

平成 26 年 6 月 5 日現在

機関番号：16301

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2010～2013

課題番号：22740067

研究課題名(和文) 離散時間確率過程の諸分解と時系列解析への応用

研究課題名(英文) Various types of decompositions of discrete-time stochastic processes and their applications to time series analysis

研究代表者

松浦 真也 (Matsuura, Masaya)

愛媛大学・理工学研究科・教授

研究者番号：70334258

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,100,000円、(間接経費) 630,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、地震波、株価等に代表される時系列データ(時間と共に値の変動するデータ)の解析法・取り扱い方について、特に確率過程の分解(「揺動散逸分解」「正弦波分解」「弱白色分解」という観点から詳細に調べた。これらの分解は、時系列データの異常を検出したり、時系列データの特性量を抽出してデータの分類を行ったり、秘匿時系列データを複数のランダムな時系列に分散して管理したりすることへの応用が期待できる。こうした応用のための数学的な基礎研究を行い、それをもとに、実際に分解を実行するプログラムを作成した。

研究成果の概要(英文)：In this research we investigated methods for the analysis of time series (set of data observed over time; e.g. stock prices, seismic waves), especially from the viewpoint of decompositions of discrete-time stochastic processes (such as "Fluctuation-dissipation decomposition", "Trigonometric decomposition" and "White noise decomposition"). These decompositions have potential applications to, e.g., detection of abnormal behavior in time series, classification of time series by extracting their characteristics, and secret sharing schemes for time series. With this in mind, we implemented the algorithms for these decompositions based on the fundamental mathematical research.

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・数学一般(含確率論・統計数学)

キーワード：時系列解析 確率過程 数理工学

## 1. 研究開始当初の背景

我が国においても国際社会においても、ますます情報化社会の色彩が強まる中、蓄積されたデータを適切に分析し、戦略的に活用していくことが、学術研究の世界にとどまらず、社会の様々な場面で極めて重要になっている。本研究代表者は過去の研究で、時系列データの分析に役立てる目的で、確率過程に対する「揺動散逸分解」「正弦波分解」「弱白色分解」という3種類の分解について解析してきた。

特に、「揺動散逸分解」に関しては、確率過程の時間発展を記述した方程式(KM<sub>2</sub>O-ランジュヴァン方程式)を解析する研究について、過去10年間ほど従事してきた。その中で、時系列データの異常を検出する手法を岡部靖憲氏らと提案し、既存の代表的な手法(局所AR過程を用いた変化点解析)と本手法を比較し、本手法の有用性を確認していた。加えて、本研究代表者独自の視点として、この解析アルゴリズムと数値計算の反復解法の理論の間に密接な関連性があることを発見していた。

一方、「正弦波分解」とは「任意の退化した離散時間弱定常過程は、互いに直交する確率変数を振幅として持つ有限個の正弦波の和として、一意的に表現可能である」というものであり、この表現式における周波数は、データの時間発展の性質を反映する特性量とみなせる。例えば、地震波の場合、地震の種類に応じ、異なる周波数特性を持つと考えられる。この分解式は通常の周波数分解とは違うもので、本研究代表者らによって新しく導かれたものであり、この式を論拠とする解析手法は、国外を含め、未開発であった。

さらに、「弱白色分解」とは「期待値が一定の任意の離散時間確率過程は、複数の弱ホワイトノイズ過程の和に分解可能である」というもので、本研究代表者は分解前の確率過程が弱定常過程である場合について、ノルム最小という意味で最適な分解を与えるアルゴリズムを発見していた。関連する従来の研究としては、秘密画像を複数の暗号画像(数学的に見ると「ホワイトノイズ画像」)に分解する手法(秘密分散法)が有名である。上記のアルゴリズムも(画像情報ではなく)時系列情報の暗号化に応用可能であると考えられる。

## 2. 研究の目的

本研究では、地震波、株価等に代表される時系列データ(時間と共に値の変動するデータ)の解析法・取り扱い方について、特に確率過程の分解(「揺動散逸分解」「正弦波分解」「弱白色分解」という観点から詳細に調べることが目的とした。研究内容は、「数学の理論に関する分析」「時系列データに関するアルゴリズムの導出」「計算機プログラムの作成」という3つの部分から構成される。

3種類の分解のうち、「揺動散逸分解」に関しては、分解に関係する既知の諸定理や既存のアルゴリズムの全体が、数値計算の反復解法やフレーム理論とどのような関係にあるのか、その全体像を解明し、その後、数値計算等における諸技術を、時系列解析の既存アルゴリズムに取り入れ、実際のプログラミングを行うことで、解析精度や解析速度の向上につなげることを目的とした。

「正弦波分解」「弱白色分解」に関しては、アルゴリズムの大枠は研究開始前において見当が付いていたので、これを整理して実装することを目的とした。

なお、これらの分解に対応するアルゴリズムの、応用面での位置づけは、以下のようになる。

「揺動散逸分解」 時系列データの異常を検出するアルゴリズム

(例:地震波の到達を既存の手法より精度よく自動検出する)

「正弦波分解」 時系列データの特性量を抽出し、データの分類を行うアルゴリズム

(例:種々のタイプの地震を地震波の特性により分類)

「弱白色分解」 秘匿時系列データを複数の白色雑音に分散して管理するアルゴリズム

(例:顧客の取引履歴等を分散管理し、個人情報流出を防ぐ)

なお、上記の3種類のアルゴリズムは、使用目的は互いに異なるが、共通の計算手順を多数含むため、同一研究の中でまとめて解析し、プログラミングを行う方が効率的である。

## 3. 研究の方法

本研究では、離散時間確率過程の分解を、確率論、フレーム理論、数値解析に関する理論など、幅広い観点から解析した。これらの理論は、それぞれの分野においては、長い研究の歴史があるが、相互の関連性について、とりわけ時系列解析への応用という観点から分析しようというスタンスは、本研究独自のものである。

研究遂行にあたり、研究期間前半においては、「揺動散逸分解」「正弦波分解」「弱白色分解」の3種類の分解について、相互の関連に注意しながらも縦割りの的に研究を進めた。なお、これらの研究は、数学的な理論と、アルゴリズムについての理論的、実践的研究が中心となる。その後、研究期間後半では、3種類の分解を統一的に扱いながら、アルゴリズムの実装を進め、プログラムの完成、動作テスト、改良等を目指した。

具体的には、以下の観点から研究を進めた。

(1) 確率過程の「揺動散逸分解」に関する諸定理を、フレーム理論の枠組みで再構築する。特にディレーション、コンプレッションに関する諸定理を有効活用し、確率過程と観測時

系列データの言葉に翻訳・拡張する。

また、数値解析におけるクリロフ部分空間反復解法と時系列データの分解アルゴリズムに一定の対応関係がある点についても、詳しく説明する。

(2) 上記(1)の成果を踏まえ、「揺動散逸分解」に基づき時系列データの異常を検出するための既存プログラムを改良する。

(3) 「正弦波分解」と「弱白色分解」に関するアルゴリズムを理論的に解析し、実装する。

(4) 3種類の分解を統一的に扱い、プログラムを完成させる。

#### 4. 研究成果

(1) 数学の理論に関する分析については、「揺動散逸分解」をフレーム理論の観点から調べた。特に、フレーム理論におけるディレーション、コンプレッションという概念を、確率過程に適用し、非定常な観測時系列データの数理モデルとして「非定常な観測時系列」=「定常確率過程の実現値」+「観測ノイズ」-「測定不能成分」という分解を考案し、このモデルに関する諸定理を導いた。この研究成果は、実データの解析において、観測ノイズを除去したり、観測時に切り落とされてしまった成分を補完したりする際に、役立てられるものと考えられる。

さらに、「定常確率過程の実現値」に含まれる揺動的な部分(ランダムな部分)が、「観測時系列」においてどのように特徴付けされるかを示す定理も導いた。

(2) 計算機プログラムの作成に関しては、まずは、「揺動散逸分解」「正弦波分解」「弱白色分解」の3種類の分解について、それぞれ別々に実装、改良を進めた。その後、これらのプログラムの統合化を図った。その上で、実際の時系列データを用いて、作成したプログラムの動作確認を行い、加えて利便性の向上を目指し、改良を施した。

以下に、プログラムの動作例を示す。図1の上段のグラフは、太陽黒点のデータの元データである。この時系列に対して、「弱白色分解」を実行して2つの新たな時系列データを得た。それらのグラフが、中段および下段に描かれている。元データは強い周期性を有しているのに対し、分解後のデータでは、周期性が消えているのが見て取れる。この点を厳密に確認したのが、図2である。この図は、図1の3本の時系列データそれぞれのスペクトルを求めたものである。元データに対応するスペクトルは、黒点の11年周期に対応したピークが明確に現れているが、分解後のデータにおいては、そのピークが消え、弱白色性を示している。

図3と図4は、気温のデータに対して同様の解析を行ったものであり、ここでも、元データにあった周期性が、分解後のデータでは消えているのが確認できる。

さらに、もともと周期性を持たないデータに対しても同じ分解アルゴリズムを適用し、元データの性質によらず、幅広く適用可能な手法であることの確認を行った。その結果を示したのが図5と図6である。元データは木の年輪のデータであり、分解後の時系列データが、黒点や気温の場合と同様、高い白色性を示していることがわかる。

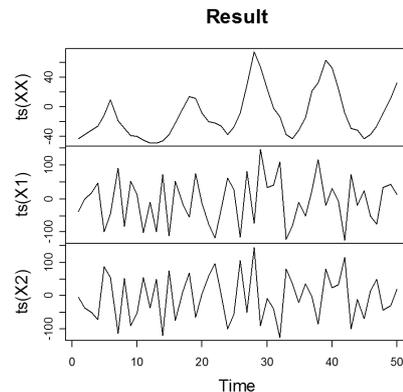


図1 太陽黒点のデータの弱白色分解

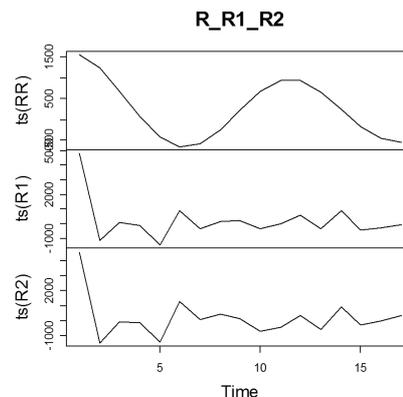


図2 太陽黒点のデータのスペクトル

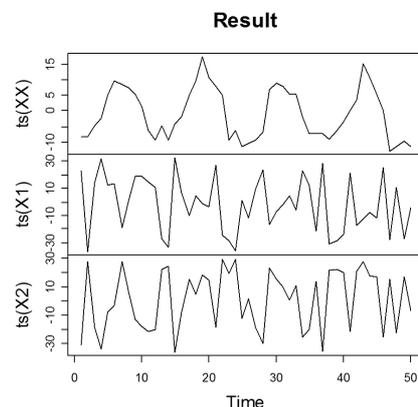


図3 気温のデータの弱白色分解

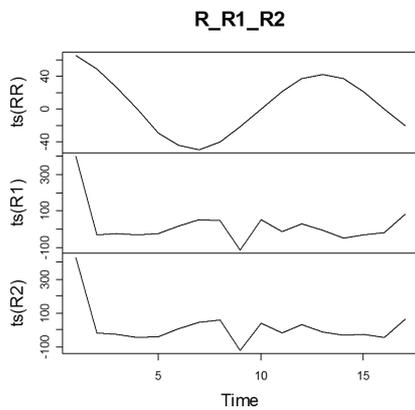


図 4 気温のデータのスペクトル

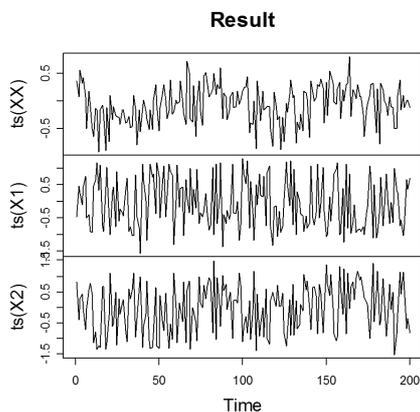


図 5 年輪のデータの弱白色分解

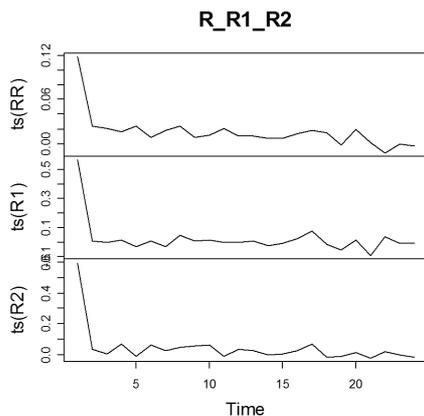


図 6 年輪のデータのスペクトル

なお、これらの解析の元データは、統計解析ソフト R に組み込みのものを用いた。

(3) 数学の理論に関する分析において、当初、研究計画を立てた段階ではあまり意識していなかったものの、結果的に得られた副次的な成果として、反定常時系列に対する解析アルゴリズムを、具体的に導出することができた。

## 5 . 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計 3 件)

Masaya Matsuura, On a recursive method including both CG and Burg's algorithms, Applied Mathematics and Computation, 査読有, Vol. 219, No. 3, 2012, 773-780  
DOI:10.1016/j.amc.2012.07.024

Masaya Matsuura, A note on generalized G-matrices, Linear Algebra and its Applications, 査読有, Vol. 436, No. 9, 2012, 3475-3479  
DOI:10.1016/j.laa.2011.12.011

Masaya Matsuura, Decompositions, dilations and compressions of discrete-time stochastic processes, Universal Journal of Mathematics and Mathematical Sciences, 査読有, Vol. 1, No. 1, 2012, 57-82  
<http://www.pphmj.com/abstract/6330.htm>

〔学会発表〕(計 3 件)

Masaya Matsuura, Stochastic processes with a kind of anti-stationary property, Seminarium i matematisk statistik, 2010 年 11 月 25 日, Uppsala 大学(スウェーデン)

松浦 真也, 数値解析法と  $KM_2O$ -ランジュヴァン方程式論、非線形時系列に対する現象数学の発展(第 7 回シンポジウム)、2010 年 7 月 29 日、明治大学

松浦 真也,  $KM_2O$ -ランジュヴァン方程式論における時系列解析と SSA, CG 法、非線形時系列に対する現象数学の発展(第 6 回シンポジウム)、2010 年 5 月 21 日、明治大学

## 6 . 研究組織

(1) 研究代表者

松浦 真也 (MATSUURA, Masaya)  
愛媛大学・大学院理工学研究科・教授  
研究者番号：70334258

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし

(4) 研究協力者

Maciej Klimek  
ウプサラ大学(スウェーデン)数学科・教授