

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 2 日現在

機関番号：22604

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2010～2013

課題番号：22710148

研究課題名(和文) 離散凸解析に基づく高精度・多情報在庫管理の研究

研究課題名(英文) High-Accuracy Information-Rich Inventory Management Based on Discrete Convex Analysis

研究代表者

森口 聡子 (MORIGUCHI, SATOKO)

首都大学東京・社会(科)学研究科・准教授

研究者番号：60407351

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,200,000円、(間接経費) 660,000円

研究成果の概要(和文)：離散最適化問題は様々な応用分野で現れるが、多くの場合、効率的に最適解を得ることが困難であることが知られている。本研究では、研究代表者が近年携わってきた離散凸解析の理論を応用し、効率的な在庫管理システムを開発することを目的とした。在庫管理システムと離散凸最適化ソルバを公開し、また、これまでの文献で曖昧な議論しかされていなかった凸拡張可能性と離散ヘッセ行列との関係を明らかにすることに成功した。

研究成果の概要(英文)：For discrete optimization problem, appearing in a variety of applications, it is hard to obtain an optimum solution efficiently in many cases. The aim of this research is to develop high-accuracy information-rich inventory management systems by using the theory of discrete convex analysis. Demonstration software for inventory system and discrete convex solvers are released. Also, this research revealed the relationship between convex extensibility and discrete Hessian matrices, which was not fully understood in general and some vague or imprecise statements had been made in the literature.

研究分野：複合新領域

科研費の分科・細目：社会・安全システム科学，社会システム工学・安全システム

キーワード：OR アルゴリズム 数理工学 数理計画法 在庫管理

1. 研究開始当初の背景

生産計画、システム設計をはじめとする様々な分野において、従来から、大規模な離散最適化問題を高速に解くことの必要性が認識されていた。特に、近年、扱われる最適化モデルの多様化に伴い、非線形離散関数を目的関数とする離散最適化問題を解くアルゴリズムの重要性が高まってきた。

非線形離散最適化問題に対する理論研究の中で、特に、離散凸解析理論は、マトロイド・劣モジュラ関数に関する研究の流れを汲み、1990年代中頃より室田氏(東京大学)により提唱され、以降盛んに研究されてきた。離散凸解析はM凸性とL凸性という2つの概念を基礎として、離散最適化における凸解析的枠組として最適化の分野で注目されている。研究代表者も、離散凸構造に着目した各種の効率的なアルゴリズムや離散凸解析理論の確立に不可欠な性質の究明、理論とアルゴリズムの各分野への応用に取り組んできた。

これまでオペレーションズ・リサーチや工学、数理経済学・ゲーム理論等、様々な方面への応用展開がなされてきたが、特に、在庫管理分野への展望が、研究開始当初、わずかず指摘され始めてきていた。しかし、まだまだ、在庫管理における具体的な意思決定・活動への応用は、当該分野で十分に成されていないのが実情であった。この事実に着目し、これまで明らかになってきた離散凸解析の理論コアと、実際の在庫管理の局面で出現する様々な問題の精査により、離散凸性のメリットをより享受させられるという考えに至ったのが、本研究の動機であった。

2. 研究の目的

本研究の目的は、在庫管理に内在する離散凸構造を精査し、離散凸構造に着目した効率的な最適化手法を開発することで、既存の在庫管理手法よりも精度の高い管理と、より多くの情報を扱える在庫モデルへの対応を実現することである。

これまででは、モデルの構造理解が十分に成されていなかったことと、最適化アルゴリズムの性能の限界により、精度の低い在庫管理政策しか示されていなかった在庫モデルに対して、高精度の意思決定法を与えること、また、新たな管理項目が追加された一般的なモデルにも拡張できる体系的な理論的手法を構築していくことを目的とした。在庫管理において生じる課題を、離散凸構造を用いて体系的に明らかにする点が、学術的な特色として挙げられる。離散凸最適化アルゴリズムを駆使する在庫管理アプローチはこれまでになく、本研究の独創性を示している。これまで扱うことができなかった大規模な問題と、より広範なモデルが扱えるようになることを目指し、これまで、解法の性能とモデル化の精度に阻まれて、一変数最適化問題によるモデル化、決定変数の連続化による近似、

線形計画モデル、新聞売り子モデル等の実際の現場から乖離した選択肢から意思決定しなくてはならなかった状況を、本研究により改善することを目的とした。

3. 研究の方法

目的の実現のため、離散凸解析における理論のコアと、応用における具体的な問題に対する研究の両面から、研究計画を実行した。

様々な分野における研究成果との関連を明らかにするためにも、離散凸解析理論の研究で既に整備されたM凸性・L凸性だけでなく、凸拡張可能性をもつ離散関数など、他の離散凸性に関連する概念との関係についても研究を推進した。離散凸性の特徴付けに関連し、離散ヘッセ行列とその半正定値性についても研究を行った。連続最適化分野で盛んに研究されている半正定値計画問題に関する研究結果を利用した。数値実験においては半正定値計画ソルバSDPAを利用した。

在庫管理における需要と供給のバランスについて、待ち行列理論と離散最適化理論の融合により、その定常状態の振る舞いを整理していった。離散凸最適化について、これまで理論的に多項式時間保証ができるクラスに着目して、無制約離散凸関数最小化について中心的に取り組んできたが、現実のモデルからの要請により、制約付き最小化問題についても研究していった。一般的に、線形制約付きであっても、NP困難性が導かれるクラスであるが、現実的に求解可能なクラスとその方法を、構成的アプローチで解明していった。ソフトウェア開発において、利用する離散凸最適化ソルバは、自らその開発、公開、拡張に取り組んできたソフトウェア、ODICON (Optimization algorithms for Discrete CONVex functions)に基づくものとした。

研究の遂行のため、国内外の学会やワークショップに参加し、他の研究者との情報交換を行い、アルゴリズム開発に活用した。

本研究における進展を中心し、応用分野の拡大に重点を置いた形で、サーベイ論文にまとめた。また、研究成果を多くの人に利用してもらえよう、開発したアプリケーションをWeb上で公開した。広範な応用分野での利用を期待し、離散凸パラダイム:DCP (Discrete Convex Paradigm)に参加する形でWeb公開を行った。

4. 研究成果

(1)各応用分野における離散最適化の諸問題を調べる中で、凸拡張可能性をもつ離散関数など、M凸性、L凸性以外の他の離散凸性に関連する概念と、離散凸解析理論の研究で体系づけられている成果との関係についても精査する必要が生じたため、研究を推進した。離散凸性の特徴付けに関連し、離散ヘッセ行列についても研究を行った。

整数格子点上で定義された関数に対して、その凸拡張可能性と、ヘッセ行列の離散版と

して定義される『離散ヘッセ行列』の性質について、様々な議論がなされ、研究論文が発表されていたが、議論に混乱があり、正確さが欠けていたため、本研究において、離散ヘッセ行列と凸拡張可能性の関係について混乱を整理し、事実をはっきりとさせることに成功した。具体的には、2変数関数の反例を提示することにより、

- ・離散関数が滑らかな関数を凸拡張に持つ場合であっても、離散ヘッセ行列は半正定値とは限らないこと、
- ・連続関数が滑らかな凸関数であっても、離散ヘッセ行列は半正定値とは限らないこと、
- ・離散ヘッセ行列が各点で半正定値であっても、凸拡張可能ではない離散関数が存在すること、
- ・離散L/M凸関数について過去の研究で考えられた離散ヘッセ行列の意義

が示された。

(2) 本研究では、離散凸解析理論の成果を応用分野の研究者・実務家が利用できるように、関連するアルゴリズムとそれを紹介するデモンストレーションソフトウェア、およびアプリケーションソフトウェアを開発してWeb上に公開した。アルゴリズムの詳細を理解しなくても離散凸解析関連の研究や応用事例研究が行えるような環境を整備することを目指した取り組みである。現段階で公開しているソフトウェアの例としては、離散凸関数の最小化ソルバ、インタラクティブに離散2次凸関数を最小化できるオンラインソルバ、在庫管理アプリケーションなどである。

引き続き、離散凸関数最小化アルゴリズムを実装したソルバ ODICON を開発、メンテナンス、公開を行ってきた。実装したアルゴリズムは L / L_H / M / M_H 凸関数のそれぞれに対する最急降下法、スケールリング法、連続緩和法である。ODICON は C 言語によるオープンソースソフトウェアであり、単体で利用するよりも、むしろ別のプログラムに組み込まれることを想定している。最小化したい離散関数をもつ利用者は、その関数を C 言語上の関数として記述して、このソルバのしかるべきルーチンと呼び出せば利用できるようにした。一連のルーチンは、アルゴリズムの素直な実装を目指し、入出力インタフェースも自然なものになるように留意した。特に、C 言語において配列の要素数を(コンパイル時ではなく)実行時の状況に応じて決定しようとする、その扱いに標準手法が確立されておらず、どのように実現するかは自明ではない。この点についても十分に検討して、標準となりうる手法を選ぶようにした。このような工夫により、他人のソフトウェアを組み込む時にありがちな、どのように結合すればよいかわからない、という問題を最小限にとどめている。

Web公開では、離散凸関数最適化ソルバ

を始めとするアプリケーションソフトウェアを公開しダウンロードできるようにしていると同時に、ソルバの動作を手軽に試せるように、いくつかは Web 上のデモンストレーションソフトウェアとしても公開している。本研究で開発した在庫管理オンラインアプリケーション(図1)は、利用者が対話的にパラメータ入力・最適化を行って瞬時に結果を得られる範囲の問題サイズに対して提供しているが、さらに大規模な在庫管理(品種数 n = 50 程度まで)を必要とする場合は、開発ソルバ ODICON をダウンロードして利用者のローカル環境で最適化を実行することができる形にした。

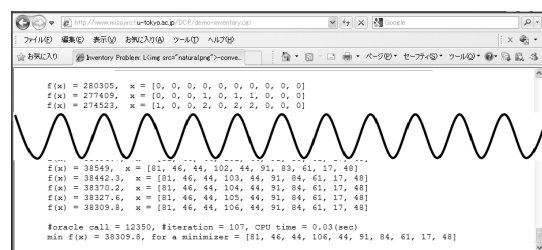
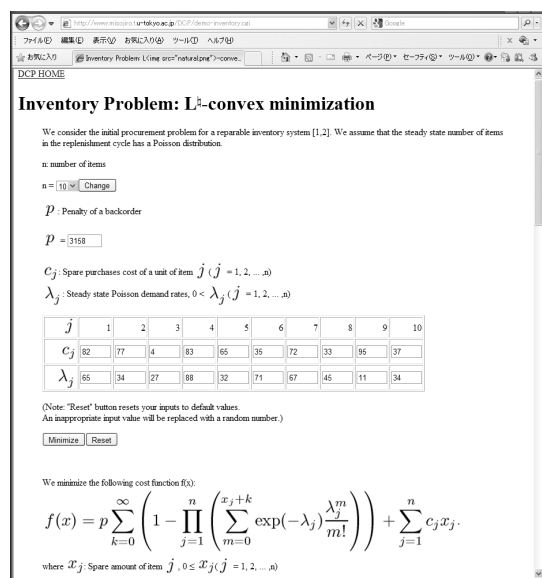


図 1: オンラインアプリケーション(在庫管理問題の入力と出力)

(3) 得られた成果から導かれる今後の展望として、成果を具現化したソフトウェアの整備・公開をさらに推進していくことが挙げられる。一部のソフトウェアの開発と公開は既に行ってきたが、その経験を基にして、これまでの研究で明らかになった理論を説明するデモンストレーションと、個別の応用分野をターゲットとしたアプリケーションの開発をさらに進めることで、広範な応用分野の研究者、実務家への普及につながるかながえられるので、その環境の整備を行っていきたい。

5. 主な発表論文等
(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計 5 件)

土村展之, 森口聡子, 室田一雄, ``離散凸最適化ソルバとデモンストレーションソフトウェア,`` 日本応用数学会論文誌, 査読有, Vol.23, No.2 (2013), pp. 233-252 .

Satoko MORIGUCHI and Kazuo MUROTA, ``On Discrete Hessian Matrix and Convex Extensibility,`` Journal of the Operations Research Society of Japan, 査読有, Vol.55 (2012), pp. 48-62.

Satoko MORIGUCHI, Akiyoshi SHIOURA, and Nobuyuki TSUCHIMURA, ``M-convex Function Minimization by Continuous Relaxation Approach ---Proximity Theorem and Algorithm---,`` SIAM Journal on Optimization, 査読有, Vol. 21, No. 3 (2011), pp. 633-668.
DOI:10.1137/080736156

〔学会発表〕(計 13 件)

森口聡子, 室田一雄, ``離散凸解析を利用したコールセンターのシフトスケジューリング,`` 日本オペレーションズ・リサーチ学会 2012 年秋季研究発表会, ウィンクあいち(愛知県名古屋市), 2012 年 9 月 12,13 日

森口聡子, 室田一雄, ``半正定値離散ヘッセ行列をもつ離散非凸関数の構成,`` 日本オペレーションズ・リサーチ学会 2012 年春季研究発表会, 防衛大学校(神奈川県横須賀市), 2012 年 3 月 27,28 日

森口聡子, 室田一雄, ``離散ヘッセ行列の半正定値性と凸拡張可能性について,`` 研究集会「最適化：モデリングとアルゴリズム」, 統計数理研究所(東京都港区), 2012 年 3 月 15,16 日.

Satoko Moriguchi, ``Discrete Convex Analysis and Inventory Systems,`` International Symposium on Mathematics of Logistics: Theory and Practices, Tokyo University of Marine Science and Technology, 2011 年 11 月 29, 30 日.

森口聡子, 室田一雄, ``離散ヘッセ行列と凸拡張可能性に関する注意,`` 日本オペレーションズ・リサーチ学会 2011 年秋季研究発表会, 甲南大学(兵庫県神戸市), 2011 年 9 月 15,16 日

〔その他〕

開発したソフトウェアを公開するホームページ

離散凸パラダイム : D C P (Discrete Convex Paradigm)

<http://www.misojiro.t.u-tokyo.ac.jp/DCP/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

森口 聡子 (MORIGUCHI SATOKO)

首都大学東京・社会(科)学研究科・准教授

研究者番号 : 60407351