

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 24 年 4 月 3 日現在

機関番号：14401

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2010 ～ 2011

課題番号：22740055

研究課題名（和文）繰り返し遷移が必要なモンテカルロ法の漸近理論

研究課題名（英文）

Asymptotic theory for iteration required Monte Carlo algorithms

研究代表者 鎌谷 研吾 (KAMATANI KENGO)

大阪大学・大学院基礎工学研究科・助教

研究者番号：00569767

研究成果の概要（和文）：繰り返し遷移が必要なモンテカルロ (ITRMC) 法の漸近的性質を研究した。とくにベイズ統計学における ITRMC 法の研究を行い、モンテカルロ法の退化性、弱一貫性といった概念を定義した。応用として混合モデルや、カテゴリカル解析でのベイズ事後分布の解析を行い、これらに適用される ITRMC 法が退化するものの弱一貫性を持つことを示した。それを利用してより高速なモンテカルロ法を提案し、実際に数値計算で高速化を達成することを示せた。こうした改善手法は従来の手法では正当化されず、また直感的議論では発見しにくいため、本研究のアプローチで初めて可能になった。

研究成果の概要（英文）：The aim of my research was to study the behaviors of Iteration Required Monte Carlo (ITRMC) algorithm, in particular, Markov chain Monte Carlo. I introduced the notion of degeneracy and weak consistency for those algorithms. I applied the result to mixture model and categorical data model and showed degeneracy of ITRMC algorithms for them. Taking advantage of our approach, I proposed efficient Monte Carlo methods which have better convergence property.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2010 年度	800,000	240,000	1,040,000
2011 年度	800,000	240,000	1,040,000
年度			
年度			
年度			
総計	1,600,000	480,000	2,080,000

研究分野：数理統計学

科研費の分科・細目：数物系化学・数学一般（含確率論・統計学）

キーワード：統計数学、モンテカルロ法、漸近展開

## 1. 研究開始当初の背景

繰り返し遷移が必要なモンテカルロ

(ITRMC) 法の漸近理論の学術的背景は、理論の外部の動向、理論の内部の動向、そして私自身の研究してきた方向性という、三つ

の部分に分けると、次のようにまとめられる。

(1) ITRMC 法はその性質上、理論的には複雑であるが計算機上での遷移は容易である。そのためこれらの手法の実用面での研究と理論的研究は乖離していた。

- (2) ITRMC法の理論の立場としては、主にエルゴード性理論によるアルゴリズムの安定性を調べる取り組みがなされていた。大域的なふるまいの記述はうまく出来ているが、細かい収束レートの評価は、モデルに依存して適当な関数を選び出す必要があった。
- (3) 私は2007年から、代表的ITRMC法であるギブスサンプラーにおいて正則なパラメトリック族に対する一般的結果を得た。様々なモデルを統一的に扱えるうえ、ふるまいの記述も本質的である。

## 2. 研究の目的

研究期間内に、私が行なってきた、正則な場合のITRMC法の二つの方向への発展を試みる。

- (1) ITRMC法の非正則な振る舞いを研究する。これは私の研究の非正則な場合への拡張である。EMアルゴリズムやギブスサンプラーはしばしば、精度よく推定量を計算する事に失敗する。原因は例えばフィッシャー情報行列が退化する事や、パラメータ次元が大きすぎる事である。ITRMC法の研究で応用上重要なのは、正則な振る舞いより、むしろ非正則な振る舞いの方である。非正則な振る舞いに対して、現象の私の既存研究のフレームワークでの表現をもとに、改善手法の提案をしたい。この研究は同時に、フレームワーク自体の正当性を与える。
- (2) ITRMC法の、より精密な収束理論を研究する。この研究は、上の状況と対照的に、正則な状況のもと、推定量の高次の精密さが必要な場合を考えている。ITRMC法の新しい使い方の提案にもなる。ITRMC法のより精密な議論が私の研究を通して、既存の高次漸近展開の理論の上にある事が期待される。

これらの研究の意義は次のとおりである。

- (1) ITRMC法自体の振る舞いを分布と見る事は本研究の大きな特徴であり、私の正則なギブスサンプラーの研究の拡張にあたる。この見方により初めてサンプルサイズと繰り返し回数をともに大きくする理論の確立が可能になる。この考えは統計的決定理論において各観測でのロスだけに着目せず、その期待ロスを考える事と同調する考えである。またここで、通常の統計的決定理論と同じように、ITRMC法の非正則な場合の研究、および高次漸近展開の研究から得られる結論は直感から得る事は難しいだろう。そのためITRMC法の漸近理論を深く掘り下げ、研究する事は応用研究にとって不可欠である。
- (2) 単なる収束理論の精密な解析ではなく、新しい収束の概念を扱うため、応用への適用により今まで分からなかった様々な帰結が得られる事が期待される。例えば、遷移の回数とサンプルサイズの関係は応用上きわめて重要であったが、従来のアプローチの特性上、本質をついた結果はあまり得られていなかった。今回の方法であれば繰り返し回数のサンプルサイズに関するオーダーの研究を扱える。このようなオーダーの議論は、非正則な場合や、より精密な推定量を作りたいときにこそ重要である。

## 3. 研究の方法

初年度においてはITRMC法の漸近理論のフレームワークの構築と、非正則なITRMC法を研究する。理論と、統計手法の研究および、応用研究の三つをうまく組み合わせる。理論研究に置いては、必要となるバックグラウンドを意識して研究する。二年目においてはITRMC法の漸近展開を研究する。本研究

の目的の一つが、現象をより良く説明できる理論の構築であった。そのため現実との乖離をチェックするため、数値計算によるチェックはきわめて重要である。

#### 4. 研究成果

二つの研究目的のうち、

(1) 前者では次の結果を得た。

①非正則な振る舞いも含む漸近理論のフレームワークの構築を行った。正則な振る舞いを表す一対性に対し、非正則な振る舞いを表現するために、退化性や弱一対性を定義した。また退化性とパラメトリック族のフィッシャー情報量の関連を調べ、退化性の必要十分条件を示した。現在投稿中である。

②第二に、実際に混合モデルやカテゴリカル解析へ応用した。とくにカテゴリカル解析においては次のことを示した。このモデルに対しては Albert and Chib による ITRMC 法が一般的に使われているが、あまり収束がよくないことが知られていた。従来の研究ではこの現象の表現は難しかったが、私の研究においては退化性を示すことによって可能になった。さらに、Albert and Chib の手法の改善手法と信じられている手法も退化していることを理論的にも、数値実験でも示した。改善と思われている手法は一見うまく見えるうえに既存研究で振る舞いをうまくとらえられなかったため、本研究の意義は大きい。そのうえで改善手法の提案を行った。ルマンやフィレンツェなど各所で発表し、二つの論文にまとめ現在投稿中である。

(2) 後者の高次の漸近展開については思ったほどの改善が得られず、またこれらの改善要素は前者の研究のほうが本質的であることが感じられたため、前者の研究に集中した。そのため満足できる結果は得られていない。しかし場合によって有効な場面も考えられるため今後も引き続き研究していく。

(3) 実データ解析を行うためフランスパリの Centre d'Etude du Polymorphisme Humain (CEPH) に一か月滞在し、遺伝子のコピー数多型の解析を行った。具体的には隠れマルコフモデルを適用し、EM アルゴリズムを援用した繰り返し計算を用いてがん細胞と正常細胞の遺伝子のコピー数多型の比較を行った。現在も引き続き研究をしている。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 2 件)

- ① 鎌谷研吾、マルコフ連鎖モンテカルロ法のエルゴード性の解析、京都大学数理解析研究所講究録、査読無、1768 巻、(2011)、73-84
- ② 鎌谷研吾、Metropolis-Hastings algorithm for mixture model and its weak convergence, Proceedings of COMPSTAT2010 eBook, 査読無、1175-1182, 2010

[学会発表] (計 6 件)

- ① 鎌谷研吾、Local degeneracy of MCMC for cumulative logit model, Statistical Analysis and Related Topics, 2011. 12. 16、東京大学駒場キャンパス
- ② 鎌谷研吾、MCMC の収束の決定論的扱いと退化性、数理統計学の新たな展開、2011. 7. 9、つくば国際会議場
- ③ 鎌谷研吾、Weak Convergence of Markov chain Monte Carlo II, Asymptotic Statistics of Stochastic Processes-VIII, 2011. 3. 24, Le Mans, France
- ④ 鎌谷研吾、Weak Convergence of Markov chain Monte Carlo, Statistical

inference and numerical analysis of  
stochastic processes,  
2011. 3. 17, Florence, Italy

- ⑤ 鎌谷研吾、Convergence of Markov measure  
valued random variables and its  
application to MCMC, SPA 2010,  
2010. 9. 10, 大阪ライフサイエンスセンタ  
ー
- ⑥ 鎌谷研吾、Metropolis-Hastings  
algorithm for mixture model and its weak  
convergence, COMPSTAT 2010, 2010. 8. 23,  
Paris, France

[その他]

<http://www.sigmath.es.osaka-u.ac.jp/~kamatani/research/>

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

鎌谷 研吾 (KAMATANI KENGO)  
大阪大学・大学院基礎工学研究科・助教  
研究者番号：00569767

### (2) 研究分担者

( )

研究者番号：

### (3) 連携研究者

( )

研究者番号：