

## 科学研究費助成事業 ( 科学研究費補助金 ) 研究成果報告書

平成 25 年 4 月 24 日現在

機関番号：33603  
 研究種目：基盤研究 (C)  
 研究期間：2010~2012  
 課題番号：22560455  
 研究課題名 (和文) 電力デリバティブの数理モデルの研究

研究課題名 (英文) Studies on mathematical model for power derivatives

研究代表者

相原 伸一 (AIHARA SHIN'ICHI)  
 諏訪東京理科大学・システム工学部・教授

研究者番号：70202455

研究成果の概要 (和文) : 電力デリバティブの数理モデルの開発を行い、以下の3点の成果を得ることができた。1) ジャンプ過程がない場合、電力デリバティブを支配する期間構造のモデリングとパラメータ同定の手法を、コンボリューションフィルターを使用して構築した。2) リスクの市場価値の数理モデルを提案し、リスクとモデルパラメータを推定するアルゴリズムを提案した。3) 非心カイ2乗分布を利用した粒子フィルターを用いてボラティリティー過程を推定する手法を開発した。

研究成果の概要 (英文) : The mathematical models for power derivatives are constructed. Especially, we obtain the new results for the following three items: 1) We construct the estimation scheme for the term structure of power derivatives with their parameters by using convolution filter. 2) We propose the estimation procedure for identifying the market price of risk and its parameters. 3) The estimation algorithm for volatility process and its included parameters is proposed by using the Non-central chi-square random generation method.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2010 年度	1,800,000	540,000	2,340,000
2011 年度	600,000	180,000	780,000
2012 年度	600,000	180,000	780,000
年度			
年度			
総計	3,000,000	900,000	3,900,000

## 研究分野：工学

科研費の分科・細目：電気電子工学・制御理論

キーワード：システム工学・制御工学・電力債券・電力デリバティブ・オプション価格・

### 1. 研究開始当初の背景

欧米ではすでに余剰電力の物理的な売買が国をまたいで行われており、近年の電力自由化により、ノードプール (Nord Pool) や APX, Power next のような電力取引所が開設され現在では証券取引所と同様に、債権化された電力の取引が活発に行われている。我が国も 2003 年に日本卸電力取引所 (JPXE) が設立され、電気の直物 (スポット) 取引、先渡し (フォワード) 取引が、電力会社や商社に仲介されている。本研究では金融工学で遅れを取った二の舞を踏まないように、電力デリバティブやそのオプションの数理モデルの構築とリスク評価の研究を実施する。これらの電力市場はエネルギー一般に、特に CO2 取引を含んで拡張される傾向にあり、数理モデルの構築の手法の確立は、急務と考えられる。

### 2. 研究の目的

電力取引においては、電力が債権化されていれば証券や国債と同じような数理モデルやリスク評価手法が適用できるように思えるが、穀物やオイルのような先物とは根本的に異なる性質が電力取引には潜在している。この電力取引に見られる特異な性質を考慮して、金融工学で開発されたモデル開発の数理的手法を再構築することが、本研究の主目的である。電力取引で最も重要なことは、現時点では発電された電力を貯蔵することができない点である。大容量の蓄電池ははまだ開発されておらず、発電された電気はすぐに消費されることになる。それゆえ電力の価格データ (スポット) は図 1 のようにその変動を知ることはできるが、株式のようにその値段で電力は取引できないことになる。

取引されるものは、未来のある一定期間の総電力和の平均が先物債権として取引され、その債権に予め決められた時点で実際の電力が供給されることになる。このように未来のある期間に依存した債権価格を計算するには、そのスポット価格の数理モデルを構築し、予測値を求める以外にはなく、提案されたモデルが如何に実データと整合しているかが重要なポイントになる。

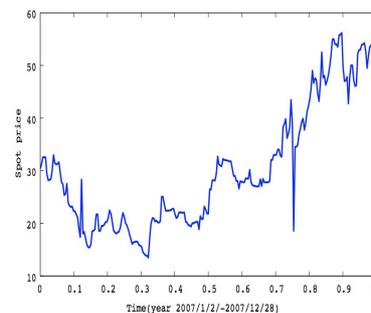


図 1 電力のスポット価格 (実データ)

### 3. 研究の方法

図 1 に示したスポット価格の特徴を列挙すれば、以下の 4 点があげられる。

a) かなり不規則性がある時系列データである。 b) 特殊なジャンプ過程、値が急に上昇しすぐに戻るスパイク状の変動が存在する。 d) 季節的な変動が顕著である。まずスポット価格の変動を基に上記の 3 つの特徴を有するモデリングの研究を実施する。しかしながらこのスポット価格の数理モデリングのみでは、実際に求める必要のある電力の先物価格の値を求めることは容易ではない。実際マーケットにおいては、売買される先物データが逐次観測できる。このデータは現時点より

1,2,...,48 ヶ月先に 1 ヶ月間電力が供給

される先物の価格で、この 1,2,...48 ヶ月は固定されて、データは逐次更新されていく。この実データを図2に示しておく。このような空間的に広がりを持つ不規則なデータの数理モデルは、当然スポット価格のみでは表現できず、偏微分方程式でそのモデルを表現することになり、その同定を粒子フィルターを用いて実現するアルゴリズムを構築する。

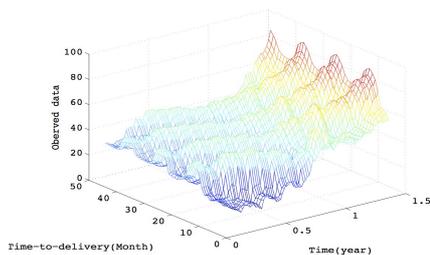


図2 市場で観測される先物価格の変動

#### 4. 研究成果

(1) 2010年度：スポット価格のモデルとして、ジャンプ過程が含まれない、ヴォラティリティが定数の場合を考察し、APXの実データを用いて検証実験を行った。期間構造変数としては  $f(t,x)$  = スポット価格の関数 + 無限次元ノイズ、と仮定して電力先物データより、これらの関数とパラメータの同定をコンボリューションフィルターを用いて実現した。特に期間構造に現れる、季節変動はスポット価格より、FFTを利用して、予め下図のように求めている。

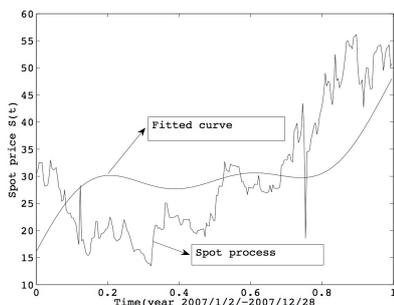


図3 季節変動関数の同定

同定結果の一例として  $f(t,3,16)$  の真値と推定値を図4に示しておく。

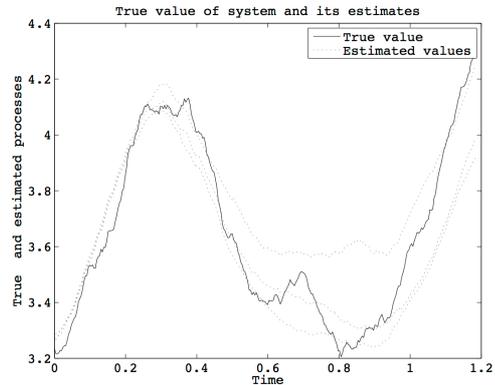


図4  $f(t,3,16)$  の真値と推定値

ここで開発されたフィルターアルゴリズムは論文②に掲載されている。しかしながら推定パラメータに残差が生じる欠点があり、そのアルゴリズムの改良は2012年度に考察されている。

(2) 2011年度：電力債券の取引を行う際に重要となる項目として、リスクの市場価値の数理モデリングがあげられる。本研究においては、リスクの市場価値の変動が、債券の期間構造の不規則変化と相関があるという実証報告により、そのモデルを平均値回帰型の伊藤方程式で与え、リスクの市場価値とモデルに含まれるパラメータの逐次同定の手法を開発した。そのシミュレーションの結果を以下に示しておく。(ただし通常の債券の場合の数値実験の結果である。)

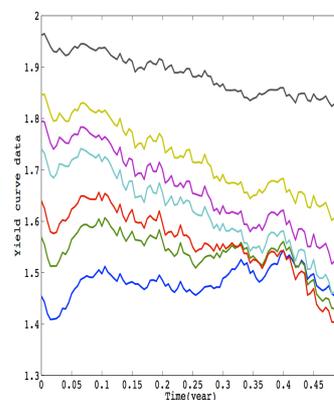


図5 観測データ

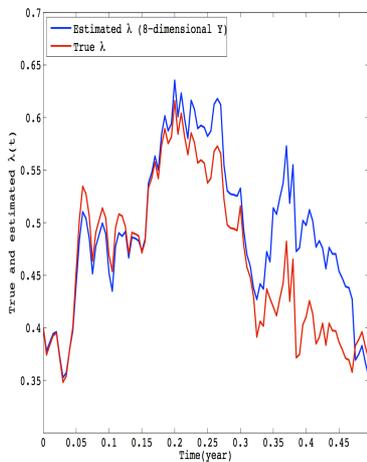


図6 リスクの市場価値（真値と推定値）  
これらの結果は論文①と国際学会⑦と⑧で発表し、好評を得ている。

(3) 2012年度：最終年度は、ジャンプ過程と確率的ヴォラティリティーを有するスポットレート過程のモデルへの拡張を行った。考察するモデルとしてはベーツモデルを採用し、非心カイ2乗分布を利用した粒子フィルターを用いてヴォラティリティー過程を推定し、同時にパラメータを固定した並列フィルターを構成してパラメータを同定するアルゴリズムを開発した。ここで注意すべき点は

- 1) 株式などのスポット価格と異なり、ヴォラティリティー過程がゼロになる場合があり推定機構構成に支障をきたす。
- 2) 並列フィルターを使用すると、パラメータ同定の推定感度が悪く、推定残差が残ることが知られている。本研究では1)で指摘した点は、非心カイ2乗分布を利用することで、うまく処理することができ、国際学会③、④、⑤でその成果を発表した。2)の欠点を克服するために試行錯誤を繰り返し、新しい再サンプリング手法を開発し改良を行った。得られた結果は十分満足できる結果であり、以下にそのシミュレーション

実験の一部を示しておく。まずヴォラティリティー過程と、スポット価格に印可されるたジャンプ過程を図7に示す。

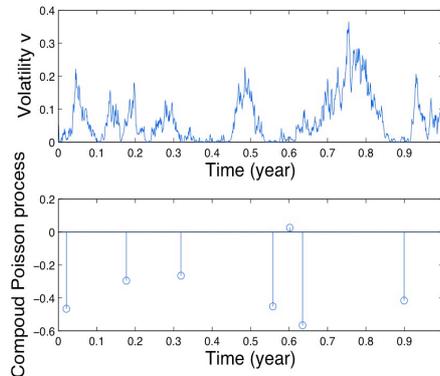


図7 ヴォラティリティーとジャンプ過程  
この図よりヴォラティリティー過程が何度もゼロの値を取っていることが分かる。図8には観測データである対数スポット価格を示しておく。

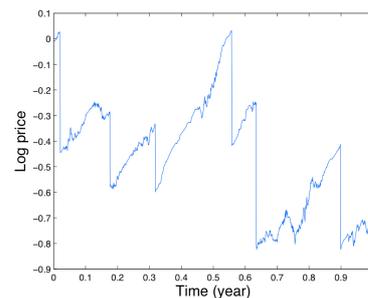


図8 対数スポット価格  
このデータを使用して、粒子フィルターを300本並列し、本研究で開発した再サンプリングを用いて推定した結果を示す。

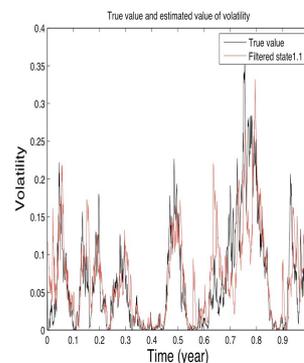


図9 ボラティリティーの真値と推定値

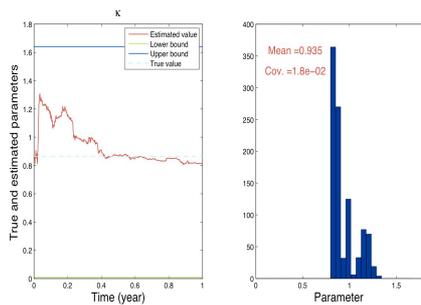


図10 パラメータの推定の一例

図10よりシステムパラメータがうまく推定されていることがわかる。推定すべき残りのパラメータも同様である。これらの結果はICINCO2013で発表される。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計2件)

① ShinIchi Aihara , Arunabha Bagchi, Adaptive Filtering for Stochastic Risk Premia in Bond Market, Int. J. Innovative Computing Information and Control, 査読有, vol.8 2012, pp.2203-2214

② ShinIchi Aihara , Arunabha Bagchi, Emad Imereizeeq, Identification of electricity spot models by using convolution particle filter, Int. J. Innovative Computing, Information and Control, 査読有, vol.6 2011, p.61-72

〔学会発表〕(計8件)

① ShinIchi Aihara , Arunabha Bagchi, Filtering and Identification of Stochastic Distributed Parameter systems with Unknown Boundary Conditions, 51<sup>st</sup> IEEE CDC, 2012, Dec, Hawaii(USA)

② 同上 , Identification Problem for Stochastic Distributed Parameter systems with Unknown Boundary Conditions, 44<sup>th</sup> ISICE SSS, Nov. 2012, Tokyo(Japan)

③ 同上 , Estimating Volatility and Model parameters of Stochastic Volatility Model

with Jumps using Particle Filter, Bachelier Finance Society 7<sup>th</sup> World Congress, June 2012 Sydney(Australia)

④ 同上 , Identification of Bates Stochastic Volatility Model by Using Non-Central Chi-square Random Generation Method, IEEE ICASSP 2012, March 2012, Kyoto(Japan)

⑤ ShinIchi Aihara, Arunabha Bagchi, Saikat Saha, Identification Problem for Heston Stochastic Volatility Model by Using Non-central Chi-square random Generation Method, 43<sup>rd</sup> ISICE SSS, Oct, 2011 Shiga (Japan)

⑥ ShinIchi Aihara , Arunabha Bagchi, Identification of Stochastic Systems-From engineering to Finance-, Conference on Stochastic Model and their Applications, Aug, 2011, Debrecen(Hungary)

⑦ 同上 , Mean-Variance Hedging of Bond Options with Stochastic Premia, Quantitative Method in Finance 2010, Dec, 2010, Sydney(Australia)

⑧ 同上 , Adaptive Mean-variance Hedging of Bond Options with Stochastic Risk Term, 42<sup>nd</sup> ISICE SSS

Nov, 2010, Okayama(Japan)

#### 6. 研究組織

(1) 研究代表者

相原 伸一 ( AIHARA SHIN'ICHI)

諏訪東京理科大学・教授

研究者番号： 70202455

(2) 研究分担者

( )

研究者番号：

(3) 連携研究者

( )

研究者番号：