

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 13 日現在

機関番号：14701

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2010～2013

課題番号：22700296

研究課題名(和文) 推定関数推定量の最適ポートフォリオ等への応用

研究課題名(英文) Application of estimating function estimator to optimal portfolio and other models

研究代表者

天野 友之 (AMANO, Tomoyuki)

和歌山大学・経済学部・准教授

研究者番号：40514451

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,100,000円、(間接経費) 930,000円

研究成果の概要(和文)：推定関数推定量による統計推測はGodambe, Hansen等に創始され極めて種々の統計モデル問題に適用されてきた。本研究課題においてはこの推定関数推定量について主に次の研究成果を得た。(1)最適ポートフォリオ推定に推定関数推定量を用いその漸近正規性を示した。(2)非常に一般的な非線形時系列モデルであるCHARNモデルに推定関数推定量を適用し、それが有効性の意味で条件付最小2乗推定量より良いことと、その漸近有効性のため条件を導いた。

研究成果の概要(英文)：An estimating function estimator was founded by Godambe and Hansen and it has been applied to various statistical models. In this research, we mainly showed the following results about this estimator.

- (1) We applied the estimating function estimator to optimal portfolio estimation and derived its asymptotic normality.
- (2) We applied the estimating function estimator to CHARN model, which is very general model, and showed the estimating function estimator is better than the conditional least squares estimator in the sense of efficiency, and derived the condition that the estimating function estimator becomes asymptotically efficient.

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：情報学・統計科学

キーワード：推定関数推定量 条件付最小2乗推定量 漸近有効 LAN 最適ポートフォリオ CHARNモデル

## 1. 研究開始当初の背景

非線形時系列モデルの代表的な推定量として条件付最小 2 乗推定量がある。これはモデルの根底をなす核心過程の情報がいらず明示的な線形表現を持つために計算が簡易と言う利点がある。しかしながら一般的に漸近有効でない。このような観点から研究代表者はまず代表的な非線形時系列モデルである ARCH モデルの母数推定に条件付最小 2 乗推定量を用いその漸近有効性を調べた ([1])。そして漸近有効性のための必要十分条件が「過去の情報の元での条件付分散が一定」「核心過程が正規過程に従う」となる事を導いた。ARCH モデルは過去の情報によってその時点の分散が変動するように提案されたモデルであるので条件付分散が一定である事は極めて強い条件であり、条件付最小 2 乗推定量が ARCH モデルの母数推定に対してはほとんど漸近有効とならない事を示している。一方、条件付最小 2 乗推定量は非線形時系列モデルの基本的な推定量として多くの母数推定に用いられているので、これは条件付最小 2 乗推定量より有効性の良い(漸近分散の小さい)推定量の必要性を示している。研究代表者は Godambe [2] によって提案された推定関数推定量を非線形時系列モデルの母数推定に用いる事を考えた。この推定関数推定量の先行文献を調べてみると近年 [3] が自己回帰モデルの自己回帰係数がランダムな物で与えられる RCA モデル (Random Coefficient Autoregressive) と ARCH モデルの母数推定に推定関数推定量を用いていた。そして [3] は条件付最小 2 乗推定量と推定関数推定量の良さの数値解析による比較を単純なモデルである ARCH(1) と RCA(1) モデルについて行い推定関数推定量の方が良いと言う知見を得ていた。推定関数推定量は上述のように条件付最小 2 乗推定量より一般的に有効性が良い事が期待できるので研究代表者はより一般的な非線形時

系列モデルに対し理論的に推定関数推定量の方が条件付最小 2 乗推定量より良い事を示そうと考えた。そして [4] において ARCH モデルを更に一般化した GARCH モデルと、EXPAR, SETAR モデルを含む十分に広いクラスである NonlinearAR モデル、RCA モデルに対し推定関数推定量を構成し漸近正規性を示し、GARCH モデル、RCA モデルに対しては推定関数推定量の方が条件付最小 2 乗推定量より有効性が良いと言う事を示した。またこれらの有効性の一致のための必要十分条件はこれらのモデルの過去の情報のもとでの条件付分散が一定である事を導いた。しかしこれらのモデルは過去の情報によって現在の時点の分散が変動するように提案されたモデルであるのでこれは非常に厳しい条件であり、ほとんど推定関数推定量の方が条件付最小 2 乗推定量より良い事を示している。さらに NonlinearAR モデルに対してはこれらの推定量が一致すると言う興味深い結果を得た。これらの事より推定関数推定量の方が条件付最小 2 乗推定量より良い事が示されたので更に [4] では局所漸近正規性に基づくすなわち十分に広いクラスの中での推定関数推定量の漸近有効性について調べた。そしてこれらのモデルに対する推定関数推定量の漸近有効性のための必要十分条件は「モデルの根底をなす核心過程が正規過程に従う」事を示した。重要な事は経済時系列等、多くの分野において核心過程が正規過程に従う事は一般的に仮定されており、たったこれだけの条件で推定関数推定量が漸近有効となる事である。更に推定関数推定量は明示的な表現を持ち計算が簡易であるので非常に応用が期待できる。

## 2. 研究の目的

上述のように一般的な非線形時系列モデルに対し推定関数推定量は非常に良い推定量であり更にこの推定量は明示的な表現を持ち計算が簡易があるので応用が期待できる。

このような観点から次を本研究課題の主な目的とする。

(1) 近年、株価の低迷、年金の破綻危機等、ポートフォリオ構成が問題になってきている。特に統計的なポートフォリオ推定においては種々の問題が指摘されてきている。推定関数推定量は上述の様にその推測の良さと応用が期待できる。本研究課題ではこのポートフォリオ推定に推定関数推定量を導入する事を主な目的の一つとする。

(2) 上記においては代表的な非線形時系列モデルに対し推定関数推定量を用いてきた。近年、現在の観測値が過去の観測値の一般的な関数として表される CHARN モデルが提案されている。本研究課題においてはこの CHARN モデルへの推定関数推定量の適用とその漸近性質の導出を主な目的の一つとする。

### 3. 研究の方法

(1) 前述のように一般的な非線形時系列モデルに対しては推定関数推定量は代表的な推定量である条件付最小 2 乗推定量より有効性の良い推定法である事を示した。更に非線形時系列モデルに対しては、この推定量は明示的な表現により計算の簡易性を持ち漸近有効性のための必要十分条件が核心過程が正規過程に従うと言う事が得られた。これは極めて一般的で非常に緩い条件である。これらの研究からこの推定量は他の分野でも応用可能かつ有用である事が考えられる。近年、ポートフォリオ構成が問題になってきているのでこれに推定関数推定量を応用する。まず最適ポートフォリオ推定に推定関数推定量を構成し先行文献 [2][3][4] を中心に他の文献を参考かつ整理しながら漸近正規性を示す。またこれと平行して学会参加等をおし知見を得ながら研究を進めていく。

(2) 前述のように代表的な非線形時系列モデル (GARCH, RCA, Nonlinear AR) に対しては推定関数推定量の方が条件付最小 2 乗推定量より良い事が示せ、またその漸近有効性の条件も極めて一般的な物「核心過程が正規過程に従う」と言う事を導き出したので更に一般的な CHARN モデルに対しても推定関数推定量を用い同様の結果を示す。すなわちこのモデ

ルに対する推定関数推定量を [2][3][4] 等を参考に構成し、条件付最小 2 乗推定量より良い事を示す。漸近有効性については [5] においてこのモデルの局所漸近正規性における Fisher 情報行列、すなわち漸近分散の下限が出されているので推定関数推定量の漸近分散とこの下限を直接比較する。今までの研究からこれらはともに時間領域で書けるので直接比較する事が可能である。また漸近有効性の条件は「核心過程が正規過程に従う」となる事が期待できる。またこれと平行して学会参加等をおし知見を得ながら研究を進めていく。

#### <参考文献>

- [1] Amano, T. & Taniguchi, M. (2008) Asymptotic efficiency of conditional least squares estimators for ARCH models. *Statistics and Probability Letters*. 78, 179-185.
- [2] Godambe, V. P. (1985) The foundations of finite sample estimation in stochastic processes. *Biometrika*. 72, 419-428.
- [3] Chandra, S. A. & Taniguchi, M. (2001) Estimating functions for nonlinear time series models. *Ann. Inst. Statist. Math.* 53, 125-141.
- [4] Amano, T. (2009) Asymptotic efficiency of estimating function estimators for nonlinear time series models. *Journal of the Japan Statistical Society*. 39, 209-231.
- [5] Kato, H. & Taniguchi, M. & Honda, M. (2006) Multiplicatively Modulated Nonlinear Autoregressive Model and Its Applications to Biomedical Signal Analysis. *IEEE Trans. Signal Processing*. 54, 3414-3425.

### 4. 研究成果

本研究課題において次の主な研究成果を得た。

(1) 近年、金融工学、医学、工学等、そのデータの多くは非線形時系列モデルに従う事が知られているのでこの非線形時系列モ

デルの推定が重要であるが、この非線形時系列モデルの代表的な推定量として条件付最小2乗推定量がある。しかし、私は過去の研究においてGodambeとHansenによって創始された推定関数推定量を幾つかの代表的な非線形時系列モデルに用いこの推定量が条件付最小二乗推定量より精度の高い良い推定量である事を示しその漸近有効性のための条件も極めて緩い事を示した。このような利便性の高い推定関数推定量はあらゆる分野での有用性が考えられるので本研究課題においてはこれを最適ポートフォリオ推定に用いた。ここで最適ポートフォリオとは資産の最適な保有比率のことである。研究成果として推定関数推定量を用いた最適ポートフォリオ推定量を構成する事ができた。そしてこの推定量が正則条件のもと漸近正規性を持つ事を示した。ここで漸近正規性とは推定量が真の値に収束する事である。つまり推定関数推定量が最適ポートフォリオ推定に対しては推定量として用いる事ができる事が示された。

(2) 近年、金融、医学、工学など多くの分野において、得られたデータの特徴を満たすように多くの非線形時系列モデルが提案されてきている。その中でもHardleとTsybakov等によって提案されたCHARN(conditional heteroscedastic autoregressive nonlinear)モデルはExpARモデル、ARCHモデル、RCAモデルなど多くの代表的な非線形時系列モデルを含む極めて一般的な非線形時系列モデルである。このCHARNモデルは非常に一般的なモデルであるために多くの実データのモデルとして適用が期待できるためその解析は重要である。近年、このCHARNモデルに対し推定関数推定量が適用されその漸近正規性(つまり推定関数推定量が推定量として妥当)が示された。更に数値解析によるその精度検証も報告された。しかしながら理論的にその精度の良さについては報告されていないので研究代表者は本研究課題において推定関数推定量と、非線形時系列モデルの代表的な推定量である条件付最小2乗推定量の精度比較を漸近分散比較により理論的に行った。そして研究成果として、推定関数推定量の方が条件付最小2乗推定量より精度の高い推定量であることを示した。更に推定関数推定量の漸近有効性の条件を調べそれが極めて一般的で緩い事を示した。CHARNモデルは極めて一般的な非線形時系列モデルであるためにあらゆる時系列データのモデルとして仮定できるので本結果はその推定量として推定関数推定量が良い推定量であることを示した非常に重要な結果である。

##### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者に

は下線)

(雑誌論文)(計 7件)

Tomoyuki Amano, Asymptotic Optimality of Estimating Function Estimator for CHARN Model, *Advances in Decision Sciences*, 査読有, Vol. 2012, 2012, Article ID 515494.

Tomoyuki Amano, Analysis of Portmanteau Test, *The Wakayama Economic Review*, 査読無, Vol.367, 2012, pp.19-32.

Tomoyuki Amano, Analysis of CL and Estimating Function Estimators for Financial Time Series Models, *Advances in science, technology and environmentology*, 査読有, Vol.B8, 2012, pp.57-65.

Hiroshi Shiraishi, Hiroaki Ogata, Tomoyuki Amano, Valentin Patilea, David Veredas, Masanobu Taniguchi, Optimal portfolios with end-of-period target, *Advances in Decision Sciences*, 査読有, Vol. 2012, 2012, Article ID 703465.

Tomoyuki Amano, Tsuyoshi Kato, Masanobu Taniguchi, Statistical Estimation for CAPM with Long-Memory Dependence, *Advances in Decision Sciences*, 査読有, Vol. 2012, 2012, Article ID 571034.

Tomoyuki Amano, Masanobu Taniguchi, Control variate method for stationary processes, *Journal of Econometrics*, 査読有, Vol.165, No. 1, 2011, pp.20-29.

Tomohito Naito, Kohei Asai, Tomoyuki Amano, Masanobu Taniguchi, Local Whittle Likelihood Estimators and Tests for non-Gaussian Linear Processes, *Statistical Inference for Stochastic Processes*, 査読有, Vol.13, No. 3, 2010, pp.163-174.

〔学会発表〕(計 14 件)

天野 友之, 加藤 敢, 谷口 正信, Statistical estimation for CAPM with long-memory dependence, CFE2013, 2013年12月14日, University of London (UK).

天野 友之, 谷口 正信, Control variate method for stationary processes, Time Series Forum in Lake Kawaguchi, 2013年3月25日, 河口湖.

天野 友之, Analysis of CL and estimating function estimators for financial time series models, 早稲田大学理工学研究所プロジェクト研究「金融数理および年金数理研究」セミナー, 2012年10月30日, 早稲田大学.

天野 友之, Analysis of CL and Estimating Function Estimators for Financial Time Series Models, 統計科学における深化と横断の展開, 2012年10月24日, 松江テルサ.

天野 友之, Estimating function estimator for financial time series models, Waseda Statistical Symposium on Time Series and Related Topics---A Satellite Meeting of IMS-APRM 2012---, 2012年7月7日, 早稲田大学.

天野 友之, 谷口 正信, Control Variate Method for Stationary Processes, 逢甲大学統計系專題演講, 2012年5月4日, Feng Chia University (Taiwan).

天野 友之, Estimating function estimator for financial time series models, The 2012 Taipei International Statistics Workshop, 2012年5月1日, National Taiwan University (Taiwan).

加藤 敢, 天野 友之, 谷口 正信, Statistical estimation for CAPM with long-memory dependence, Statistics

for Biomedical & Social Mathematical Sciences, 2012年3月1日, 早稲田大学.

天野 友之, Empirical likelihood approach to discriminant analysis for stationary processes, Theory and Applications for Empirical Likelihood and Discriminant and Cluster Analysis, 2011年12月2日, 和歌山ビッグ愛.

加藤 敢, 天野 友之, 谷口 正信, Statistical estimation for CAPM with long-memory dependence, 日本数学会 2011年度秋季総合分科会, 2011年9月30日, 信州大学.

天野 友之, Asymptotic efficiency of estimating function estimators for nonlinear time series models, 逢甲大学統計学系學術專題演講, 2011年3月17日, Feng Chia University (Taiwan).

天野 友之, Empirical likelihood approach to discriminant analysis for stationary processes, 2011 Workshop on Time Series Analysis and Applications, 2011年3月16日, National Taiwan University (Taiwan).

天野 友之, Empirical likelihood approach to discriminant analysis for stationary processes, Atami-Seminar, 2011年3月3日, 熱海.

天野 友之, 白石 博, 谷口 正信, Asymptotics of estimation procedures for optimal portfolio, 日本数学会 2010年度秋季総合分科会, 2010年9月25日, 名古屋大学.

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

天野 友之 (AMANO, Tomoyuki)  
和歌山大学・経済学部・准教授  
研究者番号: 40514451