

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成25年5月17日現在

機関番号：15401

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2010～2012

課題番号：22730179

研究課題名（和文）パネルデータ分析における分位点回帰法の研究

研究課題名（英文）Research on quantile regression for panel data

研究代表者

加藤 賢悟（KATO KENGO）

広島大学・大学院理学研究科・助教

研究者番号：50549780

研究成果の概要（和文）：本研究において、固定効果分位点回帰モデルに対する2種類の推定量、すなわち、通常分位点回帰で広く用いられている check 関数を最小化する推定量と check 関数を滑らかに近似した目的関数を最小化する平滑化推定量の漸近的性質を明らかにした。また、従属変数はスカラー、共変量はランダムな関数としたときの関数線形分位点回帰モデルを考えて、経験主成分基底を用いた slope 関数の推定量のシャープな収束レートを導出した。

研究成果の概要（英文）：In this project, I analyzed the fixed effects quantile regression model and established the asymptotic properties for two estimators of the coefficient vector, namely, the estimator minimizing the check loss function used conventionally in the quantile regression literature and the one minimizing the smoothed version of the check function. Moreover, I considered the situation where the dependent variable is scalar and the covariate is a random function, focused on the functional linear quantile regression model, and established the sharp asymptotic properties for the PCA-based estimator on the slope function and related parameters.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2010年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2011年度	800,000	240,000	1,040,000
2012年度	800,000	240,000	1,040,000
年度			
年度			
総計	2,600,000	780,000	3,380,000

研究分野：計量経済学

科研費の分科・細目：経済学・経済統計学

キーワード：分位点回帰、計量経済学

1. 研究開始当初の背景

分位点回帰とは、説明変数を所与とした時の目的変数の条件付分位点を推定する統計的手法であり、多くの応用分野において線形回帰と同様に基本的な統計的ツールとして利用されるようになってきている。一方、パネルデータとは、同一の対象（個人）を継続的に観察し記録したデータのことを指し、経時測

定データとも呼ばれる。パネルデータを用いる利点として、説明変数では捉えることのできない個人の異質性を個別効果として抽出できる点が挙げられる。パネルデータの分析は、個別効果を個人に依存したパラメータまたは確率変数として捉え、線形回帰を適用することが多い。しかしながら、線形回帰は条件付平均を推定する手法であり、条件付分位

点の推定には適さない。パネルデータに対して分位点回帰を適用する試みは、近年応用分野の研究者によって注目を集めているが、パネルデータモデルにおける分位点回帰推定量の漸近的な性質を厳密に明らかにした論文は研究開始当初にはなく、また、それまでの応用論文では、本来クロスセクション・データに対して設計された分位点回帰の方法論をパネルデータに対して機械的に適用していたが、その妥当性は良く分かっていなかった。

2. 研究の目的

以上の背景を受けて、本研究では、固定効果パネルデータモデルにおける分位点回帰推定量の漸近的及び有限標本における性質を明らかにすること、パネルデータ分位点回帰モデルに対する統計的推測法の妥当性を明らかにすることを目的とする。

個別効果は、個人に依存したパラメータとして捉える時、固定効果と呼ばれる。パネルデータの分析では説明変数の係数である共通パラメータに関心のある場合が多く、そのような場合、固定効果は局外パラメータとなる。線形回帰の場合は簡単な線形変換によって固定効果を取り除くことができるが、分位点回帰の場合は固定効果を取り除くことができるような適当な変換は存在しない。各固定効果の推定に用いることのできる標本数は時間数(T)のみであるので、 T を固定して個人数(n)を大きくする漸近理論を考えると、共通パラメータの推定量は固定効果の推定誤差の影響を受けて一般に一致性を持たない。この問題は、局外パラメータの問題と呼ばれる。局外パラメータの問題を回避する方法として、 T を n とともに大きくするという漸近理論を考えることができる。本研究では、 T のレートに関する適当な条件の下で、共通パラメータの分位点回帰推定量が一致性・漸近正規性を持つことを示す。また、分位点回帰推定量は、 n が大きく、 T が小さい場合は、バイアスを持つことが予想される。そこで、 n と T のいくつかの場合において、有限標本における分位点回帰推定量のバイアスを数値実験により検証する。ところで、パネル分位点回帰モデルは一種の非線形パネルモデルであるが、Hahn and Newey (2004, *Econometrica*)は滑らかな尤度関数を持つ非線形パネルモデルを考え、 T と n が同じレートで大きくなる時、最尤推定量がバイアスを持つ正規分布に分布収束すること、また適当なバイアス修正を施した推定量がより緩やかな T の条件のもとで平均ゼロの正規分布に分布収束することを示した。しかし、Hahn と Newey の議論は尤度関数の滑らかさに本

質的に依存しており、一方、分位点回帰の評価関数は微分不可能であるので、彼らの提案しているバイアス修正法が分位点回帰の場合に拡張可能であるかどうかは重要な未解決問題である。本研究は、この点も明らかにする。

クロスセクション・データに対しては、分位点回帰推定量の漸近共分散行列は誤差項の条件付密度関数を含む行列で与えられることが知られている。従って、クロスセクション・データにおいても、分位点回帰モデルの係数パラメータに関する統計的推測は自明な問題ではない。パネルデータモデルにおいては、個別効果の存在から、分位点回帰推定量の漸近共分散行列はより複雑なものとなり、推定が難しくなることが予想される。そこで、漸近共分散行列の推定に依存しない、ブートストラップ法を用いた統計的推測法の理論的妥当性を明らかにするとともに、実際の状況における有用性を数値実験によって明らかにする。

3. 研究の方法

漸近理論のフレームワークとして、パネルデータの個人数(n)と時間数(T)の両方が発散するとし、推定量として、check 関数を最小化する固定効果分位点回帰推定量(FE-QR 推定量と呼ぶ)と、check 関数をカーネルにより平滑化し、平滑化した目的関数を最小化する固定効果平滑化分位点回帰推定量(FE-SQR 推定量)を考える。後者はより詳細な漸近理論を展開するために導入した推定量である。また、共通パラメータの統計的推測手法として、ブートストラップを考えるのであるが、パネルデータは個人に関するインデックスと時間に関するインデックスの二種類のインデックスを持つので、個人のインデックスのみリサンプリングする方法、時間のインデックスのみリサンプリングする方法、両方を組み合わせた方法の三種類のリサンプリング法が考えられる。それらの相違・特質を明らかにする。

4. 研究成果

(1) 個別効果を含むパネル分位点回帰モデルを考え、個別パラメータと共通パラメータを同時に推定したときの共通パラメータの推定量が、(平均ゼロの)漸近正規性を持つための個人数と時間数に関する十分条件を与えた。今回の研究で明らかになったのは、FE-QR 推定量については、滑らかな損失関数に対する固定効果推定量と比較して、(平均ゼロの)漸近正規性が成り立つためには、時間数に関してより厳しい条件が(少なくとも証明上は)いることが分かった。また、一般に滑らか

な損失関数に対する固定効果推定量の場合、個人数と時間数が同じオーダーで発散するとき、バイアスを持つ正規分布に分布収束することが知られているが、分位点回帰推定量に関しては、こうしたバイアスに関する結果を得ることはかなり難しいことを指摘した。こうした観点から、発想を転換して、分位点回帰の損失関数をカーネルにより滑らかに近似した損失関数を考えて、対応する固定効果推定量 (FE-SQR 推定量) の漸近的性質を考察した。FE-SQR 推定量に関しては、個人数と時間数が同じオーダーで発散するとき、バイアスを含んだ正規分布に収束することを示すことができた。加えて、バイアスの修正法として、analytical な修正法と half-panel jackknife と呼ばれる手法を考察し、その妥当性を示した。以上の研究は、University of Wisconsin Milwaukee 校の Antonio Galvao 教授と City University London の Gabriel Montes-Rojas 教授との共同研究によっており、FE-QR 推定量に関する研究成果は [雑誌論文] の③にあるように Journal of Econometrics に掲載されている。FE-SQR 推定量に関する研究も (Antonio Galvao 教授との共著として) Journal of Econometrics に投稿中 (second round) である。

- (2) 共通パラメータに関する統計的推測の問題は、予想より複雑であることが分かった。とくに、パネルデータモデル一般に対して、ブートストラップ法の理論研究が欠如していることに気が付いた。そこで、より簡単な、(misspecification を許す) 固定効果線形パネルデータモデルに対するクロスセクション・ブートストラップの理論的整備を進めた。クロスセクション・ブートストラップは個人のインデックスのみサンプリングする方法である。興味深いことに、線形モデルにおいて、クロスセクション・ブートストラップを個定効果推定量に適用すると、ブートストラップ推定量は局外パラメータバイアスを持たないこと、などが分かった。以上の結果は、2013 年日本統計学会春季学会の特別講演で紹介され、現在 (Antonio Galvao 教授との共著として) 査読付学術誌に投稿中である。
- (3) また、ある種のパネル分位点回帰モデルといえる、関数線形分位点回帰における主成分ベースの推定量の漸近理論を論文にまとめた。パネルデータが時間方向にある程度 dense である場合、ランダムな関数の離散観測と考えることができるが、そのようなデータを関数データと呼ぶ。従属変数はスカラー、共変量はランダム

な関数で与えられる状況を考え、従属変数の条件付分位点が共変量の線形汎関数で与えられモデルに対して、ある種の自然な推定量を考え、その漸近的な性質 (ミニマックスの意味で最適な収束レートの導出) を行った。以上の結果は、既に Annals of Statistics 誌に掲載済みである ([雑誌論文] の①を参照)。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 6 件)

- ① Kato, K., Estimation in functional linear quantile regression, Annals of Statistics, 査読有, Vol. 40, 2012, 3108-3136.
- ② Kato, K., Galvao, A., Montes-Rojas, G., Asymptotics for panel quantile regression models with individual effects, Journal of Econometrics, 査読有, Vol. 170, 2012, 76-91.
- ③ Kato, K., Weighted Nadaraya-Watson estimation of conditional expected shortfall, Journal of Financial Econometrics, 査読有, 2012, Vol. 10, 265-291.
- ④ Kato, K., Asymptotic normality of Powell's kernel estimator, Annals of the Institute of Statistical Mathematics, 査読有, Vol. 64, 2012, 255-273.
- ⑤ Kato, K., A note on moment convergence of bootstrap M-estimators, Statistics and Decisions, 査読有, Vol. 28, 2011, 51-61.
- ⑥ Kato, K., Solving l_1 regularization problems with piecewise linear losses, Journal of Computational and Graphical Statistics, 査読有, Vol. 19, 2010, 1024-1040.

[学会発表] (計 8 件)

- ① 加藤賢悟, Estimation and inference for panel data models under misspecification when both n and T are large, 第 7 回日本統計学会春季集会, 2013 年 3 月 3 日, 東京都.
- ② 加藤賢悟, Estimation in functional linear quantile regression, 2012 年度統計関連学会連合大会, 2012 年 9 月 9 日~9 月 12 日, 札幌市.
- ③ Kengo Kato, Estimation in functional linear quantile regression, 2012 Joint Statistical Meeting, 2012 年 7 月 28 日~8 月 2

- 日, 米国・サンディエゴ.
- ④ 加藤賢悟, 高次元統計モデルの解析に関するいくつかの話題, 2012年日本数学会年会, 2012年3月26日~3月29日, 東京都.
 - ⑤ Kengo Kato, Group Lasso for high-dimensional sparse quantile regression models, 2011 Joint Statistical Meeting, 2011年7月30日~8月4日, 米国・マイアミ.
 - ⑥ 加藤賢悟, パネルデータに対する分位点回帰法, 2010年度統計関連学会連合大会, 2010年9月5日~9月8日, 東京都.
 - ⑦ Kengo Kato, Asymptotics and bootstrap inference for panel quantile regression models with fixed effects, 10th World Congress of the Econometric Society, 2010年8月17日~8月21日, 中国・上海.
 - ⑧ Kengo Kato, Smoothed quantile regression for panel data, 16th International Conference on Panel Data, 2010年7月2日~7月4日, オランダ・アムステルダム.

[その他]

ホームページ等

<https://sites.google.com/site/kkatostat/home>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

加藤 賢悟 (KATO KENGO)

広島大学・大学院理学研究科・助教

研究者番号：50549780

(2) 研究分担者

()

研究者番号：

(3) 連携研究者

()

研究者番号：