

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 25 年 6 月 4 日現在

機関番号：31603

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2010～2012

課題番号：22560229

研究課題名（和文） ソフトマテリアルの非線形衝撃応答モデル

研究課題名（英文） MODELS OF NONLINEAR IMPULSIVE RESPONSES FOR SOFT MATERIAL

研究代表者

清水 信行 (SHIMIZU NOBUYUKI)

いわき明星大学・科学技術学部・研究員

研究者番号：10196529

研究成果の概要（和文）：柔らかな材料の衝撃応答を理論的に予測するために、固体非線形力学の超弾性理論に減衰特性を記述する分数微分を導入して衝撃応答の減衰挙動を良く説明する理論の構築を行った。この理論を補強するために落錘試験機を開発し、落錘がサンプルに衝突したときの試験を実施した。理論解析は実験結果に良く合うことが分かった。さらに理論の成立する適用範囲、実務に使用するための理論の補正法の導出などを行った。

研究成果の概要（英文）：To theoretically estimate the impulsive responses of soft materials, the author established the theory for describing the damping behavior of impulsive responses by introducing the fractional derivative which describes the damping property into hyper-elastic models in nonlinear solid mechanics. To verify the validity of the theory, the author conducted tests by developing the falling-mass type impact test apparatus. Theoretical analyses are in good agreement with the test results. The scope of applications in the theory and modifications for the theory were also investigated.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2010 年度	2,300,000	690,000	2,990,000
2011 年度	800,000	240,000	1,040,000
2012 年度	500,000	150,000	650,000
年度			
年度			
総計	3,600,000	1,080,000	4,680,000

研究分野：工学

科研費の分科・細目：機械力学・制御

キーワード：運動力学、粘弾性体、衝撃応答、非線形モデル

## 1. 研究開始当初の背景

(1) ソフトマテリアルである粘弾性体は振動の低減、衝撃の緩和のための材料として産業界において多用されている。

(2) 線形粘弾性体の動的な挙動は分数微分構成則で記述されることが分かっていた。しかし大きく変形する衝撃問題にはこの構成則をどのように適用するかは不明であった。

(3) 高精度の落錘試験機の開発は衝撃応答の研究に不可欠であるが、適当な装置がなく、早急な開発が求められていた。

これらの事実を基に問題点を克服して、ソフトマテリアルの衝撃時の非線形挙動における減衰特性を明らかにしようと考えた。

## 2. 研究の目的

(1) ソフトマテリアルの衝撃緩和特性を明らかにすることを目的として、物体が粘弾性体に衝突した時の衝撃の応答を時間領域で予測する力学モデルを構築する。

(2) ソフトマテリアルの衝撃時の減衰を評価するために、粘弾性体の弱い周波数依存性を記述する分数微分を適用して問題を解決する。

(3) 衝撃応答は振動応答とは異なり一過性の強非線形現象である。この非線形現象を記述するために超弾性理論を適用する。

以上を基礎に、粘弾性材料のような記憶のあるソフトマテリアルに対する衝撃応答予測の確立したモデルを構築することを目的とする。

## 3. 研究の方法

理論的な方法と実験的な方法で実施した。理論的な方法では、重りの落下衝撃時の粘弾性体の衝撃応答を予測する力学モデルを、一様変形様式の仮定とゴム弾性成立の仮定の下に、主方向ストレッチ比に対して定式化した。つぎに、減衰効果を表現するフラクショナル微分構成式をこのストレッチ比に導入した。このモデルは簡単な実験では有力であることがわかっている。更に実用的なものにするために、仮定した変形様式が現実の衝撃応答のそれとどの程度合うかを調査して、修正パラメータの導入の必要性を検討した。そのために、落下衝撃試験機を製作して、実験と対比させた。

(1) 落錘試験機を設計・製作した(図1参照)。仕様は以下の通りである。

- ・ゲルタイプやゴムタイプの粘弾性体を対象とする。
- ・剛体落下物を数百 mm から粘弾性体に落下させてその挙動を計測する。
- ・サンプルの大きさは直径 30mm 程度とし、厚さを数 mm から 10mm 程度まで変化させて計測する。
- ・材料の種類は柔らかいものから、ある程度硬いものまで数種類に対して実施する。

材料提供は材料メーカー(株タイカ)から

受けた。実験装置には軸受け部、計測装置などに改良を加えた新たな落錘試験装置を製作した。特に軸受け部にエアベアリングを導入して摩擦を軽減した高精度の落錘試験機とした。計測装置は下記のとおりである。

- ・重りの変位はレーザー変位計(ダイナミックレンジを数百 mm)で計測
- ・重りの加速度はチャージアンプ型の加速度計で計測

計測装置は2chのA/Dコンバータ(contec)でデータをコンピュータに取り込み、コンピュータ内でデータ処理を実施する高速実験データ処理システムとした。データ取得のための計測処理システムとデータ解析のためのプログラムソフトを作成し落錘試験機の完成と運転実施にこぎつけた。

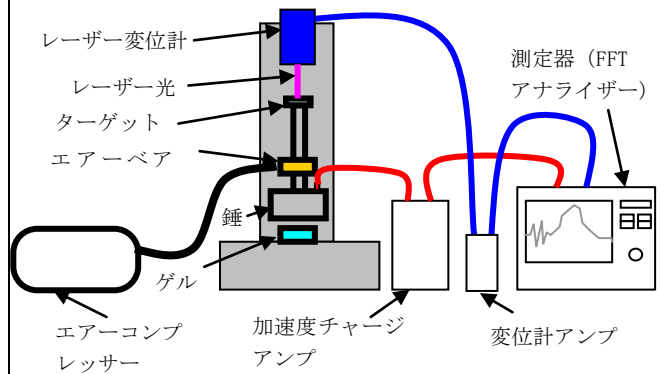


図1 落錘試験機の概略

(2) 理論的な作業においてはモデル構築を進めた。実験結果と容易に比較できるようにして理論を検証する解析プログラムソフトを完成させた。

記憶のある材料は一般に分数微分モデルで構成則が記述されることから、非線形な大変形を伴う応答を記述するのに用いられる非線形固体における超弾性理論に分数微分の導入を試みた。

(3) 理論の完成に当たっては、予め材料の線形な機械的性質を基本として、これを利用できるモデルであることが好ましい。このような観点から、線形パラメータを基に非線形な衝撃応答を予測する力学モデルと理論を構築した。

### 落錘試験の基礎方程式

図2のように落錘が高さ $h$ から試験片(粘弾性体)の上面に落下するときの粘弾性体の変形の方程式を、等方性を仮定した材料に対して1次元モデルで考える。試験片は半径が

$r$ 、厚さ  $H$  の円筒形である。落錘も円筒形状である。その面積を  $S(= \pi r^2)$  とする。

変形を受ける前の自由状態の粘弾性体が、上方から落下する重錘の衝撃を受け下方へ変形していく。このときの変形量(変位)を粘弾性体の変形していない初期の状態を基準に計測し、変位を  $x$  とする。この時の粘弾性材料のテストピースの粘弾性係数を  $\mu$ 、ばね定数を  $k$  とする。この  $\mu$  と  $k$  は動的粘弾性試験から得られる単位面積あたりの材料固有の粘弾性率  $\eta$ 、ヤング率  $E$  を用いて計算される(式(3), (4))。

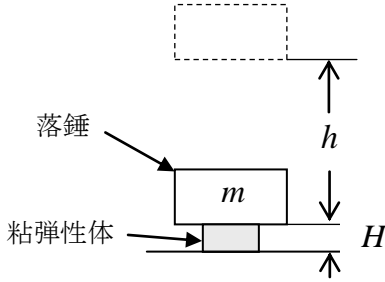


図2 粘弾性体の落錘試験

落錘(質量  $m$ ) の運動方程式は、錘りの質量を  $m$ 、大きさを考慮した粘弾性試験片の粘弾性係数を  $\mu$ 、ばね定数を  $k$ 、重力の加速度を  $g$  とすると、線形問題では式(1)となる。

$$mD^2x + \mu D_t^q x + kx = mg \quad (1)$$

初期条件は式(2)である。

$$x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = v_0 = \sqrt{2gh} \quad (2)$$

ここで、粘弾性試験片の粘弾性係数  $\mu$  とばね定数  $k$  はそれぞれ、動的粘弾性試験で得られる粘弾性率  $\eta$  とヤング率  $E$  を用いて

$$\mu = \frac{\eta S}{H}, \quad k = \frac{ES}{H} \quad (3),$$

(4)

と表される。式(1)において  $D$  は微分オペレータであり

$Dx = dx/dt$ ,  $D^q x \equiv D_t^q x = d^q x/dt^q$  を表す。 $D_t^q x$  において  $q$  が分数の場合、 $D_t^q x$  は  $x$  の分数微分と呼ばれる。

$$D_t^q x(t) \equiv \frac{1}{\Gamma(1-q)} \frac{d}{dt} \int_0^t \frac{u(\lambda)}{(t-\lambda)^q} d\lambda \quad (5)$$

無次元変位  $u$  と無次元時間  $\tau$  を次のように定義する。

$$u = \frac{x}{H}, \quad \tau = \frac{t}{\sqrt{\frac{H}{g}}} \quad (6), (7)$$

落錘試験の非線形応答理論

実際の落錘試験の粘弾性応答は、粘弾性力項が非線形となるから式(1)と(2)に対応する方程式は

$$D_\tau^2 u + \mu_0 D_\tau^q \Phi(u) + k_0 u = 1 \quad (8)$$

$$u(0) = 0, \quad \frac{du(0)}{d\tau} = w_0 = \sqrt{2\frac{h}{H}} \quad (9)$$

となる。ただし関数  $\Phi(u)$  は

$$\Phi(u) = \frac{1}{(1-c_1 u)^2} - (1-c_1 u) \quad (10) \quad (1)$$

である。さらに  $\mu_0$  と  $k_0$  は

$$\mu_0 \equiv \frac{\eta S}{mg} \left( \frac{g}{H} \right)^{\frac{q}{2}}, \quad k_0 \equiv \frac{ES}{mg} \quad (11)$$

である。この式(8)~(10)が衝撃応答を予測する非線形方程式である。上記の理論を適用すると、材料とサンプル寸法が一定、落錘の重さが一定で、落下高さ  $h$  のみを変えた場合の応答予測が可能となる。

(4) 理論的なアプローチが実験結果をどの程度説明するかを、両者を比較することにより明らかにした。非線形性がある程度の大きさまでは両者は良く合うことが分かった(図3, 4 参照)。それを過ぎると一致度が低下するが、修正係数の導入でさらに適用範囲が広がった。

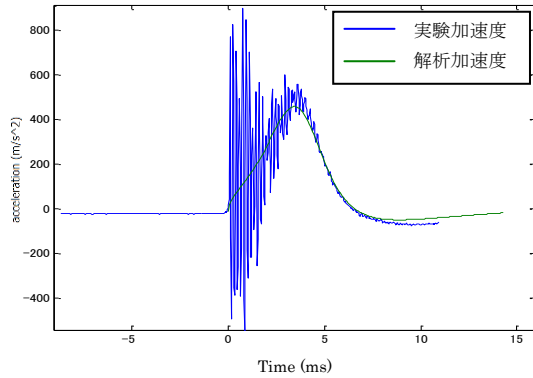


図3 解析加速度と実験加速度の比較  
( $\theta 7$ ,  $H = 0.008\text{m}$ ,  $h = 0.08\text{m}$ )

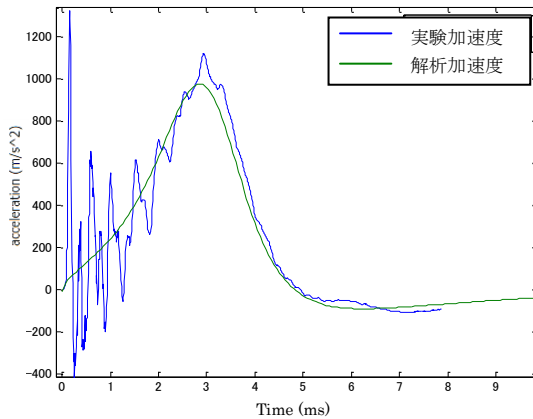


図4 解析加速度と実験加速度の比較  
( $\theta 7$ ,  $H = 0.008\text{m}$ ,  $h = 0.16\text{m}$ )

#### 4. 研究成果

(1) 一軸方向の変形を仮定してソフトマテリアルの衝撃応答特性を記述するモデルを導出した。

(2) この方法では分数微分の引数であるひずみに相当する項が非線形の式となる新しい定式化が得られた。

(3) 国内外でトップクラスの研究内容である。単軸に対する理論式は近似式ではあるが極めて実用性が高い。

このプロジェクトの遂行は研究代表者が(株)タイカの協力(サンプル提供)、日本大学の非常勤講師福長正考博士の協力(衝撃理論の構築)、(株)モーションラボの協力(試験とそのデータの処理)のもとに行った。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計1件)

- ① Masataka Fukunaga and Nobuyuki Shimizu, Nonlinear Fractional Derivative Models of Viscoelastic Impact Dynamics Based on Entropy, J. of Computational and Nonlinear Dynamics, Trans. of ASME, Vol.6, 2011, 021005-1 - 021005-6.

〔学会発表〕(計3件)

- ① Masataka Fukunaga and Nobuyuki Shimizu, High Speed Algorithm for Computation of Fractional Differentiation and Integration, Proceedings of the ASME 2011 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference IDETC/CIE 2011, DETC2011-47408, August 28-31, 2011, Washington, DC, USA.
- ② Masataka Fukunaga and Nobuyuki Shimizu, Three-Dimensional Fractional Derivative Models for Finite Deformation, Proceedings of the ASME 2011 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference IDETC/CIE 2011, DETC2011-47552, August 28-31, 2011, Washington, DC, USA.
- ③ Masataka Fukunaga and Nobuyuki Shimizu, Nonlinear fractional-derivative models for viscoelastic materials. ii. Comparison of models with experimental data. In I. Podlubny, B. M., Vinagre Jara, Y. Q. Chen, V. Feliu Battle, and I. Tejado Balsera, editors, Proceedings of FDA' 10, The 4th IFAC Workshop Fractional Differentiation and its Applications. Badajoz, Spain, October 18-20, 2010, pages FDA10-027, August 2010.

#### 6. 研究組織

(1) 研究代表者

清水 信行 (SHIMIZU NOBUYUKI)

いわき明星大学・科学技術学部・研究員

研究者番号：10196529