

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 25 年 5 月 31 日現在

機関番号：18001

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2010～2012

課題番号：22540145

研究課題名（和文） セミマルチンゲールによってドライブされる市場における
インサイダー問題

研究課題名（英文） Insider problems in markets driven by semimartingales

研究代表者

山里 眞（YAMAZATO MAKOTO）

琉球大学・理学部・教授

研究者番号：00015900

研究成果の概要（和文）：インサイダーのフィルとレーションよりも広いフィルトレーションのもとでのセミマルチンゲール分解が得られた．インサイダーの最適期待対数効用がある同値マルチンゲール測度のクラスの中の確率測度に対する基礎の確率測度の相対エントロピーの最小値に一致することを示した．

研究成果の概要（英文）：Semimartingale decomposition under a filtration larger than an insider's filtration is shown. It is shown that optimal logarithmic utility of an insider coincides with minimal relative entropy of base probability measure with respect to probability measures in a certain class.

交付決定額

（金額単位：円）

| | 直接経費 | 間接経費 | 合計 |
|---------|-----------|---------|-----------|
| 2010 年度 | 1,200,000 | 360,000 | 1,560,000 |
| 2011 年度 | 900,000 | 270,000 | 1,170,000 |
| 2012 年度 | 900,000 | 270,000 | 1,170,000 |
| 年度 | | | |
| 年度 | | | |
| 総計 | 3,000,000 | 900,000 | 3,900,000 |

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・数学一般（含確率論・統計数学）

キーワード：確率論

1. 研究開始当初の背景

数理ファイナンスの分野で最近盛んに研究されるようになったテーマのひとつとしてインサイダー取引がある．ブラウン運動でドライブされる金融市場におけるインサイダー取引の研究は多岐にわたっており，数多くの論文が書かれている．しかしブラウン運動をその特殊な場合として含んでいる加法過程などでドライブされる市場におけ

るインサイダー取引についてはあまり深い研究がなかった．しかし実際の金融市場はブラウン運動よりもむしろジャンプ過程の方が統計的により良く適合するという論文が数多く出てきており，リーマンショックを考へてもジャンプを含むセミマルチンゲールでドライブされる市場の研究は応用上これからますます重要性を増すものと思われる．

2. 研究の目的

(1) ノンインサイダーの最適対数効用は最小相対エントロピーと一致することが知られており、このことが非完備市場において最小相対エントロピーを達成するマルチンゲール測度を価格付のための測度に用いる根拠にもなっている。本研究では類似の結果がインサイダーの場合にも得られるのか調べる。これは拡大されたフィルトレーションのもとでのマルチンゲールの表現とも結びついている。

(2) レヴィ過程によるフィルトレーションにおけるマルチンゲールの表現定理は国田によって得られている。それによるとレヴィ過程によるフィルトレーションにおける局所マルチンゲールはブラウン運動による確率積分とレヴィ過程のジャンプ部分から生成されたポアソンランダム測度のマルチンゲール部分による確率積分の和で表される。レヴィ過程のフィルトレーションが(完全または不完全な)インサイダー情報で拡大されたフィルトレーションのもとでの(局所)マルチンゲールが同じような(ポアソンでないランダム測度による)表現を持つか調べる。

3. 研究の方法

(1) 相対エントロピーの定義としてどのような形が適切かを検討し、その具体形を見出す。そして最適対数効用との関係を調べる。

(2) 満期での最適対数効用が有限な場合と無限大の場合とで関係が異なると思われるが、それを詳細に分類する。何らかの意味の最小相対エントロピーと最適対数効用とが一致するときその値を達成するマルチンゲール測度を具体的に表現でき

るかを検討する。

(3) 計算機を用いてレヴィ測度が比較的単純な構造の場合に対数効用の数値計算を行い、ノンインサイダー、インサイダーそれぞれの最適対数効用の近似値を求める。また、最小相対エントロピーを達成するマルチンゲール測度が具体的に求まる場合があるか、あればそれによる相対エントロピーと最適対数効用が一致するかどうかを検証する。特に計算しやすいブラウン運動の場合とジャンプのある場合とでどのような違いがあるのかに重点をおいて計算する。

(4) これらを達成するのに各地の関連分野の研究者と連絡を取り合い討議する。コハツヒガ氏とは特に密接に連絡を取り合い研究を推進する。

4. 研究成果

(1) レヴィ過程より、より一般のセミマルチンゲールでドライブされる市場に於けるインサイダーのフィルトレーションに於けるマルチンゲール分解はある程度得られていた。期待効用の計算に応用するにはさらに広いフィルトレーションに於けるマルチンゲール分解が必要であるが、期待効用の計算に応用できるような充分具体的な形での分解を得た。これをインサイダーのフィルトレーションに射影することによって最適な期待対数効用や、期待べき効用などが有限になるための条件を求めることができた。

(2) この分解を応用することによりブラウン運動の部分の無い場合の比較的単純なモデルにおいてインサイダーの最適期待対数効用を数値計算により求め、それが有限であることは理論的にはわかっていたが、

数値計算上も有限であることが確認でき、ノンインサイダーの最適期待対数効用より格段に大きい事がわかった。同じような設定でブラウン運動の部分がある場合には最適期待効用は無限大になることが理論的にわかっている。

(3) さらに、この分解を用いてインサイダーの最適期待対数効用がある同値マルチンゲール測度のクラスの中の確率測度に対する基礎の確率測度の相対エントロピーの最小値に一致することを示すことができた。最適期待対数効用を実現するポートフォリオは相対エントロピーを最小にする確率測度を構成するポートフォリオと一致することも示すことができた。

(4) (1) の分解を応用して、広げたフィルトレーションに関する2乗可積分関数の1種のセミマルチンゲール分解を得た。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計4件)

Makoto Yamazato, Absolute continuity conditions for multivariate infinitely divisible distributions and their applications, Theory of Probability and its Applications, 査読有, Vol. 56, 2012, pp. 299-312

Makoto Yamazato, Remarks on a convergence theorem for stochastic processes on $D[0, \infty)$ having monotone sample paths, Cooperative Research Report, 査読無, Vol. 275, 2012, pp. 74-86

A. Kohatsu-Higa, M. Yamazato, Insider

models with finite utility in markets with jumps, Applied Mathematics and Optimizations 査読有, Vol. 64, pp. 2011, 217-255

Makoto Yamazato, Absolute continuity of multidimensional infinitely divisible distributions with an application, Cooperative Research Report, 査読無, Vol. 262, 2011, pp. 80-93

[学会発表](計3件)

Remarks on a convergence theorem for stochastic processes on $[0, \infty)$ having monotone sample paths, 無限分解可能分布に関する諸問題(16) 2011年11月11日、統計数理研究所(東京)

Absolute continuity of multidimensional infinitely divisible distributions with an application, 無限分解可能過程に関する諸問題(15) 2010年10月22日、統計数理研究所(東京)

Absolute continuity of multidimensional infinitely divisible distributions and applications, 2010 Workshop & Spring School on Stochastic Calculus and Applications, 2010年4月15日、Institute of Mathematics, Academia Sinica, Taiwan

[図書](計0件)

[産業財産権]

出願状況(計0件)

名称:

発明者:

権利者:

種類:

番号:

出願年月日：

国内外の別：

取得状況（計 0 件）

名称：

発明者：

権利者：

種類：

番号：

取得年月日：

国内外の別：

〔その他〕
ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

山里 眞 (YAMAZATO MAKOTO)

琉球大学・理学部・教授

研究者番号：00015900

(2) 研究分担者

()

研究者番号：

(3) 連携研究者

()

研究者番号：