

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 13 日現在

機関番号：13701

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2010～2013

課題番号：22740103

研究課題名(和文)保存則系の表す現象の数学的解明

研究課題名(英文)Mathematical Analysis for the phenomena governed by conservation Laws

研究代表者

柘植 直樹(Tsuge, Naoki)

岐阜大学・教育学部・准教授

研究者番号：30449897

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,500,000円、(間接経費) 450,000円

研究成果の概要(和文)：まず、半導体中の電子と正孔の運動を考え、その1次元の定常問題を考えた。境界条件は、オーミック接触を表すディリクレ境界条件を課した。さらに、大きなドーピングプロファイル(半導体中に固定されたイオン)を考えた。このとき、解の存在と一意性を示した。

次に、ノズル内の気体の運動を考え、この現象は、圧縮性オイラー方程式によって記述される。この初期値問題を研究し、2011年度にはラバル管に対して大きな初期値を与えて、2012年度には一般の初期値に対して小さな初期値を与えて、それぞれ時間大域解の存在を示した。ここで、ラバル管とは、狭まり広がり形状をした応用上最も重要なノズルである。

研究成果の概要(英文)：First, we considered the motion of electrons and positive ions in a semiconductor and studied the one-dimensional stationary problem. We supplied the Dirichlet boundary condition, which represents the Ohmic contact. Moreover, we treated with a large doping profile, which is the fixed ion in the semiconductor. Then we proved the existence and uniqueness of a solution.

Next, we were concerned with the motion of gas in a nozzle. The phenomena were governed by the compressible Euler equations. We treated with the Cauchy problem for the equations. Then, we proved the global existence of a solution for the Laval nozzle and large data in 2011 (resp. the general nozzle and small data in 2012).

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・大域解析学

キーワード：圧縮性オイラー方程式 ノズル流 圧縮性流体 ラバル管 半導体 時間大域解の存在 不変領域 解の一意性

1. 研究開始当初の背景

(1) 半導体中の電子と正孔の運動

電子(もしくは正孔)のみの運動を考えた場合(ユニポーラー)は、数学的な結果がいくつか知られている。しかしながら、両方の運動を考えた場合(バイポーラー)の数学的な結果は少ない。さらに、それらの結果も、工学的な状況とは、かけ離れた条件が課されていた。

(2) ノズル内の気体の運動

ラバル管と呼ばれる狭まり広がり形状をしたノズルを考えた。亜音速(音速より小さい速度)の気体は、ラバル管を通すことによって、超音速(音速より大きな速度)の気体に加速する事ができる。この性質のため、ラバル管は、超音速で飛行するロケットやジェット機にとって不可欠である。また、オーロラの原因となる太陽風の運動は、ラバル管内を流れる気体の運動と密接に関連がある。

これらの運動は、圧縮性オイラー方程式によって記述される。この方程式に対しては、時間大域解の存在に関して、古典的な結果が知られている。しかしながら、その結果の初期値は、音速の値から十分離れており、かつ定数に十分小さいものに限られる。

一方、気体がラバル管によって加速されるとき、スロートと呼ばれる最も断面の小さい所で、気体は音速になる。また、気体は亜音速から超音速まで大きく変化する。したがって、ラバル管の存在意義と言っても過言ではないこの現象を、数学的にはまだ捉えられていなかった。

2. 研究の目的

(1) 半導体中の電子と正孔の運動

1次元の定常問題の解の存在と一意性を示す。通常、1次元の半導体のシミュレーションをする場合、境界条件はオーミック接

触を表すディリクレ境界条件を課す。さらに、定常解の形状を決定する場合に重要な働きをするドーピングプロファイルは、十分大きな値をとる。ここで、ドーピングプロファイルとは、半導体中に固定されたイオンである。これらの状況を満たした上で、境界における電位が十分小さいという制限のみで、古典解の存在と一意性を示す。実際の半導体においては、電位は十分小さいため、この制限は実際の半導体とかけ離れたものではない。

(2) ノズル内の気体の運動

ラバル管内の気体の運動を表す圧縮性オイラー方程式を考え、音速付近の値を含む大きな値の初期値に対して、時間大域解の存在を示す。

さらに、ラバル管だけでなく、一般のノズルに対しても、時間大域解の存在を示す。

3. 研究の方法

(1) 半導体中の電子と正孔の運動

数学的には、非線形楕円型の連立方程式を考えることになる。問題となるのは、存在および一意性両方において、電子密度と正孔密度の上と下からの評価である。この評価が、ユニポーラーの場合と比べて、格段に難しくなるのである。解決策は、電子と正孔の密度にある適当な関数を掛け、それらの値に対して、最大値原理を適用することである。

(2) ノズル内の気体の運動

問題となるのは、解の有界評価である。これが今まで最大の問題とされてきた。本研究では、この問題を、不変領域を用いる事で解決する。既存の不変領域と異なり、空間変数に依存する不変領域を考える事が問題解決の鍵となる。

4. 研究成果

(1) 半導体中の電子と正孔の運動

2. の目的に述べた内容の結果を得る事

ができた。本結果は *Nonlinear Analysis* に掲載されており、5 .〔学会発表〕、において発表された。

(2) ノズル内の気体の運動

ラバル管に対しては、大きな初期値に対して時間大域解の存在を示す事ができた。さらに、小さな初期値に対しては、一般のノズルに対して、時間大域解の存在を示す事ができた。

これらの結果は *Arch. Ration. Mech. Anal.* に掲載されており、5 .〔学会発表〕 ~ において発表された。

5 . 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計 3 件)

Tsuge Naoki, Isentropic gas flow for the compressible Euler equation in a nozzle. *Arch. Ration. Mech. Anal.* 209 (2013), no. 2, 査読有, 365–400
DOI: 10.1007/s00205-013-0637-5

Tsuge Naoki, Existence of global solutions for unsteady isentropic gas flow in a Laval nozzle. *Arch. Ration. Mech. Anal.* 205 (2012), no. 1, 査読有, 151–193
DOI: 10.1007/s00205-012-0503-x

Tsuge Naoki, Existence and uniqueness of stationary solutions to a one-dimensional bipolar hydrodynamic model of semiconductors. *Nonlinear Anal.* 73 (2010), no. 3, 査読有, 779–787
DOI: 10.1016/j.na.2010.04.015

〔学会発表〕(計 6 件)

Tsuge Naoki, Motion of the inviscid gas through a nozzle – Existence of a time global solution and invariant regions –,IMS Workshop on Nonlinear PDEs from Fluids and Related Topics, 香港中文大学, 2014 年 3 月 25 日

Tsuge Naoki, Motion of the inviscid gas through a nozzle – Existence of a time global solution and invariant regions –, Fourth Japan-China Workshop on Mathematical Topics from Fluid Mechanics, 東京工業大学, 2013 年 9 月 19 日

Tsuge Naoki, Existence of Global Solutions for Unsteady Isentropic Gas Flow in a Laval Nozzle, 第 7 回日独流体数学国際研究集会, 2012 年 11 月 7 日

Tsuge Naoki, Existence of global solutions for unsteady isentropic gas flow in a laval nozzle, 京都大学数理解析研究所(代表者:井口達雄), 2012 年 7 月 6 日

Tsuge Naoki, Stationary problems to a one-dimensional bipolar hydrodynamic models of semiconductors, 流体と気体の数学解析(代表者:愛木豊彦), 京都大学数理解析研究所, 2010 年10 月13日

Tsuge Naoki, Existence and uniqueness of stationary solutions to a one-dimensional bipolar hydrodynamic models of semiconductors, 流体と気体の数学解析(代表者:隠居良行), 京都大学数理解析研究所, 2010 年7月7 日

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況(計 0 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年月日:
国内外の別:

取得状況(計 0 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
取得年月日:
国内外の別:
〔その他〕
ホームページ等

6 . 研究組織

(1)研究代表者

柘植 直樹 (TSUGE, Naoki)
岐阜大学・教育学部・准教授
研究者番号: 30449897

(2)研究分担者

()

研究者番号:

(3)連携研究者

研究者番号： ()