

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 26 日現在

機関番号：82723

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2010～2013

課題番号：22540214

研究課題名(和文) ラドン変換に関連する諸問題の研究

研究課題名(英文) Research in problems related to the Radon transform

研究代表者

滝口 孝志 (Takiguchi, Takashi)

防衛大学校(総合教育学群、人文社会科学群、応用科学群、電気情報学群及びシステム工・総合教育学群・准教授)

研究者番号：50523023

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,300,000円、(間接経費) 0円

研究成果の概要(和文)：本研究を通じ、逆問題と超局所解析に関する国際会議やシンポジウムを4回主催し、超局所解析と逆問題に関する研究交流を促すと共に、非破壊検査における新手法開発のための産業・数学・工学にわたる産学連携体制を確立した。

これらの研究を通じ、インフラの老朽化に対応するための新たな非破壊検査法確立という新たな研究課題を創出し、この課題に対して、理論・実用の両者の立場から、部分的にはあるが、成果を上げている。

研究成果の概要(英文)：With support of this research fund, I have organized four conferences in inverse problems and microlocal analysis, which promoted research exchanges between the researchers in inverse problems and in microlocal analysis, which also established the industry-academia collaboration system between industry, mathematics and engineering in order to develop new technologies in non-destructive testings. Throughout this research, we have created new research tasks to develop new technologies in non-destructive testings which will be very important for revitalization of obsolescent infrastructures. We have achieved several partial results on these research tasks from the viewpoints of practice and theory.

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：Radon変換 非破壊検査 超局所解析 逆問題 認証理論

1. 研究開始当初の背景

(1) 近年、CT スキャンや MRI 等の臨床医療のみならず、工学における非破壊検査、マクロ経済学における生産関数論、指紋や下足痕における認証理論等、様々な分野において Radon 変換の応用が広く検討されている。また、研究代表者が逆問題を研究していることが契機となり、工学者や産業における開発者・技術者と研究交流を行う機会を頻繁に得ているが、これらの交流を通じ、数学における理論が実用の役に立っていない例が非常に多く存在していることが明らかになっている。

(2) 平面波への応用や、超局所的準楕円性等、純粋数学の立場から見ても Radon 変換に関連する興味深い話題は多い。また、逆問題における一意性理論や流体における渦層の記述・弾性体における断層エネルギーの記述などの現象解析そのものの解析においても超局所解析的な手法やアイデアが応用される実用上の問題は少なくない。

(3) (1), (2) の観点から、本研究課題は純粋理論・実用の両者の観点から興味深い問題であるといえる。

2. 研究の目的

(1) 上記を背景とし、本研究では、広い意味で Radon 変換で記述される問題とそれに関連する問題を取り上げ、それらを数学・理論物理等の純粋理論と工学・臨床医療等の実用の両者の立場から多角的に研究し、双方への貢献を目指した。

(2) 本研究においては、実用上の要請から生じる問題に対して、その問題に対する数学による解決と実用への還元を目指すため、問題の本質的な理解から最終的な成果の実用への還元まで、各研究段階において分野横断的な研究体制の確立が不可欠である。そのため、本研究を通じて、数学・理論物理等の純粋理論、工学・産業等の実用の協働を促進し、両者の架け橋的な役割を果たすことも、研究目的の一つとした。

3. 研究の方法

(1) 超局所的解析的な手法を用いて逆問題の一意性を証明する手法に関しては様々な研究があるが、本研究では超関数の構造などの超局所解析における本質的な研究も行い、一意性が成立するための本質的な構造を解明することも研究テーマとした。また、流体における渦層の記述・弾性体における断層エネルギーの記述など、現象そのものの記述や解析において超局所解析的な手法が応用される例が存在するので、それらについても研究対象として研究を進めた。

(2) 実用に携わる工学者、産業界の技術者・

開発者達と頻繁に意見交換を行い、実用現場で必要とされている問題を正しく認識すると共に、それらは数学の問題として、解決可能か、可能な場合は、既存理論の改良で対応可能か、否か、等の判断を行い、実用現場の要求に応えられる理論の確立、実用への還元の為の実装を行うことを目標とした。

(3) 実用の問題から数学理論においても興味深いと思われる研究課題を発掘し、それらの改題を解決することにより、
“理論から実用へ”
“実用から理論へ”
という、両者の相互還元を目指した。

4. 研究成果

(1) 有限方向からの X 線射影を用いた均一な物体の復元は、アルミ鋳巣や混合材の非破壊検査における基礎理論となっており、非破壊検査の中でも実用の観点から注目されている問題である。本研究では有限方向からの射影による解の復元問題に関して、以下の成果を得た。

- a. 非一意解の本質的な構造を解明した。
- b. 非一意解の幾何学的性質と非一意性の本質構造との関係を解明した。
- c. よい幾何学的性質をもつ非一意解に関して数値実験による実現を可能にするアルゴリズムを与えた。

(2) 超関数の構造と局所一意接続性との関係について議論した。非準解析超分布に対しては局所一意接続性が成立することと、準解析超分布や佐藤超函数に対しては超局所一意接続性が成立しないことは既知であり、佐藤超函数と準解析超分布に対しては、構造に対応したデータを与えることにより、一般化された局所一意接続性が成立することが知られていた。本研究では、反例を構成することにより、佐藤超函数と準解析超分布に対しては、上記の十分条件よりも少しでもデータを減らすと一般化された超局所一意接続性が成立しなくなることを証明した。本成果により、超関数の構造と局所一意接続性との関係が完全に解明されたといえる。

(3) 完全流体における渦層に記述については、流速ベクトルを複素化することにより佐藤超函数で記述できることが知られていたが、この表現については以下の短所があった。

イ. 既知の表現における本質的なアイデアは流速ベクトルを複素化することにあるため、平面流体にしか適用できない。

ロ. 流速ベクトルが複素化されているため、渦層の表現と実際の流速ベクトルとの対応がわかりにくい。

ハ. 渦層を佐藤超函数で記述するために、渦と湧き出しの効果の和をとっているため、各々の効果がわかりにくい。
本研究ではこれらの短所を改良した。具体的

な成果は以下の通りである。

a. 渦・湧き出しの各々を実流速ベクトルを用いた記述として佐藤超函数で表現した。

b. 3次元流体における渦層の表現を与えた。この成果により、完全流体における渦糸の記述なども可能になった。

c. 実流速ベクトルによる渦層の記述の研究から、佐藤超函数の構造に関する新たな研究課題も創出された。

(4) 自動車の部品メーカーで開発を担当している技術者や混合材製造に携わる研究者達と研究交流を重ねて意見交換を行ったところ、実用現場で必要とされる二種混合材や鋳巣における非破壊検査の中には、時間やコスト等の制約により、既存の産業用 CT スキャンによる非破壊検査を行うことが不可能なものが多数存在し、それらに対する決定的な解決法は知られていないことが判明した。本研究では、この問題を解決するために、二つの研究課題を創出した。

a. 二種混合材や鋳巣に特化した、低コスト且つ短時間に大量の部品を検査することが可能な産業用 CT の開発。

この課題については、上記の成果(1)等もふまえて、現在研究中である。

b. 熱を応用した非破壊検査理論の確立とその実用化。

この課題については、既存の熱法公式に対する逆問題理論を研究し、それらの研究成果を実用に応用するために必要な改良点を調べ、それらの改良に必要な部分的な成果を得ている(以下の成果(5)参照)。

(5) 熱方程式を用いた介在物の非破壊検査に関しては数学理論として優れた研究が複数存在するが、これらの研究は、以下に述べる二つの理由により直接実用に応用できない。

イ. 既存の研究では考えている物体の境界全体で熱流を制御し境界全体で温度を観測することを仮定しているが、現実には熱流を制御することは不可能である。

ロ. 既存の研究では高温状態(温度 \rightarrow)から介在物の情報を復元しているが、この方法では検体が溶けてしまうため実用化が不可能である。

イ. については未解決であるが、ロ. については、境界の1点のみで熱源を制御することによる介在物の復元方法を開発した。実用上は、境界全体で検体の温度を制御することも非常に難しく、境界上の数点で熱源を制御するというのが実現可能な好ましい仮定である。本成果により、熱方程式における逆問題理論は実用化に一步近づいたといえる。

(6) 医療や産業に応用されている CT スキャンは1967年にG.N.Hounsfieldによって開発され、1972年に彼によって開発された CT スキャンの機器が発表された。彼はこの功績に

より1979年にノーベル医学生理学賞を受賞しているが、本人は電気技師であったため、自身が開発した機器で人体に対する非破壊検査が可能になることの理論的証明を与えていない。現在の CT スキャンにおいて、G.N.Hounsfield のアイデアが用いられているものは殆ど存在しないこともあり、彼のアイデアに対する理論的証明は長い間未解決であった。本研究では、G.N.Hounsfield が用いたアイデアに対する数学的な背景を解説すると共に、彼のアイデアによって CT スキャンが実現したことに対する一つの証明を与えた。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計4件)

Takashi Takiguchi and Ryusei Yamashita
An inverse problem to detect an inclusion in a homogeneous medium by the Dirichlet to Dirichlet data for the heat equation [査読なし]

MI Lecute Note

54 (2014), 77-93

<http://gcoe-mi.jp/temp/publish/780e338a272694d92babad9b2fa35e0c.pdf>

Takashi Takiguchi

On the Structure of Hyperfunctions and Ultradistributions [査読なし]

数理解析研究所講究録

1861 (2013), 71-82

<http://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/~kyodo/kokyuroku/contents/pdf/1861-08.pdf>

Takashi Takiguchi

Non-uniqueness of the reconstruction for connected and simply connected sets [査読あり]

Acta Mathematica Scientia

32B (2012), 1637-1646

Takashi Takiguchi

Unique continuation of microlocally analytic functions and their structure

[査読あり]

Complex Variables and Elliptic Equations

(published on-line first) (2012)

<http://www.tandfonline.com/doi/pdf/10.1080/17476933.2012.744402>

[学会発表](計 14 件)

Takashi Takiguchi

“How G.N. Hounsfield practicalized the computerized tomography”

[招待講演]

復旦大学数学科学学院学術報告会

2014年3月11日, 復旦大学

(中華人民共和国)

Takashi Takiguchi

“An inverse problem of the heat equation for practical application”

[招待講演]

Colloquium at Sogang University

2014年2月6日, Sogang University

(大韓民国)

Takashi Takiguchi

“How the computerized tomography was practicalized” [招待講演]

日本数式処理学会東北地区合同分科会

2014年1月26日

仙台カルチャーセンター

Takashi Takiguchi

“An inverse problem to detect an inclusion in a homogeneous medium by the Dirichlet to Dirichlet data for the heat equation”

Inverse problems for practice, the present and the future

2013年9月4日

九州大学 IMI 研究所

Takashi Takiguchi

“Non-destructive testing for mixed materials of the two kinds and integral geometry”

ミニシンポジウム「建造物の構造解析における非破壊検査と逆問題」

2013年7月11日, 防衛大学校

Takashi Takiguchi

“Remarks on the representation of the vortex sheets in perfect fluid”

Recent development of theory of analytic functionals and related topics

2013年3月8日, 北海道大学

Takashi Takiguchi

“Vortex sheets in perfect fluid and hyperfunctions”

[招待講演]

Applied Analysis Seminar

2013年2月14日 Ewha Womens University

(大韓民国)

Takashi Takiguchi

“On the structure of hyperfunctions and ultradistributions”

Recent development of microlocal analysis and asymptotic analysis

2012年10月24日

京都大学数理解析研究所

Takashi Takiguchi

“Structure for subclasses of hyperfunctions and unique continuation property” [招待講演]

埼玉大学理学部数学教室談話会

2012年10月19日

埼玉大学理学部数学教室

Takashi Takiguchi

“On Fourier hyperfunctions and ultradistributions”

Microlocal Analysis, Differential Equations and Related Topics

2012年8月2日

東京大学大学院数理科学研究科

Takashi Takiguchi

“On the representation of the vortex sheets in fluid mechanics” [招待講演]

Colloquium at Sogang University

2012年2月2日, Sogang University

(大韓民国)

Takashi Takiguchi

“On uniqueness problems for the Radon transform” [招待講演]

Colloquium at KAIST

2012年2月3日, KAIST

(大韓民国)

Takashi Takiguchi

“Unique continuation of microlocally analytic functions and their structure”

Microlocal Analysis and Related Topics

2011年12月11日

埼玉大学東京ステーションカレッジ

Takashi Takiguchi

“超局所一意接続性と超関数の構造について”

日本数学会 2010 年度秋季総合分科会

2010年9月23日

名古屋大学

6. 研究組織

(1) 研究代表者

滝口 孝志 (TAKIGUCHI Takashi)

防衛大学校・総合教育学群・准教授

研究者番号: 50523023

(2) 研究分担者

()

研究者番号:

(3) 連携研究者

()

研究者番号: