様式Ｃ－１９

科研費 KAKENHI

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 25 年 5 月 15 日現在

機関番号： 14301
研究種目： 若手研究 (B)
研究期間： 2010～2012
課題番号：22740160
研究課題名（和文） ゲージ・重力対応における非相対論的極限の研究

研究課題名（英文） Non-relativistic limits in gauge/gravity correspondence

研究代表者
吉田 健太郎（YOSHIDA KENTAROH）
京都大学・理学研究科・助教
研究者番号： 30544928

研究成果の概要（和文）：

本研究課題の目的は、ゲージ・重力対応における非相対論的極限に関する研究を進めることであった。まず、非相対論的な理論に双対であると考えられる時空を標的空間にもつ弦理論の可積分構造について深い理解を得ることができた。特に、量子アフィン代数の表現の構成、ヤンギアン代数との関係を明らかにした。また、非相対論的な共形対称性に関する研究をおこない、無限次元拡大や超対称性を含める拡張について議論した。

研究成果の概要（英文）：

The purpose of this research project is to study non-relativistic limits in gauge/gravity correspondence. We first studied the integrable structure of string theory defined on the space-times that are holographically dual to non-relativistic systems and obtained a deep understanding. In particular, we constructed the generators of quantum affine algebras and revealed the relation to Yangian algebras. We also studied non-relativistic conformal symmetry with infinite-dimensional extension and supersymmetrization.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合 計
2010 年度	1,300,000	390,000	1,690,000
2011 年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2012 年度	900,000	270,000	1,170,000
年度			
年度			
総 計	3,200,000	960,000	4,160,000

研究分野： 数物系科学
科研費の分科・細目： 物理学、素粒子・原子核・宇宙線・宇宙物理
キーワード： 素粒子(理論)、超弦理論、ゲージ・重力対応、可積分性、シグマ模型、
無限次元対称性、非相対論的極限

１．研究開始当初の背景

1997 年にマルダセナによって、AdS/CFT 対応が提唱されてから、本研究開始時にはすでに 10 年以上が経過していた。この長い年月の間に、この双対性に対する状況証拠は無数に報告されている。現在に至ってもその厳密な証明は未だなされていないが、この双対性が成り立つことに疑いを持つ研究者はほとんどおらず、広く受け入れられている。そして、AdS/CFT 対応、およびその一般化であるゲージ・重力対応を、おもちゃの模型である超対称ゲージ理論ではなく、現実世界を記述する物理の理論、例えば、量子色力学におけるクォーク・グル―オンプラズマの粘性係数の計算や物性理論における超伝導体や非フェルミ流体、冷却原子、リフシッツ点の物理への応用が盛んに研究されるようになっていた。

このようなゲージ・重力対応の応用という研究の流れの中で、研究の動機の一つとなるのは、多くの物性系は非相対論的であることである。それまでのほとんどのゲージ・重力対応の研究においては、相対論的なゲージ理論を考えるのが常識であった。よって、非相対論的な理論をゲージ・重力対応の枠組みで議論することは非常に斬新な研究課題であった。また、ゲージ・重力対応はホログラフィ―原理の実現例と考えられているが、そのホログラフィ―原理が機能するために、場の理論におけるローレンツ対称性がどれぐらい重要であるのかも理解されておらず、純粋に理論的にも興味深い研究課題と言える。

研究開始当初、非相対論的な場の理論の中でも、二つの例、1) シュレディンガー対称性と呼ばれる非相対論的な共形不変性を有する理論、2) リフシッツ点直上で現れる理論に対する重力解が、それぞれ、ソンとカチュルらにより提案されていた。その重力解の発見に端を発して、この方向での研究が精力的になされるようになった。特に、場の理論がシュレディンガー対称性をもつ場合が注目を集め、その場合のゲージ・重力対応は、AdS/NRCFT 対応と呼ばれた。

２．研究の目的

ゲージ・重力対応の中で最も性質のよい AdS/CFT 対応の場合には、その背後に可積分構造が存在することが明らかにされている。より具体的には、対称性や物理的な条件を要求することにより決定される可解なスピン鎖模型が背後に存在し、そのエネルギー固有値は Bethe 方程式を解くことで求められる。この固有値のある極限として AdS_5 x S^5 上のタイプ IIB 型超弦理論におけるエネルギースペクトル(正確にはランダウ-リフシッツ極限における弦理論のエネルギースペクトル)を再現し、また別の極限として 4 次元 N=4 超対称ゲージ理論(プラナー極限)における複合演算子の異常次元に対する高次の摂動計算の結果を厳密に再現する。職人技を駆使してようやく実行できる摂動の高次計算の結果を、可解なスピン鎖模型の代数計算から数係数のみならず、ゼータ関数依存性まで含めて厳密に再現されることは強烈なインパクトを与えた。この可積分構造が明らかにされたことは近年の AdS/CFT 対応の研究におけるもっとも大きな成果の一つであり、ゲージ・重力対応に対して深い理解を与えるものである。

一方、本研究課題の開始当初、非相対論的な理論に双対な時空上の弦理論については、ほとんど調べられていなかった。非相対論的な理論にホログラフィックに双対であると考えられている時空は AdS 空間の変形として実現される。よって、AdS/CFT 対応における可積分変形として、AdS/NRCFT 対応における可積分構造を調べられる可能性がある。本研究課題における目的は、この AdS/NRCFT 対応の背後に、本当に可積分構造が存在するのか明らかにすることである。

可積分模型の場合、変形をすることでより豊かな構造が見出される。例えば、XXX 模型を変形した XXZ 模型を考える方がより大きな可積分構造が存在し、XXX 模型は XXZ 模型のある特別な縮退した点でしかないのである。

本研究課題を実行することにより、AdS/CFT 対応をある特別な場合として含むような一段大きな枠組みを発見し、その大きな枠組みからゲージ・重力対応に対する新しい知見を探ることが本研究課題で目指したいことである。

３．研究の方法

非相対論的な理論に双対な時空には様々なバリエーションがある。本研究では、変形された 3 次元 AdS 空間に注目し、その上の弦理論と関係するシグマ模型の古典可積分構造について調べた。

変形された 3 次元 AdS 空間としては、1) 空間的に変形された AdS 空間, 2) 時間的に変形された AdS 空間, 3) 光円錐的に変形された AdS 空間（3D シュレディンガー時空とも呼ばれる） という 3 種類の場合が考えられる。最初の二つは squashed sphere（変形された球面）から二重ウィック回転により得ることができる。よって、最初の二つの時空上のシグマ模型の古典可積分構造の研究に対しては、squashed sphere の場合を考えることにした。

この squashed sphere 上のシグマ模型の可積分性については、先行研究によりわかっていることもあったが、AdS/CFT 対応におけ

る可積分構造の研究の進展を踏まえた視点からみると、より大きな構造が存在しないとつじつまが合わないことに気が付いていた。また、その予想される答えと昔の文献に記載されている事実が矛盾してもいた。このギャップを埋めることが一つ目の課題であった。

このギャップを埋めるために新しい無限次元対称性の生成子の構成をおこなった。研究成果の方で詳しく記述するが、結果的に、研究当初に考えていた予想の方が正しく、整合的な理解を提出することができた。

3) のシュレディンガー時空の場合には、可積分構造はまったくわかっておらず、研究開当初は、その解析手法についてまったくアイデアがなかった。しかし、squashed sphere の場合に対する我々の研究の進展により発見された non-local map の手法により、解析可能であることがわかった。この解析手法の詳細については研究成果の方で述べる。

４．研究成果

本研究課題における研究成果は大きく分けて、次の三つに分けられる：(1) squashed sphere 上のシグマ模型における古典可積分構造、(2) シュレディンガー時空上のシグマ模型における古典可積分構造、(3) 非相対論的な共形代数の超対称化、である。以下、それぞれの研究成果について概説する。

(1) squashed sphere 上のシグマ模型における古典可積分構造

3次元AdS空間の場合における可積分構造は、二つの sl(2)ヤンギアン代数によって特徴付けられる。AdS 空間を変形することにより、一つのヤンギアン代数も変形され、量子アフィン代数として実現されることを示した。もう一方のヤンギアン代数は変形後もヤンギアンのまま保持されることも示した。結果として、量子アフィン代数とヤンギアン代数の二つを同時に含むことがわかった。この両者の対称性の生成子は、モノドロミー行列のレベルでゲージ変換によって移りあうことも示した。また、両者の生成子を与えるカレントの間に non-local map が存在することも示した。この non-local map はシュレディンガー時空上のシグマ模型の可積分構造の解析において、強力な役割を果たした。

(2) シュレディンガー時空上のシグマ模型における古典可積分構造

3 次元シュレディンガー時空を標的空間にもつシグマ模型の古典可積分構造について、無限次元対称性の観点から調べた。まず、AdS 空間の場合から生き残るヤンギアン代数について、生成子を具体的に構成した。その後、squashed sphere の場合における解析の結果として得られていた non-local map の手法を使い、新たな無限次元代数の生成子を構成した。この代数の有限次元部分は、q-変形されたポアンカレ代数であることがわかった。この代数の無限次元化の正体がなにかは、本研究課題の研究期間中には論文として発表することはできなかった。しかし、その正体は Jordanian twist をしたヤンギアン代数であることがわかっており、現在、論文として発表する準備をしている。

(3) 非相対論的な共形代数の超対称化

非相対論的な共形対称性としてシュレディンガー対称性が知られている。また、その動的臨界指数を2から一般に拡張した代数やその部分代数として、リフシッツ点の対称性に対応するリフシッツ代数も知られていた。これらの代数の超対称性を含めた拡張について議論し、可能な代数について分類をした。

５．主な発表論文等
（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計　10 件）

① 川口維男、吉田健太郎、Exotic symmetry in Schrodinger sigma models、Journal of High Energy Physics、査読有、2巻、2013、024、27 ページ
DOI: 10.1007/JHEP02(2013)024

② 阪口真、吉田健太郎、Supersymmetric extensions of nonrelativistic scaling algebras, Symmetry、査読無、4巻、2012、517-536
DOI: 10.3390/sym4030517

③ 川口維男、松本拓也、吉田健太郎、On the classical equivalence of Monodromy matrices in squashed sigma model、Journal of High Energy Physics、査読有、6巻、2012、082、26 ページ
DOI: 10.1007/JHEP06(2012)082

④ 川口維男、松本拓也、吉田健太郎、The classical origin of quantum affine algebra in squashed sigma models、Journal of High Energy Physics、査読有、4巻、2012、115、21 ページ
DOI: 10.1007/JHEP04(2012)115

⑤ 川口維男、吉田健太郎、Classical

integrability of Schrodinger sigma models and q-deformed Poincare symmetry 、Journal of High Energy Physics、査読有、11巻、2011、094、17ページ
DOI: 10.1007/JHEP11(2011)094

⑥ 初田真知子、吉田健太郎、Super Yangian of superstring on AdS_5 x S^5 revisited、Advances in Theoretical and Mathematical Physics、査読無、 15巻、2011、1485-1501、
http://intlpress.com/site/pub/pages/journals/items/atmp/content/vols/0015/0005/00022858/index.html

⑦ 川口維男、吉田健太郎、Hybrid classical integrability in squashed sigma models、Physics Letters B、査読有、705巻、2011、251-254
DOI: 10.1016/j.physletb.2011.09.117

⑧ 川口維男、Domenico Orlando、吉田健太郎、Yangian symmetry in deformed WZNW models on squashed spheres、Physics Letters B、査読有、701巻、2011、475-480
DOI: 10.1016/j.physletb.2011.06.007

⑨ 阪口真、Hyeonjoon Shin、吉田健太郎、Semiclassical analysis of M2-brane in AdS_4 x S^7/Z_k、Journal of High Energy Physics、査読有、12巻、2010、012、24ページ
DOI: 10.1007/JHEP12(2010)012

⑩ 川口維男、吉田健太郎、Hidden Yangian symmetry in sigma model on squashed sphere、Journal of High Energy Physics、査読有、11巻、2010、032、11ページ
DOI: 10.1007/JHEP11(2010)032

〔学会発表〕(計 7件)

① 吉田健太郎、Exotic symmetry in Schrodinger sigma models、日本物理学会 第68回年次大会、2013年3月28日、広島大学

② 吉田健太郎、Dynamical Lifshitz spacetimes and aging phenomena、日露共同研究ミニワークショップ (招待講演)、2013年3月25日、ホテルヴィアーレ大阪

③ 吉田健太郎、Hybrid integrable structure of squashed sigma models、国際会議「Integrabilty in gauge and string theory」(招待講演)、2012年8月24日、ETH、チューリッヒ、スイス

④ 吉田健太郎、Hybrid integrable structure of deformed sigma models、日露共同研究ワークショップ (招待講演)、2012年3月30日、大阪市立大学

⑤ 吉田健太郎、Hybrid classical integrability in squashed sigma models、国際研究会 the JSPS/RFBR collaboration workshop (招待講演)、2011年9月13日、Higher School of Economics、モスクワ、ロシア

⑥ 吉田健太郎、Yangian symmetry in deformed WZNW models on squashed spheres、第2回静岡集中セミナー (招待講演)、2011年6月24日、静岡大学

⑦ 吉田健太郎、Hidden Yangian symmetry in sigma model on squashed sphere、第4回日露ワーキングセミナー (招待講演)、2010年11月30日、大阪駅前第2ビル6階文化交流センター 大セミナー室

〔その他〕
アウトリーチ活動
原子核三者若手夏の学校
開催期間：2012年8月2日～8月7日
場所：ホテルエバーグリーン富士、山梨
弦理論パート講師 吉田 健太郎
「ゲージ理論と重力理論の双対性」
発表日：8月2日、3日

６．研究組織
(1)研究代表者
吉田 健太郎 (YOSHIDA KENTAROH)
京都大学・理学研究科・助教
研究者番号：30544928

(2)研究分担者
( )

研究者番号：

(3)連携研究者
( )

研究者番号：