

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成25年 5月 15日現在

機関番号：17102

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2010～2012

課題番号：22540393

研究課題名（和文） 分岐構造・階層構造の形成とダイナミクス

研究課題名（英文） Formation and dynamics of branching and hierarchical structures

研究代表者

坂口 英継（SAKAGUCHI HISETSUGU）

九州大学・大学院総合理工学研究院・准教授

研究者番号：90192591

研究成果の概要（和文）：

樹枝状結晶や放電で生じるリヒテンベルグパターンなどの分岐パターンやスケールフリーネットワーク構造を持つ電力網など分岐構造・階層構造を持ついくつかの系に対して数理モデルを提案した。それらの数理モデルの数値シミュレーションを行い、パターン形成や複雑なダイナミクスを研究した。

研究成果の概要（英文）：

We have proposed various mathematical models for branching patterns such as dendrites and the Lichtenberg pattern in the discharge, and power grids with scale-free structure. We have studied the complex dynamics and the pattern formation in these systems with numerical simulations of the mathematical models.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2010年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2011年度	800,000	240,000	1,040,000
2012年度	600,000	180,000	780,000
年度			
年度			
総計	2,400,000	720,000	3,120,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：物理学・数理物理・物性基礎

キーワード：統計物理学、非線形・非平衡物理学、フラクタル

1. 研究開始当初の背景

血管網や肺気管支系、放電パターン、河川など分岐パターンは様々な所に見られる。1980年代からフラクタル科学が進展し、拡散律速凝集体（DLA）などの一群の分岐パターンにはある共通性があることが分かってきた。また、近年スケール

フリーネットワークなどのネットワークの数理、統計性が物理学の観点からの研究が盛んになってきている。スケールフリーネットワークは結合数の分布がべき分布に従うなどフラクタル科学とも関連が深い。樹枝状のネットワークは空間パターンと見なすと分岐パターンの一種と

なる。スケールネットワークの研究の発展として、階層的なネットワークの研究も進められている。

2. 研究の目的

「分岐構造・階層構造の形成とダイナミクス」という題目で分岐パターンや階層構造の形成原理をさらに深く研究することをめざす。そのために、単純化した数理モデルを提案し、その数値シミュレーションを行う。さらに、それらの分岐パターン上や階層構造上で起こる拡散や流れなどの物質の輸送ダイナミクスも研究する。

分岐パターンや階層構造は、樹枝状結晶成長や放電パターンだけでなく、生体系や社会システム、材料化学系などさまざまな分野でみられる。その形成メカニズムは個々の系で異なる点も多いが、共通する見方ができることも多いと考えている。結晶成長のニードルモデルの拡張モデルや多孔質物質の細孔形成モデルがうまくできれば、適用範囲はかなり広いことが期待できる。さらに、それらの上の流動拡散過程をうまく記述することは化学反応速度などを決める重要な要因になり、応用上も重要と考えている。

3. 研究の方法

結晶成長や放電などのいくつかの具体的な現象に対して、数理モデルの構築し、そのモデルの数値シミュレーションをおこなって、その結果を理論的にまとめる。それぞれの系でその形成機構や輸送ダイナミクスの理解が進めばそれ自身大きな進展であるが、全体として分岐構造および階層構造に対して、何らかの共通すること見いだすことをめざす。

4. 研究成果

さまざまな数理モデルの数値計算および理論解析をおこない、分岐パターンや階層構造に関するいくつかの新しい知見が得られた。発表論文にそって研究成果を説明する。

- (1) 論文①では古くから知られているがその形成機構はよく分かっていない、アルミニウムの陽極酸化反応を研究した。アルミニウムの電極表面にナノスケールの細孔が多数形成される現象に対して、新たに結合写像格子モデルに基づいた数理モデルを提案し、計算機シミュレーションを行った。実験に現われるのとよく似た細孔が形成されることを確認した。また、平坦な界面が不安定化するメカニズムを線形安定性解析で調べた。溶液と酸化アルミニウム、酸化アルミニウムと金属アルミニウムの2つの界面が存在し、それらが相互に影響しあうことが特徴ある構造を形成する原因になっていることを見つけた。
- (2) 論文②と④では沿面成長の分岐パターンを電気回路モデルで調べた。沿面成長ではリヒテンベルグパターンと呼ばれる分岐パターンが形成されることは古くから知られていたが、その形成機構の詳細は十分理解されていない。ここでは誘電破壊において抵抗が2段階で減少すると仮定し、抵抗とキャパシタの電気回路モデルを作って沿面放電パターンのシミュレーションを行った。キャパシタンスは誘電体の厚みで変化する。実験で見られた材質の厚みとパターンの分岐の様子の変化に矛盾のない数値計算結果が得られた。さらに、この系ではダイナミクスも扱うことができ、放電パターンの時間発展がステップ状に進むことを見つけた。これ

は雷でよく知られたステップリーダーの振る舞いによく似ている。ステップリーダーのメカニズムも古くから議論されていがいまだによく分かっていない。我々の単純なモデルではスプップ成長のメカニズムはかなり明快なので、雷放電におけるステップリーダーの理解にもつながるかもしれない。

- (3) 論文③ではランダムな界面成長における自己アフィンパターンの形成について調べた。紙がインクを吸い上げてできるシミのパターンは自己アフィンフラクタルになるといわれており、KPZQ 方程式の臨界点での振る舞いでよく記述されることが知られている。しかし、実験では特に紙質などを上手く選択しなくても自然に臨界的なふるまいが見られる。パラメータが一般の値をとる KPZQ 方程式は自己アフィンフラクタルをつくらない。論文③では紙がインクを吸い上げる場合には、インクを吸い上げて界面が上昇するにつれて吸引力が弱まり、自然に自己アフィンフラクタルをつくるパラメータに近づくことを示した。自己アフィンフラクタルをつくるパラメータは、界面成長が媒質のランダム性によりピン止めされる境目の点である。そのパラメータにあると界面はピン止めされるのでそれ以上界面は上昇することないので、パラメータ値も臨界点に固定されることになる。
- (4) 論文⑤では生物の発生における体節構造の形成の数理モデルを研究した。3種類の反応拡散方程式を結合させたモデルを考案し、体の尾部からパルス波が発生し、周期的に体節が形成される様子を数値計算することに成功した。拡散方程式が階層的に結合しており、パルス波が到着するとその影響でパターン形成のスイッチ

が入る形になっている。反応拡散系のパルス波に情報を伝達させるモデルになっており、反応拡散系により階層的情報処理できることを示したと解釈することもできる。

- (5) 論文⑥は細い2次元的なチャンネルを伝搬する非線形シュレディンガー方程式に従うソリトンの運動を研究している。特に、2つのチャンネルが2つに分岐する場合や、さらにその2つのチャンネルが1つに再結合するような光の干渉計のようなチャンネルをつくり、そこでのソリトンの運動を議論した。チャンネルの分岐点でソリトンが反射したり、2つに分裂するようすを調べた。左右の2つの経路の長さが違う場合には再結合したときに干渉効果によりソリトンがジグザグ運動することも見つけた。さらに、チャンネルが再結合する前に2つに分裂したソリトンが互いに近づくのでその間に相互作用が生じ、再結合点の前で反射する一見奇妙な現象も見つけた。
- (6) 論文⑦では発電機と消費者からなるネットワークで大規模停電が生じる様子を数値計算した。交流の位相と発電機の回転角の位相に着目した位相モデルを考案した。さらに、フィードバック制御で周波数が標準値になるように発電機の出力を制御した。このような電力網はスケールフリーネットワークになっているという指摘もあるので、ここではスケールフリーネットワークのモデルをつくり、その各ノードに発電機と消費者を置いた。数値計算の結果、消費電力が大きくなるとカスケード的に停電が伝搬し、大規模停電が起こる場合が生じることを示した。
- (7) 論文⑧では3次元樹枝状結晶の数値計算を行った。3次元の結合写像格子モデルを

用いて、大規模数値シミュレーションを行った。その結果、3次元デンドライトのフラクタル次元が 2.25 程度になることが初めて分かった。また、デンドライトの横枝の長さ分布も調べ、べき分布に従うことを確認した。以前調べた、2次元系の場合よりもべき指数の値が小さくなることが分かった。3次元系では、2次元系よりも自由度が大きいため、横枝間の競合が弱くなるためではないかと解釈している。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 8 件)

- ① H. Sakaguchi, M. Gondou and H. Honjo
Numerical Simulation of Three Dimensional Dendrites using Coupled Map Lattices
Journal of Physical Society of Japan
査読有, Vol. 81, 2012, artno. 124004
- ② H. Sakaguchi and T. Matsuo
Cascade Failure in a Phase Model of Power Grids
Journal of Physical Society of Japan
査読有, Vol. 81, 2012, artno. 074005
- ③ Y. Kageyama and H. Sakaguchi
Reflection of Channel-Guided Solitons at Corners and Junctions in Two-Dimensional Nonlinear Schrodinger Equation
Journal of Physical Society of Japan
査読有, Vol. 81, 2012, artno. 033001
- ④ H. Sakaguchi
Spatially Periodic Domain Structure in Coupled Reaction-Diffusion Equations for Segment Formation
Journal of Physical Society of Japan
査読有, Vol. 81, 2012, artno. 024802
- ⑤ H. Sakaguchi and K. M. Kourkous
Mechanism of Stepped Leaders in a Simple Discharge Model
Journal of Physical Society of Japan
査読有, Vol. 80, 2011, artno. 094003

- ⑥ H. Sakaguchi
Self-organized criticality in an interface-growth model with quenched randomness
Physical Review E, 査読有, Vol. 82, 2010, artno. 032101
- ⑦ H. Sakaguchi and S. M. Kourkous
Branching Patterns and Stepped Leaders in an Electric-Circuit Model for Creeping Discharge
Journal of Physical Society of Japan
査読有, Vol. 79, 2010, artno. 064802
- ⑧ H. Sakaguchi and J. Zhao
Coupled-map-lattice model for spontaneous pore formation in anodic oxidation
Physical Review E, 査読有 Vol. 80, 2010, artno. 013824

[学会発表] (計 5 件)

- ① 坂口英継、喜多健二
渦点系における渦格子融解の数値シミュレーション
日本物理学会 2012年9月20日 横浜
- ② 坂口英継 B. A. Malomed
逆2乗ポテンシャル中の粒子の中心への落下と斥力相互作用による落下の抑制
日本物理学会 2011年9月21日 富山
- ③ 柏良輔、大田彰、坂口英継
ボーズ・アインシュタイン凝縮体におけるケルビン・ヘルムホルツ不安定性と渦形成
日本物理学会 2011年9月21日 富山
- ④ 坂口英継、Kourkous M. Sahim
沿面放電パターンのシミュレーション
日本物理学会 2010年9月26日 大阪
- ⑤ 坂口英継、趙潔
アルミニウム陽極酸化における細孔形成のCMLモデル
日本物理学会 2010年9月23日 大阪

6. 研究組織

(1) 研究代表者

坂口 英継 (SAKAGUCHI HIDE TSUGU)

九州大学・大学院総合理工学研究院・准教授
研究者番号：90192591

(2) 研究分担者

()

研究者番号：

(3) 連携研究者 ()

研究者番号：