

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 9 日現在

機関番号：14201

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2010～2013

課題番号：22730689

研究課題名(和文) 数学的理解を促す「説明する活動」の分析モデルの開発研究

研究課題名(英文) A Study on Students' explanation in mathematics classes ;The model for analysing student's explanations in the lesson for geometrical figures

研究代表者

渡邊 慶子(向井慶子)(Watanabe-Mukai, Keiko)

滋賀大学・教育学部・講師

研究者番号：00572059

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,500,000円、(間接経費) 750,000円

研究成果の概要(和文)：本研究は、H20告示の学習指導要領において重視される「説明する活動」に着目し、それを分析する視点の導出とモデルの構築をねらいとした。そのためにまず算数・数学的に理解したと判断できる説明とは、手続きと根拠を関連付けることができる子どもの発話や活動にあらわれると仮定した。次に、モデルを構築して実証することを研究課題に据えた。結果として、子どもの発話は、「手続きの説明」と「根拠の説明」を区別して分析することと、特に図形学習では、「事実の説明(例：測定の結果)」が手続きの正しさを証明するための根拠として用いられる場合が多いため「事実の説明」の質的考察並びに量的分析をする必要があることを明らかにした。

研究成果の概要(英文)：In this study, it paid attention to valuing "students' explanations in mathematical classroom" First of all, it was assumed that it was shown by the utterance and the activity of the learners who was able to relate "Procedure" and "Reasons" with the explanation that was able to be judged to be "It was arithmetic and understood mathematically". Next, it was placed to construct and to prove the model by which the learner's explanation was analyzed in the research topic. Consequently, the following two points were clarified; (1)To analyze "Explanation of the procedure" and "Explanation of reasons" about the student's utterance distinguishing, and to do qualitative consideration and a quantitative analysis of "Explanation of the fact" because it is often used as reasons for "Explanation of the fact(Ex: A result of measurement)" to be proof of the correctness of the procedure, speciously in the figure study.

研究分野：教科教育

科研費の分科・細目：社会科学

キーワード：数学的理解 説明 手続き 根拠

1. 研究開始当初の背景

本研究の学術的背景は、「数学的理解研究」の研究対象並びに研究方法の変遷と、残された課題に見て取ることができる。

数学的理解研究は、1970年代後半から1990年代にかけて、国際的な学会誌上で繰り広げられた論争(数学教育における理解論争)から生じた数学的理解のモデルを開発するための研究としての展開が発端とされる数学教育研究の一研究領域である。このとき、「理解する」という現象は、内的、心的な現象であるとされ、そのために、「理解する」という現象の本性自体が暗黙的に解釈されてきたことが論争の種となっていた。このような研究対象は、直接的に観察したり分析したりすることがほとんど不可能と思われるので、研究者らは如何にして間接的分析を可能にする適切なツール、いわゆる「モデル」を開発するかに力を注ぐこととなった。理解論争期とも言われる1970年代から1990年代にかけて、理解のモデル化を研究作業の軸として、に学会誌等を通して活発に議論されている(Skemp, 1976; Beys & Herscovics, 1977; Herscovics & Bergeron, 1983; Pirie & Kieren, 1989; Koyama, 1992)。

ここでの理解のモデルの特徴は、大きく次の2種類に分類できる。一つは「様相モデル」(例えば, Skemp, 1976; Haylock, 1982), もう一つは「過程モデル」(例えば, Herscovics & Bergeron, 1983; Pirie & Kieren, 1994; Koyama, 1992)である。前者は、理解を「部分の構成物」とみて、理解の分類や段階論、あるいは水準論を積極的に研究の軸に置据えた研究である。従って「様相モデル」は、数学的理解の状態を説明できることにその研究の所産が見て取れる。一方で、後者は理解を「力動的な連動、連続体」とみて、理解の連続性と発展性(基本的に特殊から一般への発展)の解明を軸に据えた研究である。「過程モデル」とは、数学的思考のつながりの全体として数学的理解を説明できるところにこの研究の所産が見て取れる。「過程モデル」は数学的理解の連続性を明確にすることによって、とりわけ児童・生徒の理解を連続的な学習過程に即し、より適確に捉えることにおいてその威力を発揮している。

これらを踏まえると、理解論争期の数学的理解研究の目的は「子どもが理解するとはどのように説明できるか」を明らかにすること、つまり理解の本性の追求であった。

とりわけ、欧米諸国で盛んだった理解の本性に関わる研究に触れ、我が国の数学的理解研究は、教授原理の導出を理解研究の目的とすると方向へ進展させる立場をとる。即ち、「理解論争期」の数学的理解のモデル研究の

目的が、理解の本性の追求であって、ともすれば、学習者個人の理解の様相や過程を探究することでも目的を達成できる立場であったことに対し、理解の本性を捉えた上で、子どもの理解過程を踏まえた授業の設計を目的とする新展開を図る研究として、数学教育研究に位置づけようとしたのである(例えば、岡崎, 1997; 小山, 2007)。

現在、この研究領域には次の2つの課題が残されている。一つは、理解のモデルが、ほとんどすべての数学的概念に適用できるよう構築されるために、モデルが学習内容(あるいは文脈)に依存しない漠然としたものになるという点(モデル化する理解の対象の焦点化の問題)である。そして、もう一つは、子ども個人の理解過程を表す理解モデルのしくみや得られた結論をどのように集団が関わる授業の原理に反映できるのかを示す方法が確立していないという点(理解過程の規範的特性を保証するための方法論に関する問題)であった。

申請者は、2009年までの研究において(「理解論争期」終盤に発表された理解モデルの一つ)Pirie & Kieren (1994)の「数学的理解の超越的再帰モデル」を用いて、図形概念の理解過程を分析して超越的再帰モデルの特性を検討した。その結果として、図形概念の理解においては、筋道をたてて説明するような活動をしながらも、頻繁に図形の辺や角度の測定、視覚によって得られる感覚的な情報を得ようと、活動をする子どもが、発達段階に関わりなく多くみられた(先行研究では代数的な問題を扱って調査されており、その結果、筋道をたてて説明できた子どもは量の測定等を目的とした活動には再帰しにくいという結果を出している)。これらから申請者は、理解の対象が図形の性質や図形どうしの関係(図形概念)である場合に、子どもの理解は、従来の数学的理解研究で示されるような理解の水準に対してよりボーダレスに、ダイナミックに再帰し、このとき「自ら命題を作り出して推論する」活動を繰り返しているのではないかと仮定を得た。そして、それを立証するべく理論的、実証的研究を進めてきた(例えば向井, 2008; 2009)。上記の2つの「数学的理解研究」に残された課題に関連すれば、申請者は、まず、第1点目の課題に対してモデル化する理解の対象を数学の内容の対象(代数的対象/図形的対象)で区別し、図形的対象に焦点化した。さらに第2点目の課題に対して、子どもが自ら命題を作り出しそれを推論する心的活動(推論行為)に着目し、その活動がどのように教室内の発話によって観察され分析されるのかを明らかにしようと試みた。これらの課題への取り組みは、数学的理解研究の所産を授業設計に反映させるための方法論として確立することを目指したものである。

2. 研究の目的

本研究はH20年告示学習指導要領において強調されている「算数/数学的活動」において、「説明する活動」が重視されていることに着目し、「算数・数学的に理解した」と判断できる説明とはいかなるものかを明らかにしたうえで、学習者の算数・数学科授業でみられる学習者の説明を分析するモデルを構築し、さらには実証することを研究課題に据えた。この研究課題の着想は、「理解のモデル」は、学習者の「発言」と「行為」によって表わされるという Pirie&Kieren (1994 など) の解釈に端を発している。すなわち、直接観察できない「理解する」という現象は、「このように理解した」とする学習者の「説明(他者に対する発話)」を介して観察され、分析されることに着目すれば、「理解研究」において「説明する」という行為の対象や方法を詳細に考察することは必然であった。

3. 研究の方法

上記の経緯と課題を踏まえて、本研究では、関連文献の整理や考察に加えて、2つの実践研究に取り組んだ。一つは、「説明する活動」の特性を明らかにし、そのような活動を分析できるモデルを構築したのちに、モデルの実証を行う際の実証研究である。小学校第5学年及び中学校第2学年の図形領域の学習における「説明する活動」に関する教師の実態/意識調査、子どもの実態調査及び授業観察を行い、それらの結果から子どもの図形概念に関する数学的理解を促すために有効な「説明」の特徴を分析できるようなモデルを構築し、子どもが説明を作り出させる授業原理(並びにその原理によって明らかになる教師の発問の特徴)を明らかにすることを目的とした。

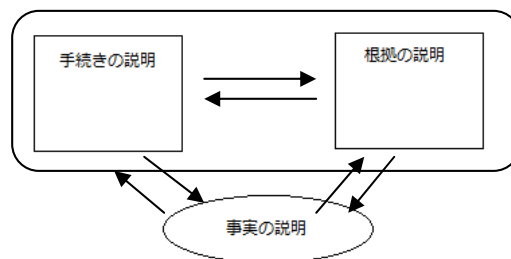
もう一つは、高等学校数学科の教員免許取得を目指す学生らを対象とした高等学校数学科における確率の問題を取り入れた授業による「誤答を分析する際の説明」を創発させた実証研究である。そこでは、上述の図形概念に関する授業においてみられたある共通した文脈の学習環境-子どもたち自身の誤答と正答による説明の「対立」に生じる子どもたちの分析的かつ主体的な「誤答」あるいは「正答」についての説明に着目したことに着想を得、新たな研究課題が導出された。

本報告では、研究の第1のフェーズにおいて、数学的理解のモデルに関する基礎的研究を文献解釈的に行なった。また、図形領域のうち説明する活動が行なわれるいくつかの問題に対して、()子どもは実際にどのような説明をするのか、()教師がどのような発問をしたことによって子どもが説明する活動を自発的に行なったのか()教師は子どもがどのような説明をすると予想していたのかの3点を明らかにするために授業観察並

びに子どもと教師に対して実態/意識調査を行なった。研究の第2フェーズにおいて、構想した「説明する活動」を分析するための枠組みを精緻化するとともに、まず対象学年の授業観察等を通して、小学校第5学年算数科「図形」領域における「説明する活動」と中学校第2学年数学科のそれとを比較、検討して図形概念に関する数学的理解を促すための「説明する活動」にみられる特徴を明らかにした。

4. 研究成果

本研究によって、申請者は、特に授業実践において、「説明する活動」が教師らによって、より意図的に、そして段階的(あるいは計画的)に授業設計へと取り入れられるようにすることをねらいとした。具体的には、小学校5年生と中学校第2学年の「図形」学習に焦点をあて、図形指導・学習の中で子どもが説明をする場面での教師の発問の実際、教師の発問の意図、児童の説明の実際等を調査して、理論的枠組みとして次のようなモデルを構築した。



数学的理解を促す「説明する活動」は、手続きの説明と根拠の説明の2つに説明の対象を大別され、両者間の移行の不合理性を顕在化させることが必要であった。それらは、小学校第5学年並びに中学校第2学年の実証研究「正六角形の作図」に関する授業記録並びにその分析から導出された。とりわけ、「手続きの説明」は、正六角形を「描く」ために用いられた様々な方法が述べられているが、その手続きが何故正しいといえるのかを述べる「根拠の説明」は固定的な説明がもたらされた。これらから、子どもらのか「手続きの説明」と「根拠の説明」は、「どうやって」として「なぜ」という問いかけによってそれぞれに授業で述べられているが、関連していない場合が少なからずあることが明らかになった。また、図形領域の学習課題に関して、(一例)としての図形を視覚的に確認できるために、測定の結果などの事実を用いる子どもが多く観られた。このとき、事実の説明を、一例(たとえば、「この正六角形の場合は...」)といった表現を用いて角度や辺の長さなどの測定値を踏まえた説明をす

る)であることを前提として行う子どもと、そうではない子どもが観察された。図形領域の学習での説明には、「事実の説明」の頻度が多い事、そして、「一例となる図を用いて説明していることを自覚しているかどうか」に関して学習者には差異があることが明らかになった。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計3件)

向井慶子 (2010)

「数学的理解を促す「説明する活動」の分析モデルの開発研究(1) Pirie & Kierenの超越的再帰理論に基づく「説明する活動」の考察」『日本数学教育学会第43回数学教育論文発表会論文集』pp. 373-378

Keiko Watanabe-Mukai (2011)

PROCEDURE AND EXPLANATION IN MATHEMATICAL PROBLEM-SOLVING
第35回国際数学教育心理学会 (International Group for the Psychology of Mathematics Education, 略名PME) 論文集, 第一巻, p412

Keiko Watanabe-Mukai (2013)

The Aspects of Student's explanations in an Error Analysis Situation, 第37回国際数学教育心理学会 (International Group for the Psychology of Mathematics Education, 略名PME) 論文集, 第五巻, p192

[学会発表](計10件)

<平成22(2010)年度>

向井慶子

算数・数学教育における「命題をつくる活動」の様相 説明の対象の認識水準に焦点を当てて
全国数学教育学会第32回研究発表会(於: 広島大学教育学部・大学院教育学研究科), 平成22年6月27日

向井慶子

「図形の合同」における「説明する活動」の検討 小中接続の観点から
近畿数学教育学会第48回例会(於: 和歌山市教育文化センター), 平成22年9月25日

向井慶子

算数・数学教育における「説明する活動」の実態と改善 「図形の合同」の教材開発の視点から
日本教科教育学会第36回全国大会,(於: 弘

前大学), 平成22年10月3日

向井慶子

数学的理解を促す「説明する活動」の分析モデルの開発研究(1) Pirie & Kierenの超越的再帰理論に基づく「説明する活動」の考察

日本数学教育学会第43回数学教育論文発表会(於: 宮崎大学), 平成22年11月13日

<平成23(2011)年度>

渡邊(向井)慶子

数学的理解を促す「説明する活動」の分析モデルの開発研究 手続きの説明に焦点をあてて

全国数学教育学会第34回研究発表会(於: 広島大学)

Keiko Watanabe-Mukai

PROCEDURE AND EXPLANATION IN MATHEMATICAL PROBLEM-SOLVING
第35回国際数学教育心理学会 (International Group for the Psychology of Mathematics Education, 略名PME), (アンカラ, トルコ共和国)

渡邊(向井)慶子

数学的理解を促す「説明する活動」の分析モデルの開発研究(2) 図形学習における「手続きの説明」の多様性と「根拠の説明」の画一性に関する考察

日本数学教育学会第44回数学教育論文発表会(於: 上越教育大学)

<平成24(2012)年度>

渡邊(向井)慶子

子どもの「できなかった」に学ぶ
第52回近畿数学教育学会例会(於: 大阪教育大学 天王寺キャンパス)

渡邊(向井)慶子

数学的理解過程に「説明する活動」が及ぼす影響についての一考察
日本数学教育学会第45回数学教育論文発表会(於: 奈良教育大学)

<平成25(2013)年度 予算繰り越し措置のため>

Keiko Watanabe

The Aspects of Student's Explanations in an Error Analysis Situation
第37回国際数学教育心理学会 (International Group for the Psychology of Mathematics Education, 略名PME),(於: ドイツ連邦共和国, キール), 7月

6 . 研究組織

(1)研究代表者

渡邊慶子 (Watanabe, Keiko)

滋賀大学・教育学部・講師

研究者番号：00572059

(2)研究分担者

なし

(3)連携研究者

なし