

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成25年 6月 5日現在

機関番号：13901

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2010 ~ 2012

課題番号：22740255

研究課題名（和文）

十分発達した電磁流体乱流の計算科学：普遍性の検証及び情報縮約手法の開発

研究課題名（英文） Computational science of fully developed magnetohydrodynamic turbulence: examination of its universality and development of turbulent modeling method

研究代表者

芳松 克則 (YOSHIMATSU KATSUNORI)

名古屋大学・工学研究科・助教

研究者番号：70377802

研究成果の概要（和文）：

3次元一様電磁流体乱流の大規模直接数値計算（DNS）データを解析し、ある極限の下で厳密に成立する統計法則のひとつである3次モーメントに対する5分の4則の検証、及び、ウェーブレット解析に基づく情報縮約手法（CVCS手法）の開発を行った。非等方性の5分の4則への影響が電気伝導性をもたない流体の乱流に比べずっと大きいことなどが分かった。開発したCVCS手法がDNSの自由度の僅か約5%の自由度を保持するだけにもかかわらず、乱流統計量の時間発展をよく再現することを示した。

研究成果の概要（英文）：

The four-fifths law for third-order longitudinal moments was examined, using direct numerical simulation data of three-dimensional (3D) magnetohydrodynamic (MHD) turbulence. The influence of the directional anisotropy on the law is suggested to be substantial, at least in the case studied here, while this is not the case for 3D hydrodynamic turbulence. A simulation method to track the time evolution of coherent vorticity and current density was also developed for 3D MHD turbulence. It is found that the method well preserves the statistical predictability of the turbulent flow with a reduced number of degrees of freedom.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2010年度	1,300,000	390,000	1,690,000
2011年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2012年度	800,000	240,000	1,040,000
総計	3,100,000	930,000	4,030,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数理物理・物性基礎

キーワード：流体、計算物理、数値物理、応用数学

## 1. 研究開始当初の背景

宇宙流体や核融合炉内における基礎的な流動現象は、電気伝導性をもった流体の乱れた流れ（MHD乱流）である。その予測・解明の重要性が、国際核融合炉の建設を契機に増してきている。MHD乱流は、様々な時間・空間スケールをもつ渦や磁場が複雑に相互作用する現象であり、巨大自由度、多階層、強

非線形、不可逆、開放系の典型である。電気伝導性をもたない流体の乱流（HD乱流）では、そのRe数（流れの非線形性の強さを表す指標）が十分高い場合、大スケールの外力や境界条件の詳細に依らない統計的普遍性が十分小さなスケールに存在するという考え方があり。その考えは、乱流の統計理論、及び、乱流モデルの中核となっている。とこ

るが、MHD 乱流では、 $R_m$  数（磁場の非線形性の強さを表す指標）が十分高くても、大スケールの磁場が小スケールに対し局所的な平均磁場として作用する。そのため、その普遍性は HD 乱流のものに比べ狭い意味でしか存在しないと考えられている。したがって、その普遍性の検証が重要であるが、その巨大自由度のためその検証は困難であった。しかし、近年発展が著しいスーパーコンピュータの高度利用に基づく手法、特に大規模な直接数値計算(DNS)及びそのデータ解析によりその検証が可能になってきた。

一方、宇宙流体や核融合炉内に現れる乱流の自由度は極めて巨大であるため、その DNS は近い将来においても不可能である。その予測・制御のためには、乱流の巨大自由度を縮約する、普遍性を利用した乱流モデルの開発が不可欠である。

## 2. 研究の目的

本研究の目的は、十分発達した 3 次元非圧縮性 MHD 乱流の大規模 DNS データを解析し、統計的普遍性を検証すること、及び、ウェーブレット解析に基づく情報縮約手法 (CVCS 手法) を開発することである。

## 3. 研究の方法

(1) 3 次元非圧縮性 MHD 乱流の統計的普遍性の検証

① 周期境界条件の下、3 次元非圧縮性 MHD 乱流の DNS を行った。空間微分にはフーリエスペクトル法を、時間発展には 4 次のルンゲクッタ法を用いた。格子点数は  $512^3$ 、磁気プラントル数は 1 である。また、統計的に準定常な場を得るために、磁気ヘリシティを有意に持たせ、速度場にランダム力を課した。等方性の仮定の下、十分高い  $Re$ 、 $R_m$  の下の慣性小領域で厳密に成立する統計法則である 5 分の 4 則の検証を行った。その検証のために、速度差の自乗の空間平均の球平均量の時間発展を表す方程式（以下、一般化された KHK 方程式と呼ぶ）を Navier-Stokes 方程式から新たに導いた。一般化された KHK 方程式の各項を数値的に評価した。また、方向による非等方性の 5 分の 4 則に対する影響も評価した。

② 3 次元非圧縮性 MHD 乱流の間欠性について調べた。DNS データの 3 次元直交ウェーブレット解析を行った。

③ 低  $R_m$  数非圧縮 MHD 一様乱流の初期値感受性を周期境界条件の下、DNS により調べた。特に、成分によるスケール依存非等方性の発展に着目した。初期場として、十分発達した乱流場と、そのある高波数側をランダム化した場（エネルギースペクトルは乱流場と同じ）を用いた。

(2) 3 次元非圧縮性 MHD 乱流の CVCS 手法の

開発

① 3 次元周期境界条件を満たす MHD 乱流場の DNS 結果と CVCS 手法によるシミュレーション結果との比較により、CVCS 手法の検証・予測可能性を評価した。CVCS 手法では、MHD 乱流場の渦度場、電流密度場から、3 次元直交ウェーブレット解析の非線形フィルタリングを用いて秩序渦度場、秩序電流密度場を抽出した。さらに、その移動、それによる小スケールでの渦の生成を捉えるために、ウェーブレット空間においてセーフティゾーンと呼ばれる領域をウェーブレット空間での位置・スケール・方向に対して導入した。これらの一連の操作を毎時刻行う。まずは、CVCS 手法の乱流場の再現性を調べるために、メモリや計算時間を節約しない擬アダプティブ CVCS 手法を開発した。その方法では DNS と同様、空間微分にはフーリエスペクトル法を、時間発展には 4 次のルンゲクッタ法を用いた。なお、格子点数  $256^3$  とした。磁気プラントル数は 1 とした。統計的に準定常な場を得るために、速度場、磁場ともに加振を課した。

② セーフティゾーンの設定の仕方によるシミュレーション結果の依存性及び自由度の圧縮率を調べた。

③ メモリや計算時間を削減する完全アダプティブ CVCS 手法の開発に向けて、3 次元非圧縮 HD 乱流に対するウェーブレット解析を応用した情報縮約手法の開発を行った。ここでは、二次精度有限体積法を用いている。また、複雑形状固体壁をもった乱流の情報縮約手法の開発に向けて、複雑形状を容易に扱える CVCS 手法とのハイブリッドも可能なペナライズ手法の検討を行った。固体壁を境界の一部として持つ非圧縮性乱流場のうち最も規範的なものである平行二平板間乱流を対象とした解析計算と低レイノルズ数流れに対するフーリエスペクトル法によるシミュレーションを行った。

## 4. 研究成果

最も規範的な MHD 乱流のひとつである周期境界条件を満足する 3 次元一様 MHD 乱流を主な対象として研究を実施した。成果の概要を以下に示す。

(1) 3 次元非圧縮性 MHD 乱流の統計的普遍性の検証

① 非等方性 MHD 乱流の 3 次モーメントに対する一般化された 4/5 則の導出及びその DNS データを用いた検証を行った。一般化された KHK 方程式の各項を定量的に評価した。非等方性の影響が HD 乱流の乱流に比べずっと大きいことなどが分かった。慣性小領域における 3 次構造関数の近似関数を解析的に求めた。その近似関数が DNS の結果とよく一致することを確認した。レイノルズ数の増加に

つれ、3次構造関数が4/5に漸近することもわかった。また、磁場に加振がある場合には、従来報告されていた4/5則に修正項が必要なことを示した。

②HD乱流では、ラグランジュ加速度がオイラー加速度よりもかなり強い間欠性を示すのに対して、MHD乱流では、オイラー加速度がラグランジュ加速度と同程度の間欠性を示すことが分かった。これは、MHD乱流ではローレンツ力が非局所的に作用しているからと考えられる。また、速度場と磁場が同じ方向を向く傾向が他の組み合わせよりも強いことなどが分かった。

③一様磁場下の低磁気レイノルズ数電磁流体乱流の初期値敏感さについて調べた。誤差場の非等方性の成長の仕方と乱流場の非等方性の発展の仕方が異なることが分かった。

## (2) 3次元非圧縮性MHD乱流のCVCS手法の開発

①擬アダプティブCVCS手法を開発した。ウェーブレット空間でスケール・位置・方向に対してセーフティゾーンを設定するCVCSはDNSの自由度の僅か約10%の自由度を保持するだけで、DNSで得られたエネルギー、渦度の確率密度関数などの統計量だけでなく、図1で見られるように秩序構造の場所もよく再現した。

DNSとCVCSとの誤差場の時間発展を調べた。その結果、HD乱流に比べMHD乱流の初期値敏感さが弱いことが示唆された。MHD乱流の散逸スケールを代表する長さスケールの30倍程度より大きい長さスケールの場合渦度シート、電流密度シートの場所を決めるのに主要な役割を果たしていることが分かった。

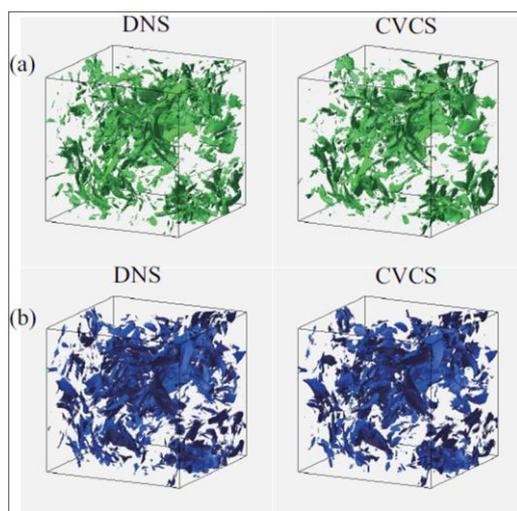


図1. 計算した最終時刻での乱流場の可視化図。(a) 強い渦度領域、(b) 強い電流密度領域。

② CVCS手法の自由度をさらに低減するために、セーフティゾンの影響について調べた。ウェーブレット空間の位置、方向に対してだけセーフティゾーンをもつCVCS手法では、もとの5%程度の自由度しか保持してないにもかかわらず、乱流場の2次や3次の統計をよく再現することが分かった。

③ CVCS手法の完全アダプティブ化の前段階として、3次元非圧縮HD乱流に対するウェーブレットに基づいた完全アダプティブシミュレーション手法の開発も行った。使用メモリの削減に成功した。

ペナライズ法の精度検証のため、ペナライズ項で壁を表現した平均圧力勾配下の平行流の解析解を導出し、ポアズイユ流との比較を行った。ペナライズ項の強さが大きくなるにつれて、ポアズイユ流に漸近することを示した。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計6件)

- ① K. Yoshimatsu, N. Okamoto, Y. Kawahara, K. Schneider and M. Farge, Coherent Vorticity and Current Density Simulation of Three-Dimensional Magnetohydrodynamic Turbulence Using Orthogonal Wavelets, *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, 査読有, 107, 73-92, (2013).
- ② K. Yoshimatsu, N. Okamoto, Y. Kawahara, K. Schneider, and M. Farge, Coherent Vorticity and Current Density Simulation of Magnetohydrodynamic Turbulence, *Proceedings of 31st JSST Annual Conference JSST 2012 International Conference on Simulation Technology Sep. 27-28, 2012, Kobe, Japan*, 査読有, 184-189 (2012).
- ③ K. Yoshimatsu, Examination of the Four-Fifths Law for Longitudinal Third-Order Moments in Incompressible Magnetohydrodynamic Turbulence in a Periodic Box, *Phys. Rev. E*, 査読有, 85, 066313-1 - 066313-7 (2012).
- ④ N. Okamoto, K. Yoshimatsu, K. Schneider and M. Farge, Directional and Scale-Dependent Statistics of Quasi-Static Magnetohydrodynamic Turbulence, *ESAIM: PROCEEDINGS*, 査読有, 32, 95-102, (2011).
- ⑤ K. Yoshimatsu, K. Schneider, N. Okamoto, Y. Kawahara, and M. Farge, Intermittency and Geometrical Statistics of Three-Dimensional Homogeneous Magnetohydrodynamic Turbulence: A Wavelet Viewpoint, *Phys. Plasmas* 査読

- 有, 18, 092304-1 - 092304-9 (2011).
- ⑥ N. Okamoto, K. Yoshimatsu, K. Schneider, and M. Farge, Intermittency of Quasi-Static Magnetohydrodynamic Turbulence: A Wavelet Viewpoint, Journal of Physics: Conference Series, 査読無, 318, 072035 (2011).

〔学会発表〕(計19件)

- ① K. Yoshimatsu, Intermittency and isotropy in three-dimensional homogeneous magnetohydrodynamic turbulence, Mathematical Theory of Turbulence via Harmonic Analysis and Computational Fluid Dynamics, Nagoya University, Japan, 2012年12月7日~2012年12月8日 (7日) (招待), 名古屋大学.
- ② K. Yoshimatsu, N. Okamoto, Y. Kawahara, K. Schneider and M. Farge, Coherent vorticity and current density simulation of three-dimensional magnetohydrodynamic turbulence using orthogonal wavelets, American Physical Society 65th Annual DFD Meeting, San Diego, California 2012年11月18日~2012年11月20日 (20日), San Diego USA.
- ③ K. Yoshimatsu, N. Okamoto, Y. Kawahara, K. Schneider, and M. Farge, Coherent Vorticity and Current Density Simulation of Magnetohydrodynamic Turbulence, 31st JSST Annual Conference JSST 2012 International Conference on Simulation Technology, Kobe, Japan 2012年9月27日~2012年9月28日 (28日), 神戸.
- ④ 丹羽佑太, 星野邦雄, 芳松克則, 石原卓, 直接数値計算による三次元レイリー・ベナール対流乱流の渦構造, 2012年9月16日~9月18日 (講演は9月18日) 日本流体力学会年会2012, 高知大学.
- ⑤ N. Okamoto, K. Yoshimatsu, K. Schneider, M. Farge and Y. Kaneda, Coherent vorticity simulation of three-dimensional forced homogeneous isotropic turbulence using orthogonal wavelets, 6th EUROPEAN CONGRESS ON COMPUTATIONAL METHODS IN APPLIED SCIENCES AND ENGINEERING (ECCOMAS 2012), 2012年9月10日~9月14日 (10日), ウィーン, オーストリア.
- ⑥ 芳松克則, ウェーブレット解析を用いた乱流の情報縮約手法の開発, 平成23年度数学・数理科学と諸数学・産業との連携ワークショップ「乱流と流体方程式の解の特異性」, 2012年1月27日, 名古屋大学.
- ⑦ 星野邦雄, 芳松克則, 3次元レイリー・ベナール対流乱流における渦構造, 第25回数値流体力学シンポジウム, 2011年12月20日, 大阪大学.
- ⑧ 森島由太, 岡本直也, 芳松克則, K. Schneider, M. Farge, ウェーブレット解析を用いた3次元乱流のアダプティブシミュレーション, 第25回数値流体力学シンポジウム, 2011年12月19日, 大阪大学.
- ⑨ K. Schneider, K. Yoshimatsu, N. Okamoto, Y. Kawahara, and M. Farge, Intermittency and geometrical statistics of 3d homogeneous magnetohydrodynamic turbulence using wavelets, 53rd Annual Meeting of the APS Division of Plasma Physics, November 14-18, 2011; Salt Lake City, Utah, November 17, 2011, Salt Lake City (USA)
- ⑩ 芳松克則, 3次元電磁流体乱流における4/5則の検証, RIAM 研究集会「乱流現象及び非平衡系の多様性と普遍性」, 2011年11月11日, 九州大学.
- ⑪ N. Okamoto, K. Yoshimatsu, K. Schneider and M. Farge, Intermittency of quasi-static magnetohydrodynamic turbulence: A wavelet viewpoint, CCS Symposium Autumn 2011, 2011年11月1日, 名古屋大学.
- ⑫ N. Okamoto, K. Yoshimatsu, K. Schneider and M. Farge, Intermittency of quasi-static magnetohydrodynamic turbulence: A wavelet viewpoint, Fundamental problems of turbulence, 50 years after the Marseille Conference 1961, 2011年9月29日, Marseille, France.
- ⑬ N. Okamoto, K. Yoshimatsu, K. Schneider and M. Farge, Intermittency of quasi-static magnetohydrodynamic turbulence: A wavelet viewpoint, 13th European Turbulence Conference, 2011年9月15日, Warsaw, Poland.
- ⑭ 丹羽佑太, 芳松克則, 石原卓, 三次元一様回転乱流における秩序渦構造の形成: 弱い単純剪断流の影響, 日本流体力学会 年会2011, 2011年9月9日, 首都大学東京.
- ⑮ 川原康弘, 芳松克則, 岡本直也, ウェーブレット解析に基づく電磁流体乱流の秩序構造シミュレーション, 第24回数値流体力学シンポジウム, 2010/12/20, 慶応大学.
- ⑯ 岡本直也, 芳松克則, K. Schneider, M. Farge, 金田行雄, 3次元非圧縮性一様等方乱流におけるウェーブレット解析に基づく情報縮約, 平成22年度共同利

用研究集会「乱流現象及び非平衡系の多様性と普遍性」, 2010/11/13, 九州大学.

- ⑰ 芳松克則, 乱流のウェーブレット解析 - 情報縮約手法の開発 -, RIMS 共同研究「ウェーブレットの発展と理工学的应用」, 2010/10/21, 京都大学 (招待).
- ⑱ 芳松克則, 岡本直也, 金田行雄, 一様等方性乱流の秩序渦度シミュレーション, 日本物理学会2010年秋季大会, 2010/9/25, 大阪府立大学.
- ⑲ 芳松克則, 岡本直也, ウェーブレット解析による乱流の情報縮約手法, 第4回シミュレーション科学シンポジウム, 2010/9/15, 自然科学研究機構核融合科学研究所 (招待).

〔図書〕 (計 0 件)

〔産業財産権〕

○出願状況 (計 0 件)

○取得状況 (計 0 件)

〔その他〕

ホームページ等

なし

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

芳松 克則 (YOSHIMATSU KATSUNORI)  
名古屋大学・大学院工学研究科・助教  
研究者番号: 70377802

### (2) 研究分担者なし

### (3) 連携研究者なし