

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成25年 6月 3日現在

機関番号：35302

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2010～2012

課題番号：22560568

研究課題名（和文） 円筒部材における歪不均一性の発生限界に関する円筒面内変形分岐現象としての予測理論

研究課題名（英文） Theoretical Study of The Occurrence Limit of Strain Nonuniformity in Cylinders, based on the Prediction of In-plane Bifurcation

研究代表者

小林 正実（KOBAYASHI MASAMI）

岡山理科大学・工学部・准教授

研究者番号：50186772

研究成果の概要（和文）：繰り返しねじれ変形を受ける薄肉円筒部材における円筒面内変形分岐による歪の非一様化現象について、軸方向載荷を荷重制御とした場合の解析に取り組み、初期不整の与え方により、歪のばらつきの増大を引き起こす変形モードに違いが現われる結果を得た。また、この現象の予測理論を、交番塑性領域に対して拡張し、数値解析プログラムの開発を行った。さらに、Internal Buckling と類似した現象であるため、この問題の有限要素法解析を実施した。

研究成果の概要（英文）：Hysteretic behavior numerical analysis has been carried out for elastic-plastic thin-walled cylinders subjected to a constant axial compressive force and cyclic torsion. It has been shown that various deformation modes appear, which are different from those under the constant axial contraction, and that those modes cause rapid growth of strain nonuniformity. Also the theory for predicting this phenomenon has been generalized to the alternating plasticity region and the numerical analysis program has been developed. Since this phenomenon is analogous to internal buckling, finite element analysis for it has been performed.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2010年度	300,000	90,000	390,000
2011年度	500,000	150,000	650,000
2012年度	500,000	150,000	650,000
年度			
年度			
総計	1,300,000	390,000	1,690,000

研究分野：工学

科研費の分科・細目：建築学、建築構造・材料

キーワード：座屈、繰り返し載荷、鋼管、有限要素法、複合加力材料試験

## 1. 研究開始当初の背景

## (1) 本研究の着想に至った経緯

鋼構造薄肉円筒部材に繰り返しねじれ変形を作用させる実験において、局部座屈が生じていない、ほぼ一様応力であるはずの荷重の範囲で、歪分布に顕著に不均一性が現れる結果が報告されている<sup>1)</sup>。同種の実験は、多

軸応力状態における材料の力学的性質を調べるための標準的試験方法（軸力ねじり複合加力試験）であり、このような歪の不均一化が起こるとすれば、甚だ不都合であり、このような現象の起こる限界とその性状を把握しておかなければならない。

Biot は、剛体に囲まれた一様な応力状態に

ある弾性体において、不均一な歪が生じる **Internal Buckling** の理論を展開した<sup>2)</sup>。前述の歪の不均一化は、**Internal Buckling** と類似した現象である。一方、前述の現象は、繰り返し载荷の下で顕著に現れ、繰り返し载荷の下での分岐現象を扱える理論として対称限界理論<sup>3),4)</sup>がある。単調载荷の下での分岐点と対称限界とは、本質的に異なる臨界点であるが、両者は類似した側面も有している。したがって、前述の現象は、**Internal Buckling** と類似した、繰り返し载荷の下での分岐現象であり、対称限界理論を応用することにより、予測できるのではないかと考えたのが、本研究の着想に至った経緯である。

## (2) 国内・国外の研究動向と本研究の特色・位置づけ

本テーマに関連した先行研究は、ねじり変形を受ける円筒部材に関する実験的研究であり、**Luders band** の進展の観点からの研究<sup>5)</sup> や軸力とねじり载荷の下での履歴特性の解明を目的とした研究<sup>6)</sup> などが行われている。これに対して、本研究は、構造安定論の立場から、理論的に解明しようとするものである。このような観点からの取り組みは、本研究者らによるもの<sup>6),7)</sup> 以外、行われたことはない。

参考文献 1) 辻、西本、建築学会近畿支部研究報告集、229-232、1988 2) Biot, Proc. Roy. Soc. A, 273, 306-328, 1963 3) Uetani and Nakamura, JMPS, 31, 449-484, 1983 4) Uetani, Kobayashi and Araki, JMPS, 48, 2035-2056, 2000 5) Zhang and Jiang, Int. J. Plasticity, 21, 2174-2190, 2005 6) Kobayashi, Uetani, and Mikami, Key Engineering Materials 340-341, 1411-1416, 2007 7) Kobayashi and Uetani, Proceedings of the 22nd ICTAM, 11691, 2008

## 2. 研究の目的

本研究では、繰り返しねじれを受ける薄肉円筒部材に対して、対称限界理論を応用することにより、歪の不均一化が起こる臨界点を予測する理論を構築し、それに基づく、数値解析法を提示し、数値解析プログラムの開発までを行う。実施する研究項目は以下の通りである。

### (1) シェイクダウン領域における限界予測理論の荷重制御問題への拡張

文献 1) において、シェイクダウン領域について、歪の不均一化の発生限界の予測理論を構築しているが、これを、荷重制御载荷で行う場合に対して拡張する。

(2) 交番塑性領域に対する理論の拡張一般化  
(1)の限界予測理論を、交番塑性領域に対して拡張し、理論に基づく数値解析法を提示する。

### (3) 有限要素法の適用による理論解の提示

(1), (2)の限界予測理論に基づいて、2次元有限要素法で離散化したモデルについての理論解を求め、**Internal Buckling** に類似した変形モードとなることを示す。シェイクダウン領域については、変位制御载荷と荷重制御载荷の解の比較も行う。

### (4) 履歴挙動数値解析の実施

(3)の理論解を求めた離散化モデルと同一モデルの履歴挙動数値解析を実施する。(3)で求めた変形モードが、実際にどのような現象となって現れるかを明らかにする。

### (5) **Internal Buckling** の有限要素法解析の実施

**Biot** の **Internal Buckling** 理論は、固有値問題の特解の提示に止まっており、現象の詳細を十分に解明しているとは言えない。本研究の円筒部材の歪の不均一化の解明には、まず **Internal Buckling** の詳細の解明が必要である。そこで、2次元有限要素法を適用し、固有値問題の解析、不整を与えたモデルの解析を行い、実際の現象の詳細、固有値問題の解との対応を明らかにする。

参考文献 1) Kobayashi, Uetani, and Mikami, Key Engineering Materials 340-341, 1411-1416, 2007

## 3. 研究の方法

### (1) シェイクダウン領域における理論の荷重制御問題への拡張と数値解析プログラムの開発

文献 1) において、シェイクダウン領域について、歪の不均一化の発生限界の予測理論を構築しているが、これを、荷重制御载荷で行う場合に対して拡張する。これに基づいて、円筒部材を一様応力2次元有限要素で離散化したモデルに対する、荷重制御载荷における歪不均一性発生限界の数値解析プログラムを開発する。

### (2) 2次元有限要素モデルに対する理論解の実施

(1)で開発した数値解析プログラムを使用して、シェイクダウン領域における理論解を実施する。さらに、同一のモデルについて、単調ねじれ载荷に対する分岐点解析を行い、結果を比較し、繰り返し载荷時と単調载荷時

の性状の違いを明らかにする。

### (3) 履歴挙動数値解析の実施

(2)で理論解を求めた2次元有限要素モデルと同一のモデルについて、文献2)で開発した増分摂動法に基づく高精度の弾塑性数値解析プログラムを用いて、履歴挙動を追跡する。これにより、低次モードほど波長が短い特有の分岐現象の履歴挙動の詳細を解明し、(2)で求めた歪不均一化の理論予測解を検証する。

### (4) Internal Buckling の有限要素法解析の実施

Biot の Internal Buckling の問題(剛体に囲まれた弾性体に一様な圧縮変形を作用させる)を解析する。平面歪2次元連続体を一様応力2次元有限要素で離散化したモデルを対象とする。基本経路の分岐点解析、不整を与えたときの経路の追跡を行い、現象の詳細を解明し、この現象からの類推により、本研究課題である、繰返しねじれ変形の下での円筒部材の歪の不均一化の問題の解明に役立つ。

### (5) 交番塑性領域に対する理論の拡張と数値解析プログラムの開発

#### ①基礎理論

交番塑性領域に対しては、構成則を陽な形で導くことができないため、シェイクダウン領域とは理論の展開が全く異なる。文献3)の交番塑性領域における対称限界理論を応用して、この円筒部材の問題について、定常状態経路の分岐点として予測する理論を展開する。

#### ②離散化モデルの導入による数値解析法の提示

円筒部材に有限要素法等の離散化法を適用したモデルに対して、理論を展開し、それに基づいて、交番塑性領域における円筒部材の歪の不均一性の発生限界を予測することのできる、具体的な数値解析法を提示する。これにより、円筒部材を一様応力2次元有限要素としたモデルに対する、数値解析プログラムを開発する。

参考文献 1) Kobayashi, Uetani, and Mikami, Key Engineering Materials 340-341, 1411-1416, 2007 2) 小林、上谷、建築学会大会梗概集、構造I、385-386、2005 3) Uetani and Kobayashi, Proceedings of ICASS' 05 Vol.2, 1527-1532, 2005

## 4. 研究成果

(1) シェイクダウン領域における理論の荷重制御問題への拡張と数値解析プログラムの開発

の開発

図1に示すように、薄肉円筒部材について、母線に沿って切り開き、切断面の境界条件を考慮して、平面応力状態にある2次元連続体としてみなす。モデルの構成材料は完全弾塑性体とする。図1に示すように、上端について、節点間の相対変位が起こらないような拘束を保ちながら、軸方向に一定圧縮荷重を作用させる。円周方向には完全両振り繰返しねじり変形を作用させる。

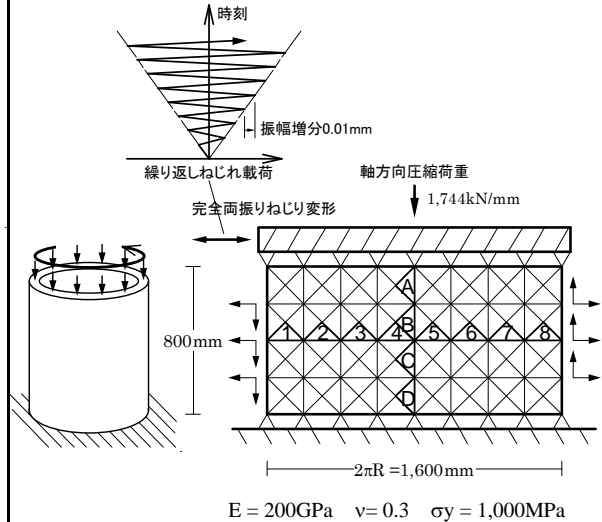


図1 解析モデルと荷重プログラム

文献1)と同様の方法に従って、このような薄肉円筒部材モデルに、歪の非一様化が起こる臨界点を予測する理論を展開する。繰返しねじれ荷重について、連続的に振幅が増加し、各振幅段階で定常化するまで荷重を繰返す特別な荷重プログラムを考える。一つの定常状態が一つの点で表される空間内でこの荷重プログラムの下で連続的に生成される定常状態列を表す曲線を定常状態経路と言う。歪の非一様化が起こる臨界点を定常状態経路の分岐点として予測する。各振幅段階における定常状態に着目した定式化を行い、荷重振幅に関する変化率方程式を誘導し次式を得る。

$$\mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{F} \quad (4.1.1)$$

$\mathbf{U}$  は未知変位からなるベクトルであり、 $\mathbf{F}$  は指定強制変位による項である。(4.1.1)式は自明解として歪が一様な変化率解を持つ。歪が一様でない定常状態への移行は、(4.1.1)式が余解を持つことに対応し、剛性行列  $\mathbf{K}$  の特異性により特徴づけられる。

したがって、次の手順により、歪の非一様化が起こる臨界点を予測する。まず、基本経路に相当する、歪が一様な定常状態列を定式化して求める。次に、円筒部材を一様応力2次元有限要素で離散化したモデルに対して、基本経路に沿って、(4.1.1)式の剛性行列  $\mathbf{K}$

の固有値を解析し、最小固有値が負となる定常状態を歪の非一様化が起こる臨界点とする。そのための数値解析プログラムを開発する。

### (2) 2次元有限要素モデルに対する理論解析の実施

(1)で開発した数値解析プログラムにより、図1に示す、形状、材料定数を持つ円筒部材モデルについて、図中に示した軸圧縮力に対して、歪の非一様化の予測解を求める。

本モデルでは、全要素の降伏時に、Kの18次の固有値までが負となり、多重分岐点となる。固有モードのいくつかを図2に示す。本モデルは、文献1)の軸方向载荷を一定強制変位としたときの解析例と同一で、軸圧縮力も、対応する値としている。分岐モードは、文献1)の解析例とほぼ同様の形状であり、低次モードほど波長が短く、BiotのInternal bucklingと同様の性状を示している。したがって、分岐点の性状は、軸方向载荷を一定強制変位としたときとほぼ同様であることがわかる。

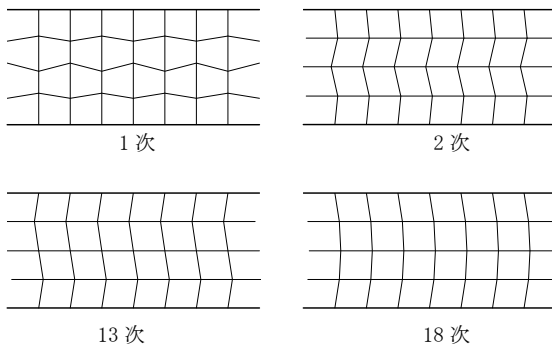


図2 定常状態経路の分岐モード

### (3) 履歴挙動数値解析の実施

図1に示すように、(2)で理論解を求めた2次元有限要素モデルと同一のモデルに対して、円周方向のねじり载荷について、半サイクル毎に振幅が増加する完全両振りねじり変形を作用させる。また、上端の変位拘束に対してわずかの不整を与える。Case1では、節点一つ置きに計4つの節点を、Case2では、中央の節点のみ、0.005mmだけ他の節点より下向きに変位させた状態で拘束する。このような载荷プログラムに対して、Taylor展開の第5項まで採用した増分摂動法<sup>2)</sup>により、履歴挙動を追跡する。

図1に示した軸方向に並ぶA、B、C、Dの4つの要素の軸方向歪及びせん断歪のねじり振幅の増加に対する推移を図3に示す。弾性範囲では歪分布はほぼ一様で、振幅が1.4mm付近で全要素が降伏する。振幅1.6mm付近から、せん断歪が、4つの要素の間でばらつき

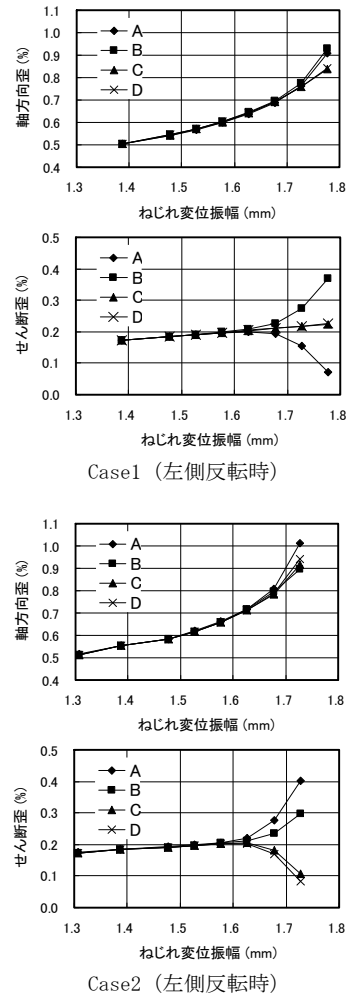


図3 軸方向歪及びせん断歪の推移

始め、その後、急激にばらつきが増大し、軸方向歪も、振幅1.7mm付近から、ばらつきが増大している。また、Case1とCase2で、特にせん断歪について、ばらつきの状況が異なっており、Case1ではA、Bの2つの要素で、Case2では4つの要素とも、急激な変化が起こっている。また、ねじり変形を単調に一方方向に作用させた時の解析も行った。単調载荷時には、歪のばらつきの増大は見られなかった。図1の円周方向に並ぶ1~8の8つの要素間にも、歪のばらつきの増大は見られなかった。

振幅1.78mmにおける反転点の変形について、初期不整を与えない場合の様な変形成分を除いたものを、図4に示した。Case1とCase2では、変形モードが異なっており、上述の歪のばらつきの状況の違いは、これと対応していることがわかる。したがって、履歴挙動性状については、文献3)の強制変位としたときの解析結果と大きく異なり、初期不整の与え方により、歪のばらつきの増大を引き起こす変形モードの違いが生じる結果とな

った。

さらに、(2)の図2に示した理論解析の分岐モードと比較すると、Case2では最も高次のモードに対応し、Case1では2次と13次の2つを重ね合わせたようなモードとなっていることがわかる。

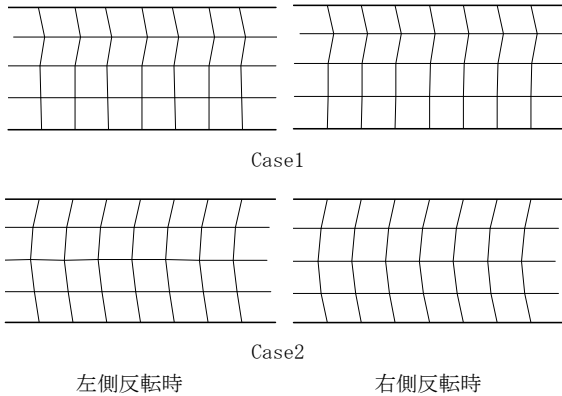


図4 変形図（一様な変形成分との差）：  
振幅 1.78mm

#### (4) Internal Buckling の有限要素法解析の実施

図5に示すように、四辺を滑らかな剛体に囲まれ平面ひずみ状態にある2次元連続体を考える。これの1辺に圧縮方向の強制変位を加えることにより起こる、座屈現象を、Biotは、Internal Bucklingと名付けた。文献4)において、Biotは、これに対する解析解を導いたが、本研究では、有限要素法で解析する。CST要素で離散化近似する。モデルを構成する材料は等方線形弾性体であり、材料定数を同図に示す。

短辺の一つに圧縮方向の強制変位を加えると、一様応力の下で変形が進行し、強制変位の増加とともに、剛性行列の固有値が次々零になる。図6に3次までの固有モードを示す。これらのモードで不均一な変形が生じると予測される。これらに対応する座屈荷重は近接しており、有限領域の塑性化等、剛性が

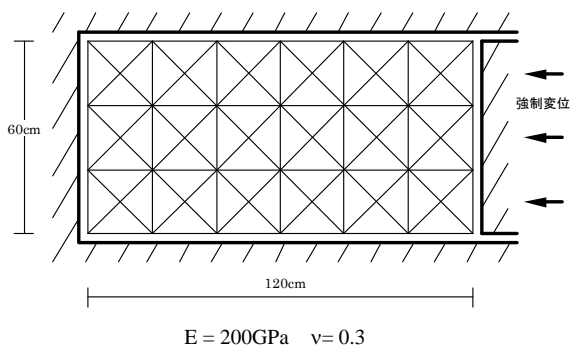


図5 Internal Buckling 解析モデル

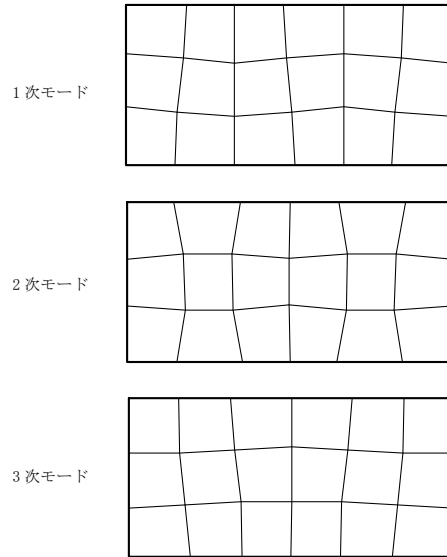


図6 固有モード

不連続に変化する場合、いくつかの固有値が同時に負になる状態も容易に起こり得る。Biotの理論によれば、加力方向は波長が短いほど横方向は波長が長いほど座屈荷重は小さく、本解析でも同様の傾向が見られる。

これに対して、同モデルについて、不整を与えたときの経路の追跡をいくつか行ったが、基本経路に近い経路を辿ってしまい、分岐モードは容易に現れない結果となった。

#### (5) 交番塑性領域に対する理論の拡張と数値解析プログラムの開発

既往のシェイクダウン領域における円筒面内変形分岐現象による歪の非一様化の予測理論を、交番塑性領域に対して拡張した。交番塑性領域に対しては、定常状態の連続的な変化（定常状態経路という）を追跡するための構成則を陽な形で導けないため、文献5)の交番塑性領域における定常状態経路解析の理論を応用する。すなわち、交番塑性領域においては、定常状態経路の増分解析は、最終的に反転時残留塑性歪変化率の方程式に帰着される。この方程式の自明解として、基本経路（歪分布が一様な定常状態列）の増分解析が求まる。また、この方程式が余解を持つ条件として分岐点（歪分布が一様でない定常状態への移行が可能となる定常状態）条件が誘導される。

有限要素法等の離散化解法を導入し、上述の基礎理論に基づき、歪の非一様化の予測のための、具体的な数値解析法を提示した。更に、離散化法として、一様応力2次元有限要素法を採用し、数値解析プログラムの開発に取り組み、ほぼ完成させた。

参考文献 1) Kobayashi, Uetani, and

Mikami, Key Engineering Materials 340-341, 1411-1416, 2007 2) 小林、上谷、建築学会大会梗概集、構造 I、385-386、2005 3) 小林、上谷、建築学会大会梗概集、構造 I、391-392、2009 4) Biot, Proc. Roy. Soc. A, 273, 306-328, 1963 5) Uetani and Kobayashi, Proceedings of ICASS ' 05 Vol.2, 1527-1532, 2005

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 2 件)

- ① Kobayashi, M. and K. Uetani, Hysteretic behavior of occurrence of strain nonuniformity in thin-walled cylinders subjected to cyclic torsion, analogous to internal buckling, XXIII International Congress of Theoretical and Applied Mechanics CD-ROM Proceedings, 査読有, 2012, SM14-031
- ② Kobayashi, M. and K. Uetani, Occurrence of strain nonuniformity in thin-walled cylinders subjected to constant axial compressive force and cyclic torsion, Material Research Innovations, 査読有, VOL.15 SUPPL.1, 2011, S201-S204

[学会発表] (計 3 件)

- ① 小林正実、上谷宏二、軸力ねじり複合繰り返し加力材料試験において生じる Internal Buckling と類似した歪の非一様化、第 60 回理論応用力学講演会、2011、東京
- ② 小林正実、上谷宏二、一定軸圧縮荷重と繰り返しねじれ変形を受ける薄肉円筒部材における歪の非一様化現象の履歴挙動解析、日本建築学会大会(北陸)、2010、富山
- ③ 小林正実、上谷宏二、軸力ねじり複合繰り返し加力材料試験における円筒面内変形分岐挙動の予測理論、第 54 回材料工学連合講演会、2010、京都

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

○取得状況 (計 0 件)

[その他]

なし

6. 研究組織

(1) 研究代表者

小林 正実 (KOBAYASHI MASAMI)

岡山理科大学・工学部・准教授

研究者番号：50186772

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし