

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成25年 5月31日現在

機関番号：12608

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2010～2012

課題番号：22560217

研究課題名（和文） 回転自由に支持された振り子型直方体容器内液面のスロッシング特性

研究課題名（英文） Characteristics of liquid sloshing in a partially filled rectangular tank supported by Pendulum

研究代表者

高原 弘樹（TAKAHARA HIROKI）

東京工業大学・大学院理工学研究科・准教授

研究者番号：90226910

研究成果の概要（和文）：

つり下げた容器で液体を搬送する場合の安全性や効率を向上させるためには、容器の運動と内部液体の振動の基本的な特性を明らかにする必要がある。そこで本研究課題では、水平励振を受ける振り子型直方体容器とその内部液体の非線形連成振動特性に着目した。振り子型直方体容器の液面揺動が、二次元的な揺動から三次元的な揺動に遷移する条件を解析で予測し、実験により確認した。さらに、条件により概周期振動が生じることが実験によりわかり、解析からも確認した。

研究成果の概要（英文）：

In order to enhance safety and efficiency of transportation of liquid in a suspended container, it is necessary to clarify basic characteristics of the movement of the container and the liquid inside. This research pays attention to the characteristics of nonlinear coupled oscillation of a rectangular tank supported by a pendulum subject to horizontal excitation and liquid contained in it. We analytically projected conditions under which liquid motion of a rectangular tank supported by pendulum transits from two-dimensional liquid motion to three-dimensional liquid motion and confirmed the conditions by experiments. Moreover, it was experimentally found that almost periodic vibration occurs depending on conditions and this was analytically confirmed.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2010年度	1,700,000	510,000	2,210,000
2011年度	700,000	210,000	910,000
2012年度	500,000	150,000	650,000
年度			0
年度			0
総計	2,900,000	870,000	3,770,000

研究分野：工学

科研費の分科・細目：機械工学・機械力学・制御

キーワード：振動学 スロッシング, 非線形振動

1. 研究開始当初の背景

製鉄所内の転炉やヘリコプターで容器をつり下げて運搬する場合などは、回転運動を自

由に許すように支持した容器としてモデル化する必要がある(以下、振り子型容器と呼ぶ。図1参照)。

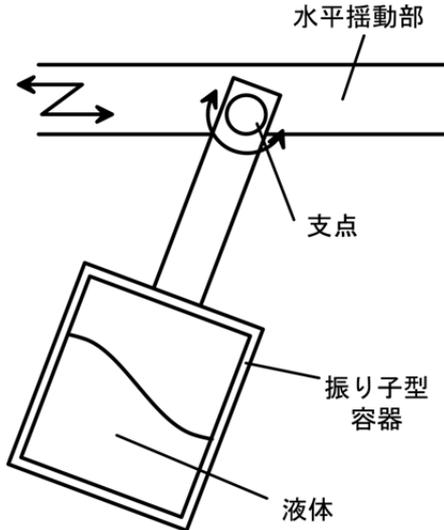


図1 振り子型長方体容器

このような容器では、容器の振り子運動と内部の液体振動との連成振動が生じる。これら容器内の液体を、迅速かつ安全に、運搬するためには、この連成特性を明らかにする必要がある。特に液体振動や振り子運動は非線形特性を有するため、この非線形性が与える影響も十分把握しなければならない。しかし、本研究課題が着目している支点(回転自由支持)があるような容器を取り扱った研究は、国内外を問わず見あたらず、その揺動特性は未解明である。

本研究課題は、振り子型液体容器の安全かつ迅速な運搬法開発のために必要とされる基礎的な研究であり、その重要性は極めて大きいと考えられる。

## 2. 研究の目的

回転自由に支持された容器を用いて液体を運搬するとき、内部に生じる液面揺動現象の解明を目指す。とくに、本研究課題では、液面揺動の非線形性と振り子運動の非線形性をともに考慮して、その揺動特性を解析および実験により解明する点に特徴がある。特に、長方体容器内の液面揺動は、容器底面の縦横比により、励振と直角方向に液面が揺動する三次元揺動が生じることが知られているので、振り子型にすることでこの条件がどのようなかについても明らかにする。また、振り子運動と容器内の液面揺動の連成した非線形現象を明らかにし、振り子型容器の積極的な利用促進に資することを目的とする。

## 3. 研究の方法

振り子型長方体容器を図2のようにモデル化する。ここでは、長方体容器内の液面揺動が三次元揺動が解析的に表現できるように

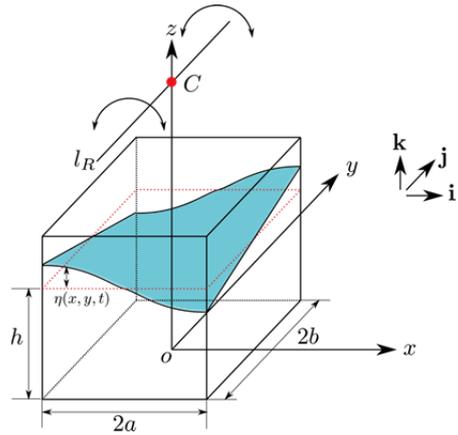


図2 解析モデル

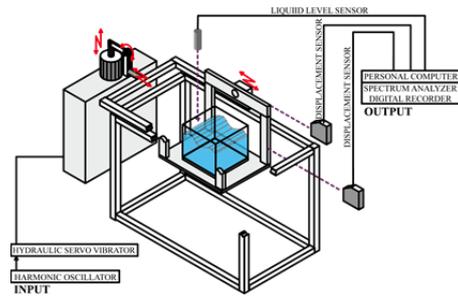


図3 実験装置概要

考慮している。この系に液面揺動と容器の振り子運動の非線形性を考慮して、運動方程式系を導いた。

さらに、図3のような実験装置を作成し、揺動実験を行い、解析結果と比較し、考察を行った。

## 4. 研究成果

### (1) 液面揺動モードと縦横比

本研究では、直方体容器が固定されている(振り子運動しない)場合の液面揺動のモードを用いて、以下のように呼ぶことにする。

$$x \text{ 方向逆対称モード} : \sin\left(\frac{p\pi}{2a}\right)$$

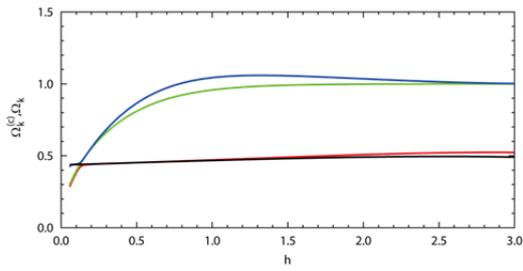
$$y \text{ 方向逆対称モード} : \sin\left(\frac{p\pi}{2b}\right)$$

$$y \text{ 方向対称モード} : \cos\left(\frac{p\pi}{b}\right)$$

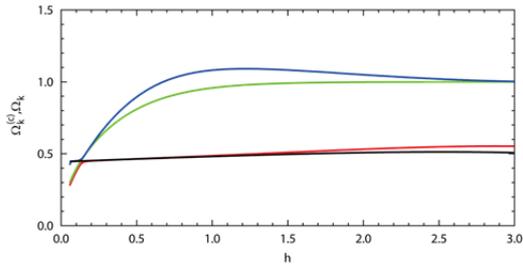
また、容器底面の縦横比を  $R = b/a$  と定義する。

### (2) 連成固有振動数

直方体容器の底面の縦横比  $R$  が整数の場合には、三次元的な液面揺動が生じることが知られており、縦横比  $R = 1, 2$  の場合の液深  $h$  に対する固有振動数の変化を図4に示す。同図(a)は縦横比  $R = 1$ 、同図(b)が  $R = 2$  に対応する。図中、導出した運動方程式を線形化し、求めた連成固有振動数を、 $W_1^{(c)}, W_2^{(c)}, W_2^{(c)}$  で示し、内部の液体が揺動しない場合の振り子運動の固有振動数を  $W_p$  で、直方体容器が固定されている場合の励振方向である  $x$  方向の最低次モードである  $x$  方向逆対称1次モードの固有振動数を  $W_1$  で示す。 $W_2$  は、容器縦横

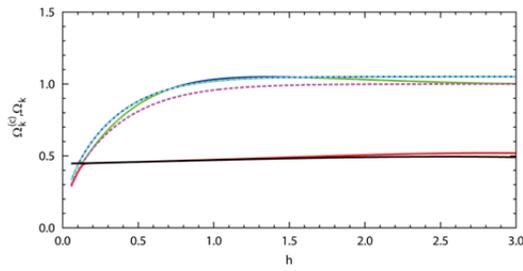


(a) 縦横比  $R = 1$

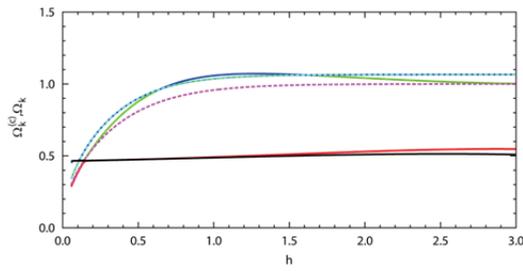


(b) 縦横比  $R = 2$

図 4 連成固有振動数  
(縦横比が整数の場合)



(a) 縦横比  $R = 0.905$



(b) 縦横比  $R = 1.762$

図 5 連成固有振動数  
(縦横比が整数でない場合)

比により異なる非線形性により連成するモ

ードの固有振動数であり、 $R = 1$ に場合(同図(a))には、 $y$ 方向逆対称1次モード、 $R = 2$ に場合(同図(b))には、 $y$ 方向対称1次モードの固有振動数を表す。容器が固定されている場合には、液深にかかわらず、 $W_1 = W_2$ となり、二つのモードの固有振動数が一致する。これにより非線形に連成することにより、直接励振されない $y$ 方向のモードが成長することが知られている。一方、振り子型容器の場合には、振り子運動と液面揺動が連成することにより、連成固有振動数は、 $W_2^{(c)} = W_3^{(c)}$ のような条件は満たされにくくなり、三次元的な液面揺動は生じにくいと考えられる。

連成固有振動数が $W_2^{(c)} = W_3^{(c)}$ となるように直方体容器の縦横比を調整した場合の連成固有振動数と液深の関係を図5に示す。同図(a)は $R = 0.905$ 、同図(b)は $R = 1.762$ の場合である。広い液深の範囲で $W_2^{(c)} = W_3^{(c)}$ となっており、このような縦横比を持つ容器内では、三次元的な液面揺動は生じ易いと考えられる。

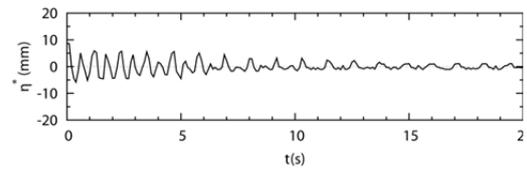
### (3) 自由振動実験

振り子容器に適当な初期変位を与えて自由振動実験を行った。図6は液位、図7は振り子運動の自由振動波形である。各図の(a)は実験結果、(b)は解析結果に対応する。両図との実験結果と解析結果は良く一致しており、解析の妥当性が確認された。

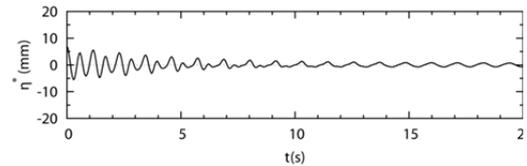
### (4) 揺動実験

#### ① 容器底面の縦横比が $R = 1$ の場合

容器底面の縦横比が $R = 1$ の容器を用いて、振り子の支点に水平方向の水平励振を与えて揺動実験を行った。上記(2)の考察どおり、の容器縦横比の条件では、三次元的な液面揺動は実験では確認されなかった。このときの液位応答を図8に示す。同図(a)は実験結果、同図(b)は解析結果であり、両者はほぼ一致

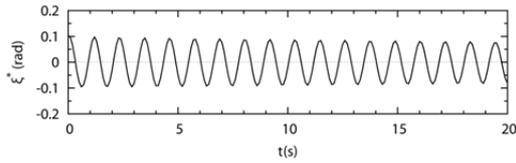


(a) 実験結果

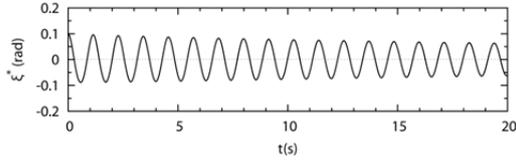


(b) 解析結果

図 6 自由振動の時刻歴波形(液位)

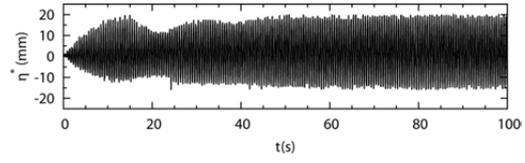


(a) 実験結果

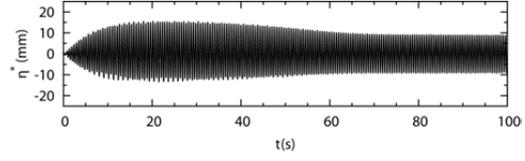


(b) 解析結果

図 7 自由振動の時刻歴波形(振り子運動)



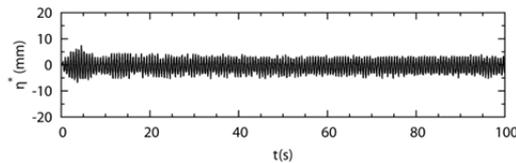
(a) 実験結果



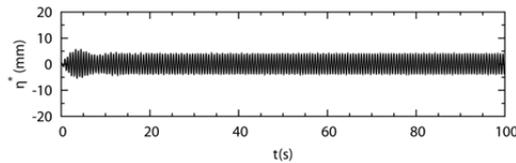
(b) 解析結果

図 10 揺動実験の時刻歴波形(液位)

縦横比  $R = 0.905$



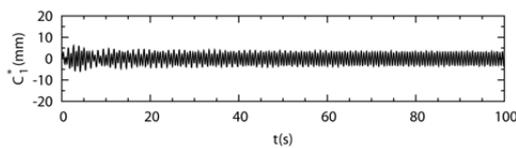
(a) 実験結果



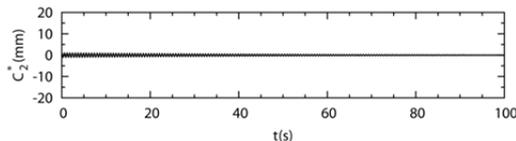
(b) 解析結果

図 8 揺動実験の時刻歴波形(液位)

縦横比  $R = 1$



(a)  $x$  軸方向逆対称 1 次モード  $C_1$

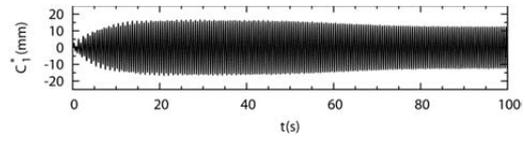


(b)  $y$  軸方向逆対称 1 次モード  $C_2$

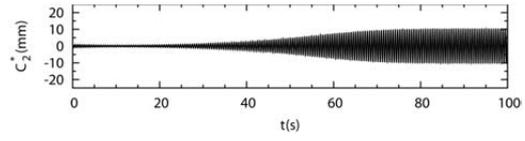
図 9 振動モードの時刻歴波形(解析)

縦横比  $R = 1$

している。また、図 9(a) (b) に  $x$  軸方向逆対称 1 次モード  $C_1$  と  $y$  軸方向逆対称 1 次モード  $C_2$  の時刻歴波形の解析結果を示す。直接励



(a)  $x$  軸方向逆対称 1 次モード  $C_1$



(b)  $y$  軸方向逆対称 1 次モード  $C_2$

図 11 振動モードの時刻歴波形(解析)

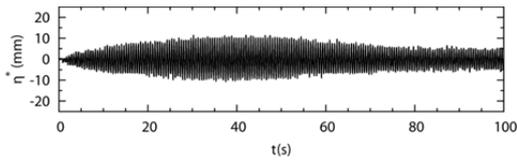
縦横比  $R = 0.905$

振される  $C_1$  モードのみが振動している。一方、 $C_2$  モードには、微小な初期変位を与えているが、単調に減少することがわかる。この条件では、二次元的な液面揺動が生じている。

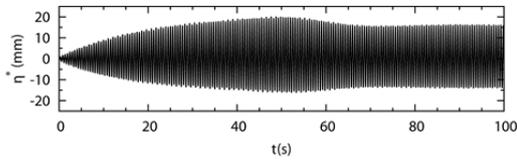
② 容器底面の縦横比が  $R = 0.905$  の場合

三次元揺動が生じやすいように、容器底面の縦横比を  $R = 0.905$  とし、連成固有振動数を一致させ、振り子の支点到水平方向の水平励振を与えて揺動実験を行った。実験では、励振方向と直交する  $y$  方向にも液面揺動が発生し、三次元的な揺動となり、定常的に節が回転するような揺動が観察された。このときの液位応答を図 10 に示す。同図 (a) は実験結果、同図 (b) は解析結果である。また、図 11 (a) (b) に  $x$  軸方向逆対称 1 次モード  $C_1$  と  $y$  軸方向逆対称 1 次モード  $C_2$  の時刻歴波形の解析結果を示す。直接励振される  $C_1$  モードだけでなく、 $C_2$  モードも成長していくことがわかり、解析からも三次元的な揺動が生じていることが示されている。

③ 容器底面の縦横比が  $R = 1.762$  の場合



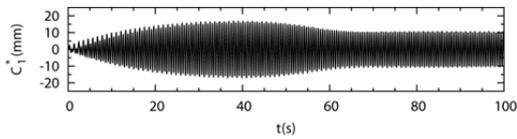
(a) 実験結果



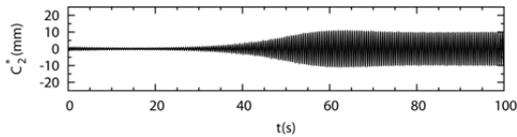
(b) 解析結果

図 12 揺動実験の時刻歴波形(液位)

縦横比  $R = 0.905$



(a)  $x$  軸方向逆対称 1 次モード  $C_1$



(b)  $y$  軸方向逆対称 1 次モード  $C_2$

図 13 振動モードの時刻歴波形(解析)

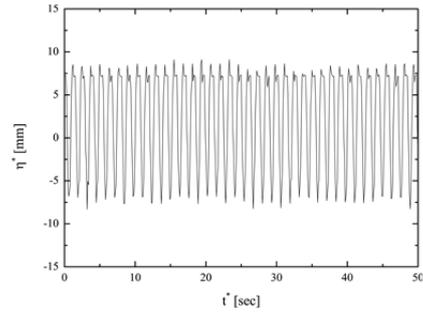
縦横比  $R = 0.905$

容器底面の縦横比が偶数近傍で、三次元揺動が生じやすいように、容器底面の縦横比を  $R = 1.762$  とし、連成固有振動数を一致させ、振り子の支点到水平方向の水平励振を与えて揺動実験を行った。実験では、励振方向と直交する  $y$  方向にも液面揺動が発生し、三次元揺動が現れた。このときの液位応答を図 12 に示す。同図(a)は実験結果、同図(b)は解析結果である。また、図 13(a) (b)に  $x$  軸方向逆対称 1 次モード  $C_1$  と  $y$  軸方向対称 1 次モード  $C_2$  の時刻歴波形の解析結果を示す。直接励振される  $C_1$  モードだけでなく、 $C_2$  モードも成長していくことがわかり、解析からも三次元的な揺動が生じていることが示されている。

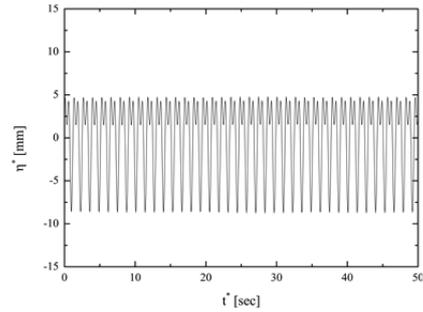
なお、容器底面の縦横比が  $R = 2$  の場合には、上記①と同様に、三次元的な揺動は発生せず、二次元的な揺動となることを確認した。

### (3) 概周期振動

最低次と 2 次の連成固有振動数が近く、かつ 3 次の連成固有振動数の半分が、最低次と 2 次の固有振動数の間にあるとき、概周期振



(a) 実験結果

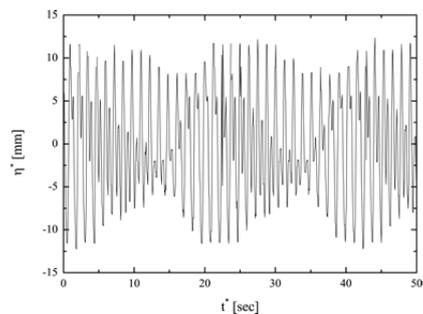


(b) 解析結果

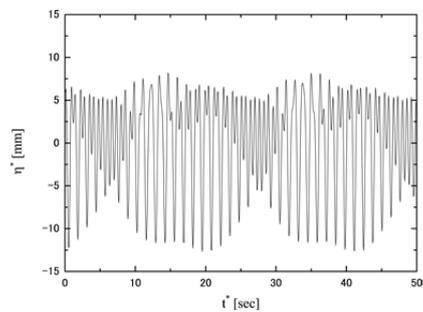
図 14 定常応答波形

動が観察された。

図 13 に、概周期振動でない通常の液位の定常応答波形を示す。同図(a)は実験、(b)は



(a) 実験結果



(b) 解析結果

図 15 定常応答波形

(概周期振動)

解析結果である。両者は概ね一致しており、

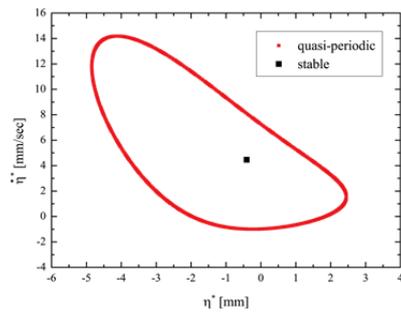


図 15 液位応答のポアンカレマップ

振動の大きさがほぼ一定であることや、非線形性により励振振動数の倍の振動数成分が現れていることがわかる。図 14 に概周期振動が現れたときの液位の応答波形を示す。同図(a)は実験、(b)は解析結果である。実験解析ともに振動の振幅が変動していることがわかる。このときの振動波形の解析結果から求めたポアンカレマップを図 15 に示す。横軸は変位、縦軸は速度である。同図より、概周期振動が生じない図 13 の場合には、ポアンカレマップは一点であるのに対して、図 14 には、閉曲線となり、概周期振動であることがわかる。

以上の結果をもとに、研究成果として 5 に示すような学会発表を行った。いままでは、未知であった振り子型長方体容器内液面の非線形連成特性が、ここで示したように基本的な特性が明らかになり、これらを考慮することにより、振り子型容器の安全性向上や効率的な利用に資することを期待している。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔学会発表〕(計 1 件)

高原弘樹、荒川直紀、瀬崎賢太郎、中野寛、振り子型直方体容器内液面の三次元揺動、日本機械学会 Design and Dynamics Conference 2012, CD-ROM No.854, 慶應義塾大学(神奈川県)

#### 6. 研究組織

##### (1) 研究代表者

高原 弘樹 (TAKAHARA HIROKI)

東京工業大学・大学院理工学研究科・准教授

研究者番号：90226910

##### (2) 研究分担者

なし

##### (3) 連携研究者

中野 寛 (NAKANO YUTAKA)

東京工業大学・大学院理工学研究科・助教

研究者番号：70433068