

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成25年5月31日現在

機関番号：32660
 研究種目：基盤研究（C）
 研究期間：2010～2012
 課題番号：22540151
 研究課題名（和文） 数値表データ圧縮および数値群データ圧縮問題における
 非線形近似論的方法
 研究課題名（英文） Nonlinear approximation theoretic methods
 of numerical table data compression
 研究代表者 明石 重男（SHIGEO AKASHI）
 東京理科大学・理工学部情報科学科・教授

研究者番号：30202518

研究成果の概要（和文）：本研究機関を通じて得られた研究成果は、以下の2点である。

- (1). Hilbert の第 13 問題から派生した未解決問題である「無限階微分可能関数族版」の構成的手法による解決
- (2). Collatz 予想で有名な Collatz 写像を 1 次元コンパクト空間上の力学系へ埋め込むことにより、位相力学系の理論を応用することを可能にした。

研究成果の概要（英文）：The main research results obtained in the research period which began in 2010 and ended in 2012 are the following:

- (1). A version of Hilbert's 13th problem for infinitely differentiable functions, which remained to be open, has been solved constructively.
- (2). Embedding of Collatz mapping into a certain one-dimensional compact dynamical system has enabled us to apply the theory of topological dynamics to its famous conjecture.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2010 年度	1,300,000	390,000	1,690,000
2011 年度	800,000	240,000	1,040,000
2012 年度	1,100,000	330,000	1,430,000
年度			
年度			
総計	3,200,000	960,000	4,160,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学一般（含確率論・統計数学）

キーワード：情報数理

1. 研究開始当初の背景

1-1. Hilbert の第 13 問題と派生問題

Hilbert の第 13 問題は、多変数連続関数をより少ない数の変数を引数とする多変数関数の重ね合わせ表現で記述できるかという問題であるが、1957 年に Kolmogorov と Arnold が、「可能である」ということを証明した。しかし、この問題に関しては、「連続

性」を「微分可能性」や「解析性」などに置き換えることで、未解決の派生問題が得られることが知られている。

1-2. Collatz 予想と派生問題

「与えられた自然数が奇数である場合は 3 倍して 1 を加え、偶数である場合は 2 で割る」という演算を繰り返すと、どのような自然数も必ず 1 に到達するという Collatz 予想は、未だに

未解決問題として知られ、整数論だけでなく、確率論や計算理論など、あらゆる方向からの研究が進んでいる。そしてこの問題に関しても、「無限大に発散する初期値が存在するか」や「 $1 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ 以外の周期起動が存在するか」等のような未解決問題が多いことでも有名である。

2. 研究の目的

2-1. 無限階微分可能関数版の第 13 問題の解決

有限階微分可能関数の場合は、Vitsukinにより既に解決されている。そこで本研究では、無限階微分可能関数の場合を取り扱う。

2-2. Collatz 予想解決のための新たな数学的手法の導入

本研究では、Collatz 写像を閉部分力学系として含み得るような 1 次元コンパクト空間上の力学系を構成し、位相力学の理論を応用することで、Collatz 写像が描く軌道に関する訂正的性質に関する研究を行う。

3. 研究の方法

3-1. 構成的証明法と位相解析的証明法の適用

Hilbert の第 13 問題および派生問題に対する証明法は、大きく「構成的証明法」と「位相解析的証明法」に分類される。前者は、考察対象となる多変数関数の構造が明確化されるが、重ね合わせ表現可能な関数族と表現不可能な関数族の量的比較を行うことができない。一方後者は、重ね合わせ表現可能な関数族と表現不可能な関数族の量的比較は可能であるが、それぞれの関数の具体的構造は明確にされ得ない。これら 2 種類の証明法は数学的に異なるため、本研究目的である「無限階微分可能関数族版」解決のための道具を多様化することに繋がる。

3-2. 位相力学的手法の導入

ポアンカレによって提出された「非線形複素力学系に関する発散軌道を与える初期点と非発散軌道を与える初期点の境界線の形状決定問題」が不可能であり、Mandelbrot によるフラクタル幾何学の誕生をもたらした例にもみられるように、位相力学的手法は、非線形力学系の漸近的挙動を特徴づけるために有用な手法を提供すると思われる。

4. 研究成果

4-1. Hilbert の第 13 問題の無限階微分可能関数版の解決

Hilbert の第 13 問題から導出された派生問

題の一つである「無限階微分可能関数族」に対する解決を、構成論的手法を用いることにより解決した。

4-2. Collatz 写像を閉部分力学系として含むような 1 次元コンパクト空間上の力学系の構成

Collatz 写像は、自然数を定義域として、自然数に値を取るが、Collatz 写像を自然数の逆数全体を定義域として 0 以上 1 以下の有理数全体を値にとる写像とみなすことにより、 $[0, 1]$ 上で定義された 1 次元力学系に帰着させた。この力学系にコンパクト化を施すことにより、コンパクト空間上の力学系を構成して、位相力学的手法が適用可能であることを示した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 5 件)

[1]. S. Kodama and S. Akashi, On periodic orbits and space-filling orbits in symbolic dynamical systems, Proceedings of the 10th International Conference on Fixed Point Theory and Applications (2012), 165-170. (査読有)

[2]. S. Akashi and W. Takahashi, Strong convergence theorems for nonexpansive mappings on star-shaped sets in a Hilbert spaces, Applied Mathematics and Computations, vol. 219 (2012), 2035-2040. (査読有)

[3]. S. Kodama and S. Akashi, Equidifferentiability of subsets of infinitely differentiable function spaces, Fixed Point theory, 11(2010), 323-326. (査読有)

[4]. S. Akashi and S. Kodama, A version of Hilbert's 13th problem for infinitely differentiable functions, Proceedings of the 9th International Conference on Fixed Point Theory and Applications (2010), 1-5. (査読有)

[5]. S. Kodama and S. Akashi, Equidifferentiability of subsets of finitely differentiable function spaces, Proceedings of the 6th International Conference on Nonlinear Analysis and Convex Analysis (2010), 135-138. (査読有)

[学会発表] (計 7 件)

[1]. S. Akashi, The embedding problem of

Collatz dynamical system into another dynamical system with compact domain, International Symposium on Nonlinear Analysis and Optimization 2013, Pukyong National University, Busan, Korea, January 31st, 2013 (Invited talk).

[2]. S. Akashi and S. Kodama, Fixed point theoretic structures of generalized Collatz mappings, The 3rd Asian Conference on Nonlinear Analysis and Optimization, くにびきメッセ, 島根県松江市, September 6, 2012 (Plenary talk).

[3]. S. Kodama and S. Akashi, The superposition degree problem of Boolean-valued functions of several variables, 非線形解析学と凸解析学の研究, 京都大学数理解析研究所, August 31st, 2012.

[4]. S. Akashi, Fixed point theoretic approach to the Collatz mapping, The 10th International Conference on Fixed Point Theory and Applications, Babeş-Bolyai University, Cluj-Napoca, Romania, July 9th, 2012 (Plenary talk).

[5]. S. Akashi, The classification problem of one dimensional chaotic dynamical systems, 2011 Workshop on Nonlinear Analysis and Optimization, National Taiwan Normal University, Taipei, Taiwan, November 16th, 2011 (Invited talk).

[6]. S. Akashi, The numbering problem of ϵ -expansive dynamical systems with totally disconnected compact domains, The Seventh International Conference on Nonlinear Analysis and Convex Analysis Busan, Korea, August 2nd, 2011 (Invited talk).

[7]. S. Akashi, A relation between multidimensional numerical integration and Hilbert's 13th problem, The Second Asian Conference on Nonlinear Analysis and Optimization, Royal Paradise Hotel and Spa, Phuket, Thailand, September 10th, 2010 (Invited talk).

[図書] (計 2 件)

[1]. S. Akashi, Y. Kimura and T. Tanaka (Eds), Proceedings of the 6th International Conference on Nonlinear Analysis and Convex Analysis, (2010), 434 pages.

[2]. 高橋渉, 明石重男, 非線形解析学と凸解析学の研究, 数理解析研究所講究録, 1755(2011, 8月), 225 ページ.

[産業財産権]
○出願状況 (計 0 件)

名称 :
発明者 :
権利者 :
種類 :
番号 :
出願年月日 :
国内外の別 :

○取得状況 (計 1 件)

名称 : 図形に対する内点判別方法
発明者 : 明石重男、付思
権利者 : 理化学工業株式会社
種類 : 特許
番号 : 特許第 4760768 号
取得年月日 : 2011 年 6 月 17 日
国内外の別 : 国内

[その他]
ホームページ等

6. 研究組織
(1) 研究代表者
明石重男 (SHIGEO AKASHI)
東京理科大学・理工学部・教授
研究者番号 : 30202518

(2) 研究分担者

ございません。

(3) 連携研究者

ございません。