

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成25年 5月20日現在

機関番号：11301

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2010～2012

課題番号：22700001

研究課題名（和文） 解の遷移可能性問題による停止しないシステムの実現

研究課題名（英文） A Study of Reconfiguration Problems to Develop Dynamic Systems

研究代表者

伊藤 健洋（ITO TAKEHIRO）

東北大学・大学院情報科学研究科・准教授

研究者番号：40431548

研究成果の概要（和文）：

本研究では、「解空間の連結性」を問う遷移可能性問題を研究した。特に、計算機科学の基礎的な問題である「ナップザック問題」と電力系統の配電融通問題に応用がある「需要と供給のグラフ分割問題」に対する遷移可能性問題を扱い、その計算困難性を明らかにし、さらに遷移方法を求める近似アルゴリズムを開発した。本研究で開発した近似アルゴリズムは、近似精度の観点からは最良である。

研究成果の概要（英文）：

In this research, we study problems of finding a step-by-step transformation between two feasible solutions of a problem such that all intermediate results are also feasible. In particular, we study such problems for knapsack problem, which is one of the most fundamental problems in theoretical computer science, and for graph partitioning problem with supply and demand, which has some applications to power delivery network. We first analyzed the computational hardness of these problems, and then gave approximation algorithms. Our approximation algorithms are best possible from the viewpoint of approximation ratio.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2010年度	1,100,000	330,000	1,430,000
2011年度	900,000	270,000	1,170,000
2012年度	800,000	240,000	1,040,000
年度			
年度			
総計	2,800,000	840,000	3,640,000

研究分野：アルゴリズム

科研費の分科・細目：情報学・情報学基礎

キーワード：アルゴリズム理論

1. 研究開始当初の背景

様々な実用上の問題は、点とそれらを結ぶ辺からなる“グラフ”に関する組合せ最適化問題として定式化することができ、多くのアルゴリズムが開発されている。例えば、電力網の構造をグラフで表現し、停電が起きない

ような配電法があるかどうか判定し、もしあればその1つを求める問題は、需要と供給のグラフ分割問題として研究されてきた。

むろん、初めてシステムを稼働させる場合には、上記で求めた1つの解（配電法）を実現させればよい。しかし現実には、システム

は既に稼働しており、状況に応じて異なる配電法が望まれる。このとき、配電法を「段階的に」かつ「停電を起こさずに」所望のものに遷移させたい。このように解を段階的に遷移させる問題は、遷移可能性問題と呼ばれる。

このような遷移可能性問題は、近年急速に研究され始めた分野である。特に、計算機科学において最も基礎的な問題である SAT、点被覆、独立点集合、整数計画等に対する遷移可能性問題の計算複雑性や近似不可能性が研究されている。しかし、これら既存の論文の多くは、困難性を示すことに主眼があり、具体的な遷移方法を求めるアルゴリズムはわずかしか与えられていなかった。

2. 研究の目的

本研究では、具体的な遷移方法を求めるアルゴリズムを開発することで、サービス停止が起こらないシステムの実現への基盤確立を目指す。特に本研究では、ナップザック問題、需要と供給のグラフ分割問題に対する遷移可能性問題を研究し、具体的な遷移を求めるアルゴリズムを開発する。

需要と供給のグラフ分割問題は、計算機科学の基礎的な問題である（多重）ナップザック問題の一般化である。そこで本研究では、まずナップザック問題に対する遷移可能性問題を扱う。特に、ナップザックの遷移可能性問題に対し、多項式時間近似スキーム (PTAS) と呼ばれる近似アルゴリズムを開発する。多項式時間近似スキームは、近似解の精度をアルゴリズムの使用者が任意に指定できるという点で最良の近似アルゴリズムと言われている。

次に、ナップザックの遷移可能性問題に対する近似スキームの手法を拡張することで、需要と供給のグラフ分割問題に対する遷移可能性問題に対しても、多項式時間近似スキームを与える。

また、これらの手法を一般化することで、遷移可能性問題という新しい枠組に汎用性のあるアルゴリズム開発手法を与える。

3. 研究の方法

従来のナップザック問題における近似アルゴリズムは、まず部分的に候補解を求め、それらを組み合わせることで、全体の解を1つ計算している。この手法のポイントは、精度の良い近似解に発展しそうな候補解のみを計算することであり、それによって候補解の指数爆発を防ぎ、高速な（多項式時間の）近似アルゴリズムを与えている。

しかし、解空間の連結性を問う遷移可能性問題では、そのような手法は使えない。従来は計算する必要のなかった精度の悪い候補解であっても、遷移するためには必要になることがあるからである。そこで本研究では、

「連結性」の観点から解空間を特徴づけることから始める。具体的には、計算機実験等を通じて、連結性を保ったまま候補解の指数爆発を防ぐためには、どのように解空間を限定すれば良いか考察する。主となるアイデアは、解空間そのものを連結性が保持できる範囲で近似することである。

需要と供給のグラフ分割問題は、ナップザック問題にグラフ構造（電力網の構造）を導入した問題である。そこで、ナップザックの遷移可能性問題で得られた手法を拡張することで、近似アルゴリズムの開発を目指す。しかし、需要と供給のグラフ分割の遷移可能性問題は PSPACE 完全であり、ナップザックの遷移可能性問題は強 NP 困難であるため、単純に手法を拡張することは難しいであろう。そこで本研究では、まずグラフ構造が解空間へ与える影響を計算機実験等で考察し、それらを基にアルゴリズムの開発を行う。

4. 研究成果

ナップザックの遷移可能性問題に対しては、部分集合和問題と呼ばれるナップザック問題の特殊なケースに対して、次のような結果を得た。

まず、部分集合和問題に対する遷移可能性問題が強 NP 困難であり、擬多項式時間でさえ解けそうにない事を示した。また、同時にナップザックに入れることができないアイテム対の集合が与えられたとき、この問題は PSPACE 完全であり、また APX 困難であることを示した。これにより、このような一般化された問題では、多項式時間近似スキームを与えることが難しいことが示された。これらの計算困難性および近似困難性の結果は、ナップザック問題の遷移可能性問題に対しても全て成立する。

一方で、部分集合和問題の遷移可能性問題に対して、多項式時間近似スキームを開発した。この問題は強 NP 困難であることから、多項式時間近似スキームはある意味で最良の近似アルゴリズムといえる。様々な遷移可能性問題が今までに研究されているが、多項式時間近似スキームを与えたのは本研究が初めてである。

また、需要と供給のグラフ分割の遷移可能性問題に対し、次の結果を与えた。まず、この問題の計算困難性を、従来よりもタイトに解析することができた。すなわち、グラフにたった2個の供給点しかなく、さらにその供給量の最大値に制限があったとしても、需要と供給のグラフ分割の遷移可能性問題は NP 困難であることを示した。したがって、このような限定された場合に対しても、この問題は多項式時間で解くことが難しいといえる。そこで、本研究では近似のアプローチを取り、この限定された場合に対し、多項式時間近似

スキームを与えた。さらに本研究では、これらの限定がない場合には、この遷移可能性問題が APX 困難であることを示しており、すなわち多項式時間近似スキームが存在しそうなことを証明している。この意味で、近似困難性・容易性の詳細な解析を与えたと言える。

さらに、グラフ彩色問題に対する遷移可能性問題に関する研究が、本研究の実施中に急速に進んできたため、本課題でもアルゴリズム手法の開発をさらに発展させるために研究を行った。L(2, 1)ラベリングの遷移可能性問題は、無線 LAN の周波数割当の遷移等に応用が見込まれる。本研究では、L(2, 1)ラベリングに使用されるラベル数に基づき、計算困難性の解析を行った。その結果、たった 7 個のラベルに限定しても、この遷移可能性問題が PSPACE 完全であることを証明した。一方で、5 個以下のラベルであれば、どんなグラフに対しても線形時間で高速に解けることを示した。また、グラフ構造を限定した場合、遷移に十分なラベル数を与えた。すなわち、解空間が連結であるための十分条件を与えた。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 9 件)

1. Takehiro Ito and Erik D. Demaine, “Approximability of the Subset Sum Reconfiguration Problem,” *Journal of Combinatorial Optimization*, 採録決定済。(査読有) 発行時期未定.
DOI : 10.1007/s10878-012-9562-z
2. Kei Uchizawa, Takanori Aoki, Takehiro Ito, Akira Suzuki and Xiao Zhou, “On the Rainbow Connectivity of Graphs: Complexity and FPT Algorithms,” *Algorithmica*, 採録決定済。(査読有) 発行時期未定.
3. Takehiro Ito, Takuya Hara, Xiao Zhou and Takao Nishizeki, “Minimum Cost Partitions of Trees with Supply and Demand,” *Algorithmica*, Vol. 64, pp. 400-415, 2012. (査読有)
DOI: 10.1007/s00453-011-9573-7
4. Takehiro Ito, Marcin Kamiński and Erik D. Demaine, “Reconfiguration of List Edge-Colorings in a Graph,” *Discrete Applied Mathematics*, Vol. 160, pp. 2199-2207, 2012. (査読有)
DOI: 10.1016/j.dam.2012.05.014

5. Takehiro Ito, Takao Nishizeki, Michael Schröder, Takeaki Uno and Xiao Zhou, “Partitioning a Weighted Tree into Subtrees with Weights in a Given Range,” *Algorithmica*, Vol. 62, pp. 823-841, 2012. (査読有)
DOI: 10.1007/s00453-010-9485-y
 6. Takehiro Ito, Kazuto Kawamura and Xiao Zhou, “An Improved Sufficient Condition for Reconfiguration of List Edge-Colorings in a Tree,” *IEICE Trans. on Information and Systems*, Vol. E95-D, pp. 737-745, 2012. (査読有)
DOI: 10.1587/transinf.E95.D.737
 7. Takehiro Ito, Marcin Kamiński, Daniël Paulusma and Dimitrios M. Thilikos, “Parameterizing Cut Sets in a Graph by the Number of Their Components,” *Theoretical Computer Science*, Vol. 412, pp. 6340-6350, 2011. (査読有)
DOI: 10.1016/j.tcs.2011.07.005
 8. Takehiro Ito, Marcin Kamiński, Daniël Paulusma and Dimitrios M. Thilikos, “On Disconnected Cuts and Separators,” *Discrete Applied Mathematics*, Vol. 159, pp. 1345-1351, 2011. (査読有)
DOI: 10.1016/j.dam.2011.04.027
 9. Takehiro Ito, Erik D. Demaine, Nicholas J. A. Harvey, Christos H. Papadimitriou, Martha Sideri, Ryuhei Uehara and Yushi Uno, “On the Complexity of Reconfiguration Problems,” *Theoretical Computer Science*, Vol. 412, pp. 1054-1065, 2011. (査読有)
DOI: 10.1016/j.tcs.2010.12.005
- [学会発表] (計 6 件)
1. Kei Uchizawa, Takanori Aoki, Takehiro Ito and Xiao Zhou, “Generalized Rainbow Connectivity of Graphs,” The 7th International Workshop on Algorithms and Computation (WALCOM 2013), 2013 年 2 月 15 日, インド・Kharagpur.
 2. Takehiro Ito, Kazuto Kawamura, Hirotaka Ono and Xiao Zhou, “Reconfiguration of List L(2, 1)-Labelings in a Graph,” The 23rd Annual International Symposium

on Algorithms and Computation (ISAAC 2012), 2012年12月19日, 台湾・台北.

3. Kei Uchizawa, Takanori Aoki, Takehiro Ito, Akira Suzuki and Xiao Zhou, “On the Rainbow Connectivity of Graphs: Complexity and FPT Algorithms,” The 17th Annual International Computing and Combinatorics Conference (COCOON 2011), 2011年8月14日, アメリカ・ダラス.
4. Takehiro Ito, Kazuto Kawamura and Xiao Zhou, “An Improved Sufficient Condition for Reconfiguration of List Edge-Colorings in a Tree,” The 8th Annual Conference on Theory and Applications of Models of Computation (TAMC 2011), 2011年5月23日, 東京.
5. Takehiro Ito and Erik D. Demaine, “Approximability of the Subset Sum Reconfiguration Problem,” The 8th Annual Conference on Theory and Applications of Models of Computation (TAMC 2011), 2011年5月23日, 東京.
6. Takehiro Ito, Takuya Hara, Xiao Zhou and Takao Nishizeki, “Minimum Cost Partitions of Trees with Supply and Demand,” The 21st Annual International Symposium on Algorithms and Computation (ISAAC 2010), 2010年12月17日, 韓国・濟州島.

[その他]

ホームページ等

<http://www.ecei.tohoku.ac.jp/alg/take/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

伊藤 健洋 (I T O T A K E H I R O)
東北大学・大学院情報科学研究科・准教授
研究者番号：40431548