constant holomorphic curvatures.

研究代表者

塩濱 勝博 (SHIOHAMA, Katsuhiro)

福岡大学・理学部・研究員

研究者番号：20016059

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,300,000 円、(間接経費) 990,000 円

研究成果の概要(和文)：正則断面曲率一定な双曲空間内のある種の完備実超曲面の全体像を、距離関数の特徴を駆使して捉え、それらのすべてを決定した。距離関数の臨界点の研究が問題の背景にあり、上述の成果をふまえ、多様体の切断跡と共役跡に関するラウチ予想を非退化な道の空間の研究に関連づけた。この研究に重要な測地三角形の角度比較定理を放射曲率の条件下で調べ、角度比較が可能な測地三角形の条件を求めた。この成果を用いて新しい球面同相定理を得た。これらの諸結果は内部距離空間上の凸性の研究に発展し、リーマン幾何学の延長線上にフィンスラー幾何学を見た。

研究成果の概要(英文)：We have succeeded in classifying all of the curvature adopted complete real hyper surfaces in the hyperbolic spaces with constant holomorphic sectional curvature. It should be emphasized that the constancy of the principal curvatures is not assumed but a consequence. The background of the investigation is the critical point theory of distance functions. Our idea applies to the study of the Rauch conjecture on the cut loci and conjugate loci of complete manifolds and of the Alexandrov-Toponogov comparison theorem under the radial curvature assumption. As a consequence, we have obtained new types of topological sphere theorems under various model surfaces. These results will be useful for the study of convexity on inner metric spaces. Thus, the global study of Riemannian-Finsler Geometry will be seen.

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・微分幾何

キーワード：リーマン計量 主曲率 フィンスラー多様体 測地線 ハウスドルフ距離

1. 研究開始当初の背景

主曲率一定な実超曲面の局所的研究は群論的立場を含め、様々な研究が行われてきた。特に主曲率が一定の実超曲面の主曲率の個数については詳しく調べられて居り、有限個の限られた可能性に限定されていた。大域的立場に立つ研究は Montiel が複素射影空間内の完備実超曲面を調べたが、濱田と塩濱は階数1のコンパクト対称空間内の主曲率一定な curvature adopted 完備実超曲面を調べた(Proc. Amer. Math. Soc. vol. 137, 2009年)。この成果をより一般的な条件で考察しようと試みていた。

2. 研究の目的

完備実超曲面の形作用素に対する自然な仮定(curvature adopted)のもとに、コンパクト階数1の対称空間のみならず、正則断面曲率一定な双曲空間内で考察した。その結果、これらの完備実超曲面は双曲空間内の一点、超曲面、無限遠点を中心とする等距離集合として実現される事が分かった。それ故、より一般的な空間内の距離関数の臨界点の挙動を調べる事が異なる主曲率の個数を3個以上に増やした場合の超曲面の全体像の把握につながると予想し、リーマン幾何学の手法を取り入れて切断跡や共役点について調べる事も研究目的となった。

3. 研究の方法

射影空間及び双曲空間の測地線の挙動は極めて特徴的で、特に射影空間では切断跡と共役跡が一致する。射影空間の一点又はその点の無限遠超平面をブローアップして双曲空間が得られると考えられる。射影幾何や双曲幾何で基本的な概念である線束、線叢の概念を実超曲面の法バンドルと距離関数に結びつけて実超曲面の大域的な形を決定する。切断跡や共役跡の挙動が大域的性質の研究に重要であるから、比較幾何学で重要なトポノゴフの比較定理やアレクサンドロフの凸性をも利用した。

4. 研究成果

双曲空間内の実超曲面の形作用素が curvature adopted ならば、完備実超曲面の全体像が決定でき、更に主曲率が一定となる事が結論の系として得られた。放射曲率に関するトポノゴフの比較定理が成立する測地三角形の条件を調べた。その応用として種々の球面同相定理が得られた。距離関数の臨界点の研究から、ラウチ予想と切断跡に関する成果を上げた。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計7件)

- ① 印南信宏, 糸川 銚, 塩濱勝博, Complete real hypersurfaces and special K-line bundles in K-hyperbolic spaces, International Journal of Mathematics, 査読有, 24(2013), 14pp
DOI: 10.1142/S0129167X13500821
- ② 印南信宏, 塩濱勝博, The Alexandrov-Toponogov comparison theorem for radial curvature, Nihonkai Mathematical Journal, 査読有, 24(2013), 57-91.
- ③ 印南信宏, 塩濱勝博, A sphere theorem for radial curvature, Nihonkai Mathematical Journal, 査読有, 24(2013), 93-102.
- ④ 塩濱勝博, 印南信宏 and 曾我敏弘, The cut loci, conjugate loci and poles in a complete Riemannian manifold, Geometric And Functional Analysis, 査読有, 22(2012), 1400-1406.
- ⑤ 塩濱勝博, 印南信宏, 猿子幸弘, Metric spheres in the projective spaces with constant holomorphic sectional curvature, Tsukuba Journal of Mathematics, 査読有, 35(2011), 79-90.
- ⑥ 塩濱勝博, Wei Xu, An Integral Formula for Lipschitz-Killing Curvature and the Critical Points of Height Functions, Journal of Geometric Analysis, 査読有, 21(2011), 241-251.
- ⑦ 塩濱勝博, 印南信宏, B. H. Kim, 猿子幸弘, The Steiner Ratio Conjecture of Gilbert-Pollak May Still Be Open, Algorithmica, 査読有, 57(2010), 869-869.

[学会発表] (計 13 件)

- ① 塩濱勝博, Convex functions on complete Finsler manifolds, Department of Science and Technology--CIMS, 2014 年 02 月 24 日, Varanas Hindu University, Varnasi, INDIA
- ② 塩濱勝博, Topology of complete Finsler manifolds admitting convex functions, Geometry and Topology Seminar, 2014 年 02 月 19 日, Harish Chandra Research Institute, Allahabad, INDIA
- ③ 塩濱勝博, Convex functions and convex sets in Euclidean spaces, Department of Science and Technology--CIMS, 2014 年 02 月 18 日, Varanas Hindu University, Varnasi, INDIA
- ④ 塩濱勝博, Convex functions on complete Riemannian manifolds, Department of Science and Technology--CIMS, 2014 年 02 月 19 日, Varanas Hindu University, Varnasi, INDIA
- ⑤ 塩濱勝博, Notes on the Rauch conjecture on the cut loci and conjugate loci of Finsler manifolds, The 48-th Symposium on Finsler Geometry, 2013 年 09 月 16 日, 北海道東海大学
- ⑥ 塩濱勝博, The structure of complete Finsler manifolds admitting convex functions, 第 47 回フィンスラー幾何学シンポジウム, 2012 年 11 月 24 日鹿児島県自治会館
- ⑦ 塩濱勝博, Riemann 多様体の Rauch 予想と Weinstein の問題, Geometry and Something, 福岡大学微分幾何学研究集会(小林昭七先生を偲んで), 2012 年 11 月 01 日福岡大学セミナーハウス
- ⑧ 塩濱勝博, 完備フィンスラー多様体上の凸関数(連続講演), 北海道東海大学理工学部:幾何学セミナー, 2012 年 07 月 02 日~2012 年 07 月 04 日, 北海道東海大学理工学部
- ⑨ 塩濱勝博, 双曲(射影)空間内の完備実超曲面と K-線束, K-線叢, 広島大学:幾何学・トポロジー合同セミナー, 2012 年 06 月 12 日広島大学大学院理学研究科
- ⑩ 塩濱勝博, The Rauch conjecture and poles, The 46-th Symposium on Finsler Geometry, 2011 年 11 月 18 日, 常葉学園大学

- ⑪ 塩濱勝博, 完備リーマン多様体の Rauch 予想と極, 福岡大学幾何学セミナー, 2011 年 10 月 13 日, 福岡大学理学部
- ⑫ 塩濱勝博, 射影空間内の距離球面, Conference "Submanifold Geometry and Lie Group Actions", 2010 年 9 月 10 日, 東京理科大学森戸記念館
- ⑬ 塩濱勝博, 射影空間内の距離球面, 福岡大学幾何学セミナー, 2010 年 7 月 8 日, 福岡大学理学部

[図書] (計 0)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年月日:
国内外の別:

○取得状況 (計 0)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
取得年月日:
国内外の別:

[その他]

ホームページ等
なし

6. 研究組織

(1) 研究代表者

塩濱 勝博 (SHIOHAMA, Katsuhiko)
福岡大学・理学部・研究員
研究者番号: 20016059

(2) 研究分担者

川久保 哲 (KAWAKUBO, Satoshi)
福岡大学・理学部・助教
研究者番号: 80360303

松浦 望 (MATSUURA, Nozomu)
福岡大学・理学部・助教
研究者番号：00389339