様式Ｃ－１９

科研費
KAKENHI

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 25 年 5 月 28 日現在

機関番号：３３９１０
研究種目：基盤研究（C）
研究期間：2010～2012
課題番号：２２５６０４５６
研究課題名（和文）　サンプル零点の再配置法の開発とそのディジタル制御系設計への応用

研究課題名（英文）　Development of relocation methods for sample zeros and its application to design of digital control systems

研究代表者
十河　拓也（SOGO TAKUYA）
中部大学・工学部・准教授
研究者番号：40273487

研究成果の概要（和文）：
モータのディジタル制御系モデルは安定限界(－1) に近いサンプル零点を持つことが多いことから極零消去を行いにくいが，位相進み／遅れ要素を直列結合して，その自由パラメータを調整することでサンプル零点の再配置が可能であることを明らかにし、ディジタルフィードフォワード制御系の設計法を開発した．DC モータ制御装置を用いた具体的な実験によって開発した手法の有効性を確認した．

研究成果の概要（英文）：
There had been difficulties in designing digital controllers based on pole-zero cancelation for motor systems, whose pulse transfer function has so-called sample zero near -1 i.e. the boundary between the stable and unstable region. We developed a novel method to relocate the sample zero by cascade-connection of a phase lead/lag element to the power amplifier of the motor. The efficacy of the method was demonstrated by feedforward control experiments.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合　計
２０１０年度	1, 600, 000	480, 000	2, 080, 000
２０１１年度	900, 000	270, 000	1, 170, 000
２０１２年度	900, 000	270, 000	1, 170, 000
年度			
年度			
総　計	3, 400, 000	1, 020, 000	4, 420, 000

研究分野：工学
科研費の分科・細目：電気電子工学・制御工学
キーワード：制御システム、サンプル零点、モータ制御、フィードフォワード制御、モデル追従制御、マルチレートサンプル値系、ディジタル制御

１．研究開始当初の背景

近年、制御系は幅広い応用分野でディジタル制御系として実装されている．フィードバック制御器の設計法については連続時間系のそれと対応する形で整備され，サンプル点間の応答も考慮した数多くの有効なアプローチが知られている一方，フィードフォワー

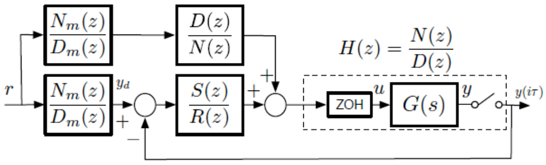


図 1: ディジタル２自由度制御系

ド制御器については，連続時間系と直接対応

する形で離散時間系に置き換えるアプローチがあまり有効でないことが知られている．例えば，図１は，一般的な連続時間２自由度制御系と対応する形のディジタル２自由度制御系のブロック図を表す．ここで，$N_m(z)/D_m(z)$は望ましい応答特性を表す伝達関数とする．この２自由度制御系では，サンプル零点の配置がフィードフォワード制御の成否を左右するが，その配置は多くの場合に望ましいものにならないことが多い．例えば，DC モータの連続時間モデル（入力：電圧，出力：軸角度）$G(s) = 1/\{s(s+1)\}$ を考える．サンプル周期 $\tau = 0.1$ として得られるサンプル値系の離散時間伝達関数は $H_\tau(z) = N(z)/D(z) = (0.004837z+0.004679)/(z^2-1.905z+0.9048)$ となって，もとの連続時間系にはなかった零点（離散化零点）$z = -0.004679/0.004837 = -0.9673$ が現れ，さらにその位置は安定限界に近い．このため，参照入力 r への望ましい応答を表す伝達関数として $N_m(z)/D_m(z) = 0.17z/(z^2-1.32z+0.5)$（自然周波数 1rad/s，減衰係数 0.7）を選んだときフィードフォワード項 $N_m(z)/D_m(z) \cdot D(z)/N(z)$ の出力には図 2 左のような持続振動が生じ，制御対象 G(s) の出力には図 2 右のようにサンプル点間に振動が発生してしまう．

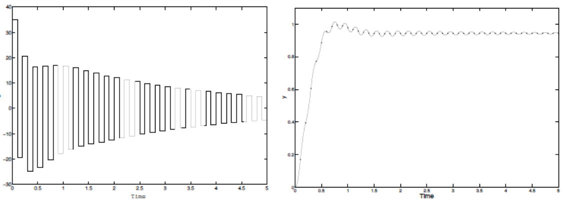


図 2: フィードフォワード入力（左）とその応答（右）

また，別の例として連続時間系 $G(s) = (s+6.5)/\{(s+1)(s+2)(s+3)\}$ の場合は，そのサンプル値系は $H_\tau(z) = \{0.00503(z + 1.01)(z - 0.522)\}/\{(z - 0.905)(z - 0.819)(z - 0.741)\}$ となって，不安定な離散化零点 $z = -1.01$ を持つことから，極零相殺を行うことさえできず，連続時間系で適用可能な制御技法がディジタル制御系では適用不可能となってしまう．ディジタル制御系では，このように極例相殺にもとづく制御系設計が困難であるにもかかわらず不安定零点の位置を適切に調整する方法が整備されていなかった。

２．研究の目的

前節の例で述べたように，連続時間系からホールドとサンプラによって得られるパルス伝達関数にはもとの伝達関数にはない離散化零点が現れ，それらは不安定もしくは安定限界に近いことが多い．一般に，n 個の極と m 個の零点を持つ連続時間系 $G(s) = \{K(s - q_1) \cdots (s - q_m)\}/\{(s - p_1)(s - p_2) \cdots (s - p_n)\}$ についてサンプル周期 τ でサンプル値系を構成した場合，そのパルス伝達関数は $H_\tau(z) = N_\tau(z)/D_\tau(z) = C_\tau \{z - \gamma_1(\tau)\} \cdots \{z - \gamma_{n-1}(\tau)\}/\{(z - e^{p_1\tau})(z - e^{p_2\tau}) \cdots (z - e^{p_n\tau})\}$ となる．極 $e^{p_i\tau}$ は，もとの連続時間系の極 p_i に１対１に対応する単純な関係がある一方，サンプル零点$\{\gamma_1(\tau), \cdots, \gamma_{n-1}(\tau)\}$ は常に $n - 1$ 個現れ，それらは一般に閉じた式で表現されない．これら $n - 1$ 個のサンプル零点のうち本質的零点と呼ばれる m 個の零点については，連続時間系の零点 q_i とサンプル周期 τ によって $\gamma_i(\tau) = 1 + q_i\tau + q_i^2\tau^2/2 + O(\tau^3)$ $(i = 1, \cdots, m)$ のようにテイラー展開され，極と同様な $\gamma_i(\tau) \approx e^{q_i\tau}$ なる１対１の対応関係があることが知られている．しかし，離散化零点と呼ばれる残りの $n - m - 1$ 個の零点は一般に不安定もしくは安定限界付近にあることが多いためその配置が非常に重要であるにもかかわらず，本質的零点と同様な展開式は知られていない．このため，本質的零点と離散化零点のすべての零点の位置を制御系の設計目的に沿って調整する方法はほとんど整備されていない．このような背景のもと，研究代表者は，離散化零点 $\gamma(\tau)$ のサンプル周期 $\tau \to 0$ での極限値 λ に関する結果（Astrom et. al. 1984）および，その極限値 λ が Euler-Frobenius 多項式零点と同値である事実（Weller 2001）から着想を得て，連続時間伝達関数の極と零点の多項式を係数とする離散化零点 $\gamma(\tau)$ のテイラー展開式を得た．これにより，未解明だった $n-1$ 個すべてのサンプル零点の位置を，もとの連続時間伝達関数のパラメータで陽に表すことができるようになった．例えば，先にあげた DC モータの例を考えれば，$G(s) = 1/\{s(s+1)\} \times (s-q)/(s-p)$のように自由パラメータ(q, p) をもつ連続時間系を直列結合した場合，２つのサンプル零点は

$\gamma_1(0.1) \approx 1 + q \cdot 0.1 + q^2 \cdot 0.005$

$\gamma_2(0.1) \approx -1 + \kappa \cdot 0.1 - \kappa^2 \cdot 0.005$

ここで，$\kappa = (q - p + 1)/3$ となることから，(q, p) の調整によってサンプル零点を再配置できることが帰結される．このように最近テイラー展開式が得られたことで，これまでほとんど研究されていなかったサンプル零点の再配置よるディジタル制御系設計法の開発への足がかりを得た．そこで本研究計画では，零点のテイラー展開式の性質をさらに調べ，一般のディジタル制御系設計のためのサンプル零点再配置の目的により適した形式で表現することを目指す．（このことは上記の DC モータの例などこれまで調べた多くの例題で単純な式で表されており，テイラー展開式はさらに単純な式に簡約化できると予想している）また，上記の DC モータの例のように零点を再配置するために自由に調整できるパラメータ(q, p) が必要となるが，これを実システムでどのように実現するのが制御系設計の目的に適しているかについ

ての実験的な研究を行う．（例えば，DC モータで連続時間要素(s － q)/(s － p) を直列に結合することは，能動素子やオペアンプによる位相進み／遅れ要素を付加することで実現できるが，これがサンプル零点の配置以外にもたらす影響を調べる）

３．研究の方法

(1)　前節のＤＣモータの例のように、零点のテイラー展開は低次項の係数は、連続時間系の極と零点の低次多項式で表されることが具体的な計算で分かっている。このことがもっと一般の伝達関数についても成り立つかどうかについて、数式処理ソフトウエアを援用した計算を繰り返すことで確認し、その背景にある規則性を発見する。

(2)　ＤＣモータの例について、位相進み／遅れ要素を直列結合して，　1/{s(s+1)}×(s-q)/(s-p) とし自由パラメータ(q,p)を調整することで零点の再配置ができることについて具体的なモータモデルについて適切な値を数値シミュレーションによって見つける。

(3)　ＤＣモータの零点を再配置する直列結合要素(s-q)/(s-p)をオペアンプ回路によって実現し、極零消去にもとづく制御（モデルフォロイング制御）実験をおこなう。

(4)　零点再配置のための直列結合要素(s-q)/(s-p)をアナログ回路ではなく、高速なサンプリング周期をもつディジタルフィルタとして実現し、(3)のオペアンプ回路を置き換えて同様の制御実験をおこなう。

(5)　(3)および(4)で零点再配置されたディジタルＤＣモータ系を対象として、従来不安定零点の問題により適用が困難だったモデル規範型適応制御を適用する実験をおこなう。

４．研究成果

(1)　数式処理ソフトウエアを援用し、一般の連続時間伝達関数についてサンプル値系伝達関数の零点のテイラー展開を計算したところ、展開係数はもとの極と零点の多項式で規則的に表現されることがわかった。

(2)　(1)の結果を踏まえてさらに数式処理ソフトウエアによる計算を行ってみたところ、サンプル値系伝達関数の分子多項式係数にもとの連続時間伝達関数係数と簡潔な関係があることが分かった。零点のテイラー展開係数の規則性の原因がこちらにあることが明らかになった。

(3)　(1)および(2)の数式処理ソフトウエアによる計算結果より、連続時間およびサンプル値系伝達関数係数の間にはイデアルとよばれる代数的構造があることを発見し、テイラー展開係数に表れる規則性の法則を明らかにできた。この方向でのさらに詳しい探求は、平成 25 年度からの新しい基盤研究（C）として現在進行中である。

(4)　ＤＣモータの零点を再配置する直列結合要素 C(s)=(s-q)/(s-p)をオペアンプ回路として製作し(図２)、モデルフォロイング制御実験を行った結果（図３)、良好な追従制御性能が得られることを確認した。

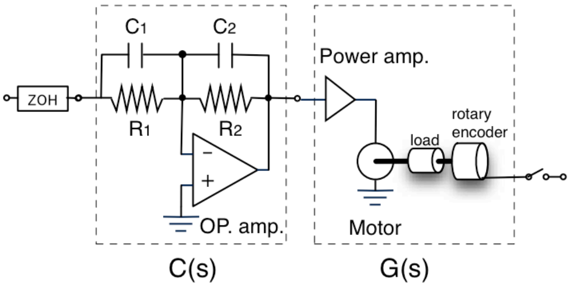


図２　直列結合要素を付加したＤＣモータ

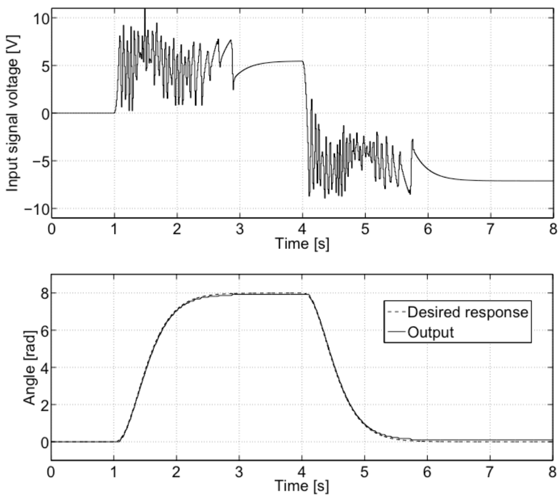


図３　モデルフォロイング制御実験結果

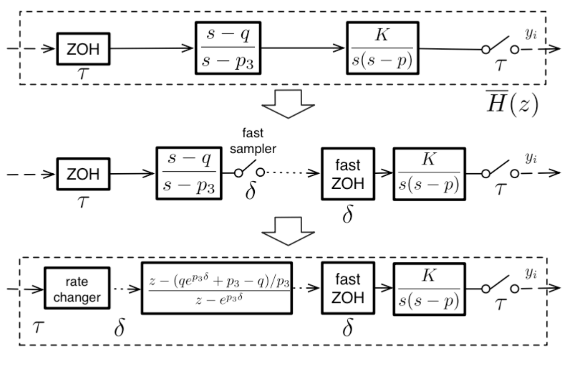
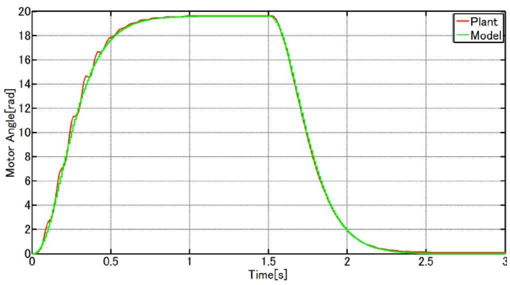


図４　高速サンプリングディジタルフィルタへの置き換え

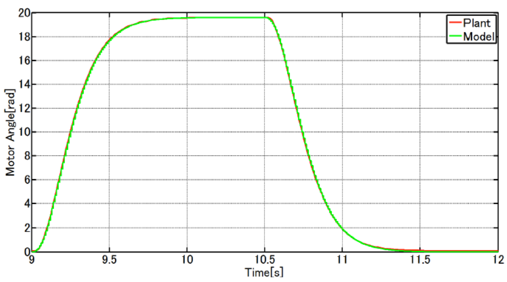
(5)　零点再配置のための直列結合要素 C(s)=(s-q)/(s-p)を高速（1ms）サンプリング周期のディジタルフィルタに置き換えて実現し（図４）、サンプル周期 10ms でＤＣモータのモデルフォロイング制御実験を行った結果、オペアンプ回路の場合とほぼ同等の良好な追従制御性能が得られた。

(6)　零点再配置されたディジタルＤＣモータ系を対象として、従来不安定零点の問題により適用が困難だったモデル規範型適応制御を適用する実験をおこなった結果、安定的に動作することが確認された。また、時間の経過と共にパラメータ調整がすすんで追従制御性能が向上することが確認された。（図５）

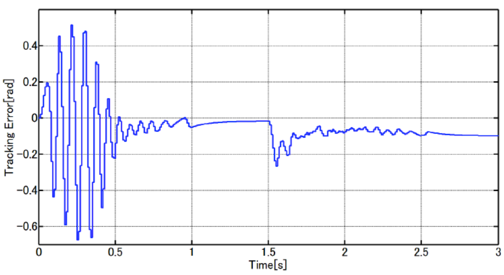
図５　モデル規範型適応制御実験結果



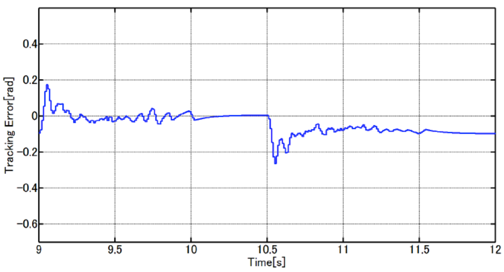
始動から 2.5 秒までの DC モータの角度



始動して 9 秒後から 11.5 秒までの DC モータの角度



始動から 2.5 秒までの追従誤差



始動して 9 秒後から 11.5 秒までの追従誤差

５．主な発表論文等
（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計１件）

① Takuya Sogo and Masafumi Joo, Design of compensator to relocate sampling zeros of digital control systems for DC motors, SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration, 査読有り, Vol.5, No.5, pp. 283-289, 2012 http://dx.doi.org/10.9746/jcmsi.5.283

〔学会発表〕（計４件）

① 十河拓也、塚田優克、サンプル零点のテイラー展開計算法～グレブナー基底によるアプローチ，計測自動制御学会 第 13 回制御部門大会，アクロス福岡，2013 年３月７日
② 十河拓也、サンプル零点移動によるモデル規範型適応制御系の設計，計測自動制御学会 第 11 回制御部門大会，琉球大学，2011 年３月 18 日
③ 十河拓也、サンプル値系の零点移動法とモデルフォロイング制御，計測自動制御学会 適応学習制御シンポジウム，東京工業大学，2011 年１月 24 日
④ Takuya Sogo and Masafumi Joo, Approach to relocate sampled zeros for feedforward control application, SICE Annual Conference 2010, Taiwan, Aug. 19, 2010

〔その他〕
ホームページ
http://www-mech.chubu.ac.jp/Mech_Labs/T_Sogo/

６．研究組織
(1)研究代表者
十河　拓也（SOGO TAKUYA）
中部大学・工学部・准教授
研究者番号：40273487