

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 2 日現在

機関番号：32689

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2010～2013

課題番号：22700291

研究課題名(和文) 時系列データ解析におけるノンパラメトリック手法の研究

研究課題名(英文) Research on the nonparametric methods in time series analysis

研究代表者

小方 浩明(Ogata, Hiroaki)

早稲田大学・国際教養学術院・助教

研究者番号：30454086

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,000,000円、(間接経費) 900,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、経験尤度比法、分位点マッチング法などのさまざまなノンパラメトリックな手法を時系列モデルの推定問題に適用し、興味のある指標の推定を行った。扱った時系列モデル並びに確率分布は、非正規多次元線形過程、局所定常過程、安定分布、楕円型分布など、多岐にわたる。応用例として、資産運用の最適ポートフォリオ推定などが考察された。

研究成果の概要(英文)：In this research, the various nonparametric methods, such as empirical likelihood ratio, quantile matching were used to estimate the quantity of interest in the time series models. The considered time series models and probability distributions were multivariate non-Gaussian linear process, locally stationary process, stable distribution, elliptical distribution, etc. Practical applications, such as optimal portfolio estimation problem, were also considered.

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：情報学・統計科学

キーワード：時系列解析 経験尤度 分位点

### 1. 研究開始当初の背景

統計的推測問題において、得られるデータがある母数で記述できる特定の確率分布族に従っているという仮定を置き、その母数を推定するというパラメトリックなアプローチがある一方、そういった特定の確率分布族を仮定しない、ノンパラメトリックなアプローチも存在する。仮定した確率分布族が正しければ前者は後者のアプローチよりも効率的な推定結果を得られるが、その仮定が正しくなければ得られた推定結果は信頼性の乏しいものになってしまう。これこそがノンパラメトリックなアプローチの存在意義である。

研究開始当初、研究代表者はそのようなノンパラメトリックなアプローチの一つである経験尤度法を研究していた。これは非母数的な尤度を定義し、その尤度比が漸近的にカイ2乗分布に従うという、従来のパラメトリックな尤度比検定と同じ漸近分布に従うことを示した画期的なものであり、近年、数理統計学系のみならず経済学系の雑誌にも散見されるトピックであった。しかしその経験尤度法を用いた研究は、データ同士に相関はなく、かつデータは全て同じ確率分布に従うという独立同一分布(i.i.d.)の設定のもとでなされてきたものが多い。そこで研究代表者は、この方法を時系列データに対して適用することを研究の目的として設定した。時系列データでは、一般に過去の値が現在・未来の値に影響をおよぼすことを想定しているため、i.i.d.の設定を含んださらに一般的な設定であるといえる。

### 2. 研究の目的

研究当初の主な研究目的は以下である。

#### (1) 裾の重い分布を持つ時系列モデルに対する経験尤度法

一般的に時系列モデルには、ある程度の次数までモーメントが存在するという仮定を課すことが多い。ところが、実際の多くのデータ、例えば経済データなどでは、高次のモーメントまで存在しない、換言すれば、平均から遠く離れた値をとる確率が比較的高いような、いわゆる「裾の重い」分布に従うことが経験的に知られており、このような分布に対する解析が求められている。裾の重い分布は、経済データの他にも、保険数理、通信トラフィックなどのデータ解析に応用されている。そこで研究代表者は、線形時系列モデルの攪乱項(時系列データを生成するランダムな要素の部分)に裾の重い分布を持つようなものに対して経験尤度比の方法を拡張していくことを研究目的とした。

#### (2) 経験尤度法による最適ポートフォリオ推測

資産の構成(ポートフォリオ)に関する研究は金融工学において近年盛んに行われている。

その内容は収益率過程をある確率モデルで記述し、適当に定義された効用関数を最大化(最小化)するように資産配分を決定するというものである。この問題においても、より現状を反映するように極めて一般的な時系列モデルを当てはめることを考える。また、収益率過程の分布構造や従属構造が有限母数モデルで記述できるという設定も現実問題ではしばしば受け入れ難いため、経験尤度法によるノンパラメトリックな方法を用いた最適ポートフォリオ推測を展開することを研究目的とした。

#### (3) 時系列モデルの変化点問題における経験尤度法

実データにおいて、その確率的構造が常に一定であるという仮定は自然でない。例えば経済・金融データ解析では、経済政策の変更や金融ショック等により、また自然現象・社会現象を対象とした統計解析でも、自然環境・社会環境の変化により、その確率構造は変化する。このような背景から変化点モデルに対する需要が高まり、様々な研究がなされてきたが、その多くがi.i.d.であったりパラメトリックな設定のもとで考えられている。そこで本研究では時系列モデルでの変化点問題において経験尤度法を適用し、その統計量の漸近的性質を明らかにすることによって変化点を推定していくことを研究目的とした。

### 3. 研究の方法

研究の目的で述べた項目ごとに記述する。

#### (1) 裾の重い分布を持つ時系列モデルに対する経験尤度法

時系列モデルとして一次元線形定常過程を考え、その攪乱項に裾の重い分布を仮定して経験尤度法を考察する。具体的には裾の重い分布として「安定分布」を考える。Kunitomo and Owada (2006) では確率変数がi.i.d.で安定分布に従うという設定のもと、その特性関数を推定関数として用い、経験尤度法によって漸近論を与えている。本研究ではその手法に倣い、時系列の設定での漸近論を導出する。周波数領域の話に持ち込めば時系列データもi.i.d.と同様に扱え、自然な拡張が可能である。漸近論が導出された後にはシミュレーションを行い、理論結果と整合するかどうかを確かめる。経済データは裾の重い分布に従うことが多いということが経験的に知られているため、株価や為替データなど、実際の経済データを用いた数値実験を行い実データの推測・予測なども行う。

#### (2) 経験尤度法による最適ポートフォリオ推測

ある時点における複数個の資産の収益率過程を多次元線形過程で記述し、最適なポートフォリオ係数を経験尤度法を用いて推定す

る。最適ポートフォリオの基本的な方法は効用関数を最大(最小)化することであるから、"効用関数の微分=0"と置くことにより推定関数が構築でき、経験尤度法の議論に持ち込める。

### (3) 時系列モデルの変化点問題における経験尤度法

経験尤度比検定統計量を用いて構造が変化した時点を検出する方法を提案する。まず、ある未知の変化点の前と後で異なった時系列モデルを与える。初めは最も基本的な設定である一次元線形定常過程で考える。時系列構造はスペクトル密度関数で表されるため、前半のモデルのスペクトル密度関数を  $f(\omega)$ 、後半のモデルのスペクトル密度関数を  $h(\omega)$  とし、 $H_0: f(\omega)=h(\omega)$  vs.  $H_0: f(\omega)\neq h(\omega)$  なる仮説検定問題を考え、経験尤度比検定統計量を定義する。その後、Ogata (2005) によって導出された周波数領域での経験尤度法を用い、帰無仮説  $H_0$  のもとでの検定統計量の漸近分布を導出し、変化点が存在するかどうかを検定する。また変化点があると判断されたときは変化点推定量を構成し、変化点の推定も行う。漸近理論を構築した後は、シミュレーションによりこの検定方法がうまく働くかどうかを確認する。また、株価データや為替データなどの実際の金融データを用いた数値実験も行う。

### 4. 研究成果

Ogata (2010) では、攪乱項が安定分布に従うような線形過程に対して、経験尤度法を適用してそのパラメータの推定量の漸近分布を与えた。Ogata (2013) では i.i.d. の多次元安定分布に従うような確率ベクトルに対して、経験特性関数と理論的特性関数をマッチングさせることにより推定関数を構築し、一般化経験尤度法を適用することで多次元安定分布のパラメータを推定した。Dominicy, Y., Ogata, H. and Veredas, D. (2013) では i.i.d. の多次元楕円型分布に従うような確率ベクトルに対して、分位点マッチング法によりそのパラメータの推定を行った。この論文では共分散に対応するパラメータについて情報を持つ分位点の関数を提供したことが大きな貢献である。この推定方法を世界 22 の市場データに対して適用し、「アメリカ地域」と「ヨーロッパ並びに中東地域」に高い相関が見られたことを確認した。上記のように、裾の重い分布に対するパラメータ推定法を提供してきたが、Ogata(2013) 並びに Dominicy, Y., Ogata, H. and Veredas, D. (2013) では i.i.d. データを仮定しているので、これらを時系列データの設定にして解析することが今後の課題と言える。時系列データへの拡張の第一歩として、Dominicy, Y., Hörmann, S., Ogata, H. and Veredas, D. (2013) では、S-mixing を仮定した定常過程のもとで、経験分位点が漸近正規性を持つこ

とを示している。Shiraishi et al. (2012) では、安定分布を資産のリターンに適用して、年金運用の最適ポートフォリオを考察した。ここでいう「最適」とは、ある一定期間後の額がある水準を下回るようなリスクを最小にするという意味である。資産の構成要素は「国内債券」、「海外債権」、「国内債券」、「国内株式」、「海外株式」、「キャッシュ」であり、「国内債券」に比重を置けば比較的安定した運用が見込めるという結果をシミュレーションによって得た。Ogata(2012a) では、対数収益率仮定を定常過程と想定し、一般化経験尤度法を用いてその最適ポートフォリオを推定する方法を提案した。ここでいう「最適」は、収益率の分散を最小にするような資産配分であると定義し、分散をスペクトルの言葉で表現し、周波数領域での一般化経験尤度法を適用した。また時系列データの変化点問題における研究では、スペクトルの言葉でモデルを記述し、周波数領域での経験尤度法による検定を提案したプレプリントもあるが、今後はこれを学術雑誌に掲載することが課題である。

### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 8 件)

- (1) Dominicy, Y., Ogata, H. and Veredas, D. (2013) Inference for vast dimensional elliptical distributions. *Computational Statistics*. **28**, Issue.4, 1853-1880. doi: 10.1007/s00180-012-0384-3 査読有
- (2) Ogata, H. (2013) Estimation for multivariate stable distributions with generalized empirical likelihood. *Journal of Econometrics*. **172**, Issue.2, 248-254. doi: 10.1016/j.jeconom.2012.08.017 査読有
- (3) Dominicy, Y., Hörmann, S., Ogata, H. and Veredas, D. (2013). On sample marginal quantiles for stationary processes. *Statistics and Probability Letters*. **83**, Issue.1, 28-36. doi:10.1016/j.spl.2012.07.016 査読有
- (4) Ogata, H. (2012a) Optimal portfolio estimation for dependent financial returns with generalized empirical likelihood. *Advances in Decision Sciences*. **2012**, Article ID 973173, 8pages. doi:10.1155/2012/973173 査読有
- (5) Ogata, H. (2012b) Estimation for non-Gaussian locally stationary processes with empirical likelihood

method. *Advances in Decision Sciences*. 2012, Article ID 704693, 22pages. doi:10.1155/2012/704693

査読有

- (6) Shiraishi, H., Ogata, H., Amano, T., Patilea, V., Veredas, D. and Taniguchi, M. (2012) Optimal portfolios with end-of-period target. *Advances in Decision Sciences*. 2012, Article ID 703465, 13pages. doi:10.1155/2012/703465  
査読有
- (7) Ogata, H. (2010). Empirical likelihood estimation for a class of stable processes. *Journal of the Japan Statistical Society* 40, No.2, 207-219. 査読有
- (8) Ogata, H. and Taniguchi, M. (2010). An empirical likelihood approach for non-Gaussian vector stationary processes and its application to minimum contrast estimation. *Australian and New Zealand Journal of Statistics*, 52, Issue.4, 451-468. doi:10.1111/j.1467-842X.2010.00585.x  
査読有

[学会発表](計 18 件)

- (1) Ogata, H. Consideration on a measure of dependence. Workshop on Statistics for High-dimensional and Dependent Data, 2014年3月21日, National Taiwan University, 台北, 台湾.
- (2) Ogata, H. Consideration on a serial correlation. Nishi-Izu Seminar, 2014年3月6日, ふじやホテル, 静岡.
- (3) Ogata, H. Estimation of autocopula with estimating function approach. Waseda International Symposium on "Stable Process, Semimartingale, Finance & Pension Mathematics", 2014年3月3日, 早稲田大学, 東京.
- (4) Ogata, H. Estimation of autocopula. 7th International Conference on Computational and Financial Econometrics, 2013年12月14日, Senate House, University of London, ロンドン, イギリス.
- (5) Ogata, H. Consideration on a serial correlation. Symposium on Recent Advances in Statistical Theory and Applications for High Dimensional Data Analysis and Related Topics, 2013年9月7日, 小樽商科大学, 北海道.
- (6) Ogata, H. On sample marginal quantiles for stationary processes. Time Series Forum in Lake Kawaguchi, 2013年3月25日, 足和田ホテル, 山梨.
- (7) Ogata, H. Estimation of copulas for time series. Project Research Seminar on Financial and Pension Mathematics, 2012年12月19日, 早稲田大学, 東京.
- (8) Ogata, H. Marginal quantiles for stationary processes. Waseda Statistical Symposium on Time Series and Related Topics, 2012年7月5日, 早稲田大学, 東京.
- (9) Ogata, H. Frequency Domain Empirical Likelihood for Locally Stationary Processes. Seminar in Feng Chia University, 2012年5月4日, Feng Chia University, 台中, 台湾.
- (10) Ogata, H. Estimation with generalized empirical likelihood for multivariate stable distributions. The 2012 Taipei International Statistics Workshop, 2012年5月3日, National Taiwan University, 台北, 台湾.
- (11) Ogata, H. Joint estimation of copula and quantiles for time series - with estimating function approach -. Symposium on Statistics for Biomedical & Social Mathematical Sciences, 2012年3月3日, 早稲田大学, 東京.
- (12) Ogata, H. (Very) Fast estimation and testing for (very) large dimensional heavy-tailed elliptical distributions. 早稲田大学商学部金曜セミナー, 2012年1月13日, 早稲田大学, 東京.
- (13) Ogata, H. Modeling financial data with multivariate stable distributions. Project Research Seminar on Financial and Pension Mathematics, 2011年10月25日, 早稲田大学, 東京.
- (14) Ogata, H. Estimation for multivariate stable distributions. Workshop on Statistical Information in Inference and Its Related Topics, 2011年3月8日, 京都大学数理解析研究所, 京都.
- (15) Ogata, H. Estimation for multivariate stable distributions. Atami-Seminar, 2011年3月3日, 熱海ニューフジヤホテル, 静岡.
- (16) Ogata, H. Estimation for multivariate stable distributions with generalized empirical likelihood method. Symposium on Statistical Method, Theory, Application and Its Related Topics with Computer Aid, 2010年11月25日, 高知大学, 高知.

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

小方 浩明 (OGATA, Hiroaki)

早稲田大学・国際教養学術院・助教

研究者番号: 30454086