

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 5 月 26 日現在

機関番号：11301

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2010～2013

課題番号：22760064

研究課題名(和文) 錐制約付き半無限計画問題のフィルタ設計およびDSM通信に対する応用

研究課題名(英文) Application of conic constrained semi-infinite programming to filter design and DSM communication

研究代表者

林 俊介 (Hayashi, Shunsuke)

東北大学・情報科学研究科・准教授

研究者番号：20444482

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,200,000円、(間接経費) 960,000円

研究成果の概要(和文)：当初、申請書に記述した本研究の目的は、錐制約付き半無限計画問題に対する効率的なアルゴリズムの開発と、そのアルゴリズムの現実問題(フィルタ設計やDSM通信など)への応用ということであった。そのうち、アルゴリズムの開発に関しては、十分な成果が得られた。特に、半無限錐計画問題に対する正則化交換法を提案し、SIAM Journal on Optimizationに採録されたことが最も大きな成果と言えよう。一方、現実問題の応用に関しては、DSM通信に関しては論文として発表できるほどの結果が得られなかったが、フィルタ設計に関しては、正則化交換法をベクトルチェビシェフ問題に適用し良好な結果が得られた。

研究成果の概要(英文)：When I first applied for this fund, the purposes of the study are to establish an efficient algorithm for semi-infinite programming problems with conic constraints, and to apply the established algorithm to real problems such as filter design, DSM communication and so on. On establishing the algorithms, we have accomplished the first purpose sufficiently. Especially, the most remarkable result is to have proposed the regularized explicit exchange method for semi-infinite conic programming problems, which was accepted for publication in SIAM Journal on Optimization. On the other hand, concerning the real application, we could not obtain sufficient results on the DSM communication. However, we applied the regularized explicit exchange method to the vector Chebyshev approximation problem, which includes the FIR filter design problems as a subclass.

研究分野：工学

科研費の分科・細目：分科：応用物理学・工学基礎 / 細目：工学基礎

キーワード：数理工学 最適化 半無限計画 錐計画 フィルタ設計

1. 研究開始当初の背景

錐制約とは、既存の不等式制約の不等号の部分、関数値(ベクトル)が二次錐や半正定値錐といった錐に属している条件に置き換えたものであり、特に、二次錐計画問題(Second-Order Cone Program: SOCP)や半正定値計画問題(Semi-Definite Program: SDP)などの制約条件に顕著に表れる。これらの問題は、SeDuMi, SDPT3, SDPA といった強力な内点法ソルバーが整備されており、応用分野も豊富なことから、近年は最適化の研究者のみならず、制御、信号処理、建築学などの研究者からも注目を集めている。一方、半無限計画問題(Semi-Infinite Program: SIP)とは、一般に決定変数が有限であり、制約領域が無限個の不等式を用いて表現されるような最適化問題として特徴づけられる。半無限計画問題に対する研究は1980年代頃から本格的に行われ、最適性条件、制約想定、アルゴリズムに関する研究等、これまで多くの研究成果が蓄積されてきた。

このように、半無限計画問題に対する研究と、錐最適化問題に対する研究とは、別々の流れで発展してきた。言い換えると、半無限計画問題を専門とする研究者は、錐制約をそのまま半無限計画問題に導入することに対して消極的であったし、錐最適化問題の研究者も無限個の制約を導入することを積極的に考えてこなかった。しかし、それらを併せたクラスの問題を導入することにより、より多くの現実問題へと応用が可能になることが期待される。実際、申請者が2009年に発表した論文(Soon-Yi Wu 教授(国立成功大学・台湾)との共著)では、『有限個の二次錐制約を含むような半無限計画問題』に対する陽的交換アルゴリズム(Explicit Exchange Algorithm)を開発し、そのアルゴリズムにより生成される点列が、最適解に収束することを証明した。また、具体的な応用例として、対数チェビシェフ近似に基づいたローパス線形位相フィルタ設計問題に適用し、高精度の解を得るに至った。

2. 研究の目的

本研究の目的は、より複雑な構造をもつ錐制約付き半無限計画問題に対する効率的なアルゴリズムの開発と、そのアルゴリズムの現実問題(フィルタ設計やDSM通信など)への応用にある。

(1) まず、これまでの錐制約付き半無限計画問題に関する研究では、有限個の錐制約と無限個の不等式制約で実行可能領域が特徴づけられるものだけに焦点が当てられていた。しかし、フィルタ設計など多く応用問題を半無限計画問題として定式化したとき、『無限個の錐制約』をもつ問題として定式化した方がより自然であり、元の問題の良い性質を活

かした形で定式化できることが知られている。したがって、これまで開発してきたアルゴリズムをさらに拡張し、無限個の錐制約をもつ半無限計画問題を効率的に解くようなアルゴリズムを開発することが重要である。

(2) 既存のアルゴリズムでは、各反復における部分問題として、「有限緩和された錐最適化問題」を何度も解く必要がある。実際、各反復における部分問題は、お互いに似た構造を持っているため、それらの類似性を活かした部分問題の解き方が有効であると予想される。また、既存のアルゴリズムでは二次錐制約のみを取り扱っていたが、より一般的なクラスの錐である半正定値錐や対称錐を制約に含んだ半無限計画問題にも適用可能なアルゴリズムを開発していくことも重要である。

(3) フィルタ設計問題は本質的にベクトルチェビシェフ近似問題であり、具体的には指定された周波数帯域において、フィルタの周波数応答が所望応答にできるだけ近づくよう、フィルタ係数を上手く決定する問題である。実際の複素チェビシェフ近似を用いたフィルタ設計問題では、多くの場合が『無限個の錐制約と不等式制約』を含む半無限計画問題として定式化される。一方、デジタル加入者線やコグニティブ無線などの通信システムを効率的に制御する通信法として最近注目を集めているのがDSM(Dynamic Spectrum Management)である。スペクトルは本質的には連続して分布しているため、無限次元の変数(と有限個の制約)をもつ最適化問題としてモデル化できるが、この種の問題は双対問題が半無限計画問題となることが知られている。これらの現実問題を錐制約付き半無限計画問題として定式化して解くことが重要である。

3. 研究の方法

(1) 本課題で欠かせないのが、計算機によるシミュレーションである。実際、アルゴリズムの収束性を議論するためには、そのアルゴリズムに用いる幾つかの関数の性質(具体的には微分可能性、半平滑性、リップシツツ連続性、レベル集合の有界性など)を調べる必要がある。そういった性質がどのような条件の下で成り立つのか、もしくは、成り立たないのならどのような反例があるのか、といったことを調べる際に、数学の知識・技法だけでなく、コンピュータを用いたシミュレーションが強力なツールとなる。

(2) 半無限計画問題の研究は欧米やアジアなど海外では盛んに行われているものの、日本では十分になされておらず、海外の研究者との積極的な交流および共同研究が不可欠である。実際、申請者はここ数年、アジアで

半無限計画の第一人者として知られる Soon-Yi Wu 教授(台湾・国立成功大学)との共同研究を行っており、これからも継続していく予定である。また、最適化の研究者のみならず、通信、制御の研究者ともコンタクトを取り、それらの分野ではどのようなアルゴリズムが重宝されているのか(正確性優先、速度優先、頑健性優先など)を知ることが重要である。

(3) アルゴリズムが完成し、収束に関する理論的な解析結果を得ることができたら、実際に計算機を用いて現実の問題を解いてみる必要がある。実装にあたっては、MATLAB とよばれるプログラミング言語を用いる予定だが、フィルタ設計問題の場合は、簡単な問題であれば MATLAB の内蔵関数でも解くことができる。したがって、提案したアルゴリズムと MATLAB の比較実験も行っていきたい。さらに、作成したアルゴリズムを整理し、最適化以外の研究者も利用可能な MATLAB 用のソフトウェアとしてウェブ上に公開することも目指したい。

(4) 最近、最適化の分野では、数理モデルに含まれるデータにある種の不確実性が含まれることを前提とし、その前提の下で最適化を行う『ロバスト最適化』や『確率的最適化』といった分野の研究が盛んになってきている。実際、現実の問題ではモデルのデータやパラメータが誤差を含んだ形で定式化されることもしばしばあるので、このような問題にも対処できるような枠組みの構築を目指していきたい。

4. 研究成果

当初、申請書に記述した本研究の目的は、錐制約付き半無限計画問題に対する効率的なアルゴリズムの開発と、そのアルゴリズムの現実問題(フィルタ設計や DSM 通信など)への応用ということであった。そのうち、アルゴリズムの開発に関しては、十分な成果が得られた。特に、最も特筆すべきは論文[4]の結果である。本課題を開始した当初では求解が困難とされていた『無限個の錐制約』をもつ問題(半無限錐計画問題)に対して、陽的交換法(explicit exchange method)と正則化法(regularization method)を組み合わせることにより、大域的収束性をもつアルゴリズム(正則化陽的交換アルゴリズム)を構築することができた。また、既存のアルゴリズムでは二次錐制約のみを対象としていたが、論文[4]の結果では一般の閉凸錐に関しても拡張可能であることが示された。また、数値実験では、正則化陽的交換アルゴリズムをベクトルチェビシェフ近似問題にも適用し、好ましい結果を得ることができた。ベクトルチェビシェフ近似問題は FIR フィルタ設計問題を含むクラスの問題であり、本論文で得られ

た結果がこれらのフィルタ設計問題に幅広く応用されていくことが期待できる。一方、DSM 通信問題に関しては、本質的に半無限錐計画問題にそぐわないことが判明したため、論文として提出できる十分な結果を得ることはできなかった。

また、半無限錐計画問題に関するアルゴリズムを考えていく上で、錐制約をもつ他の問題への解析も欠かせないが、そのような問題に対しても、多くの解析結果が得られ、アルゴリズムを提案することもできた。実際、論文[1]、論文[2]では二次錐相補性条件を含む問題に対して求解アルゴリズムを提案し、その収束性を証明するに至った。特に論文[1]で提案したアルゴリズムは、論文[4]の正則化陽的交換法における部分問題を解くためのアルゴリズムとしても活用ができる。また、データに不確実性が含まれるような問題に対して、起こりうる最悪の状況に備えて意思決定をする最適化手法をロバスト最適化(ゲームの場合はロバストナッシュ均衡)というが、論文[3]、論文[5]ではこのロバスト最適化問題の中でも定式化が困難と言われるクラスの問題を、錐計画問題(この場合、錐は半正定値錐である)ないし錐相補性問題として定式化することに成功した。ロバスト最適化問題そのものは、すべてのデータの摂動に対して制約条件を満たすことを要請しているため、半無限計画問題としての側面ももつ。一方で、不確実性集合をユークリッドノルムで定義することにより、錐制約を用いた定式化を行うことも可能である。

5. 主な発表論文等 (研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

(雑誌論文)(計6件)

[1] Yasushi Narushima, Hideho Ogasawara, and Shunsuke Hayashi, "A smoothing method with appropriate parameter control based on Fischer-Burmeister function for second-order cone complementarity problems", *Abstract and Applied Analysis*, Article ID 830698 (2013), pp. 1-16. (査読有)

[2] Hiroshi Yamamura, Takayuki Okuno, Shunsuke Hayashi, and Masao Fukushima, "A smoothing SQP method for mathematical programs with linear second-order cone complementarity constraints", *Pacific Journal of Optimization* 9 (2013), pp. 345-372. (査読有)

[3] Ryoichi Nishimura, Shunsuke Hayashi, and Masao Fukushima, "SDP reformulation for robust optimization problems based on nonconvex QP duality", *Computational*

Optimization and Applications 55 (2013), pp. 21-47. (査読有)

[4] Takayuki Okuno, Shunsuke Hayashi, and Masao Fukushima, “A regularized explicit exchange method for semi-infinite programs with an infinite number of conic constraints”, SIAM Journal on Optimization 22 (2012), pp. 1009-1028. (査読有)

[5] Ryoichi Nishimura, Shunsuke Hayashi, and Masao Fukushima, “Semidefinite complementarity reformulation for robust Nash equilibrium problems with Euclidean uncertainty sets”, Journal of Global Optimization 53 (2012), pp. 107-120. (査読有)

[6] Ailing Zhang and Shunsuke Hayashi, “Celis-Dennis-Tapia based approach to quadratic fractional programming problems with two quadratic constraints”, Numerical Algebra, Control and Optimization 1 (2011), pp. 83-98. (査読有)

〔学会発表〕(計 24 件)

[1] Shunsuke Hayashi, Liping Zhang, and Soon-Yi Wu, “Explicit exchange algorithm for convex semi-infinite programming problems with second-order cone constraints”, The 9th International Conference on Optimization: Techniques and Applications (ICOTA9), Taipei, Taiwan, December 14, 2013.

[2] Shunsuke Hayashi, “Equilibrium problems related to conic complementarity problems”, NCTS seminar, National Center for Theoretical Sciences, National Cheng Kung University, Tainan, Taiwan, September 15, 2013.

[3] Kohei Yasuda, Takayuki Okuno, and Shunsuke Hayashi, “SIQP based algorithm with trust region technique for nonlinear second-order cone programs”, The 26th European Conference on Operational Research (EURO2013) / EURO-INFORMS Joint International Meeting, Rome, Italy, July 7, 2013.

[4] Yasushi Narushima, Hideho Ogasawara, and Shunsuke Hayashi, “A smoothing method with appropriate parameter control based on Fischer-Burmeister function for second-order cone complementarity

problems”, The 11th EUROPT Workshop on Advances in Continuous Optimization (EUROPT2013), Florence (Firenze), Italy, June 28, 2013.

[5] Shunsuke Hayashi, “Robust optimization equilibrium and conic complementarity problems”, Colloquium of Mathematics Department, National Taiwan Normal University, Taipei, Taiwan, September 12, 2012.

[6] Hiroshi Yamamura, Takayuki Okuno, Shunsuke Hayashi, and Masao Fukushima, “A smoothing SQP method for mathematical programs with second-order cone complementarity constraints”, The 21st International Symposium on Mathematical Programming (ISMP2012), Berlin, Germany, August 12, 2012.

[7] Kensuke Goumoto and Shunsuke Hayashi, “The BB based cutting plane method for semi-infinite program with multi-dimensional index set”, The 25th European Conference on Operational Research (EURO2012), Vilnius, Lithuania, July 10, 2012.

[8] Hiroshi Yamamura, Takayuki Okuno, Shunsuke Hayashi, and Masao Fukushima, “A smoothing SQP method for mathematical programs with second-order cone complementarity constraints”, The 10th EUROPT Workshop on Advances in Continuous Optimization (EUROPT2012), Siauliai, Lithuania, July 6, 2012.

[9] Yoshihiko Ito and Shunsuke Hayashi, “Robust Wardrop equilibrium in traffic assignment problem with uncertain data”, Nanjing-Kyoto Joint Workshop on Algorithms, Optimization and Numerical Analysis 2012, Kyoto, Japan, March 12, 2012.

[10] 林 俊介, “錐計画と半無限計画におけるアルゴリズムと応用”, 日本オペレーションズ・リサーチ学会「数理モデルとその応用」研究部会 第13回研究集会, 金沢学院大学大学院サテライト教室, 2011年10月1日

[11] Takayuki Okuno, Shunsuke Hayashi, and Masao Fukushima, “Semi-infinite program with infinitely many conic constraints: optimality condition and algorithms”, The 5th Sino-Japan Optimization Meeting (SJOM 2011), Beijing, China, September 27, 2011.

[12] Yoshihiko Ito and Shunsuke Hayashi “Robust Wardrop equilibrium in uncertain traffic assignment problem: second-order cone based model”, NCTS seminar, National Center for Theoretical Sciences, National Cheng Kung University, Tainan, Taiwan, September 15, 2011.

[13] Shunsuke Hayashi, “Robust Nash equilibria for games with uncertain data”, NCTS seminar, National Center for Theoretical Sciences, National Cheng Kung University, Tainan, Taiwan, September 13, 2011.

[14] 伊藤好彦, 高橋 仁, 林 俊介, “ロバスト Wardrop 均衡問題と二次錐相補性問題への変換”, RIMS 研究集会「最適化手法の深化と広がり」, 京都大学数理解析研究所, 2011 年 7 月 21 日

[15] Takayuki Okuno, Shunsuke Hayashi, and Masao Fukushima, “Semi-infinite program with infinitely many conic constraints: optimality conditions and globally convergent algorithm”, The 19th Triennial Conference of the International Federation of Operational Research Societies (IFORS2011), Melbourne, Australia, July 15, 2011.

[16] Yoshihiko Ito, Hitoshi Takahashi, and Shunsuke Hayashi, “Second-order cone complementarity reformulation for robust Wardrop equilibrium problems in traffic assignment with uncertain data”, The 9th EUROPT Workshop on Advances in Continuous Optimization, Ballarat, Australia, July 8, 2011.

[17] Yoshihiko Ito, Hitoshi Takahashi, and Shunsuke Hayashi, “Second-order cone based reformulation for robust Wardrop equilibrium problems”, SIAM Conference on Optimization (OP11), Darmstadt, Germany, May 18, 2011.

[18] Shunsuke Hayashi, Soon-Yi Wu, and Liping Zhang, “Convergence analysis of an explicit exchange method for convex semi-infinite programming problems with second-order cone constraints”, The 8th International Conference on Optimization: Techniques and Applications (ICOTA8), Shanghai, China, December 11, 2010.

[19] Ryoichi Nishimura, Shunsuke Hayashi, and Masao Fukushima, “SDP reformulation for robust LPs and SOCPs based on nonconvex

QP duality”, NCTS seminar, National Center for Theoretical Sciences, National Cheng Kung University, Tainan, Taiwan, September 7, 2010.

[20] Takayuki Okuno, Shunsuke Hayashi, and Masao Fukushima, “Optimality conditions and regularized explicit exchange method for convex semi-infinite programs with infinitely many conic constraints”, NCTS seminar, National Center for Theoretical Sciences, National Cheng Kung University, Tainan, Taiwan, August 31, 2010.

[21] Shunsuke Hayashi, Soon-Yi Wu, and Liping Zhang, “Explicit exchange method for convex semi-infinite programming problems with second-order cone constraints”, NCTS seminar, National Center for Theoretical Sciences, National Cheng Kung University, Tainan, Taiwan, August 24, 2010.

[22] Ryoichi Nishimura, Shunsuke Hayashi, and Masao Fukushima, “Semidefinite complementarity reformulation for robust Nash equilibrium problems based on the duality of nonconvex quadratic programming”, International Conference on Optimization, Simulation and Control, Ulaanbaatar, Mongolia, July 26, 2010.

[23] Takayuki Okuno, Shunsuke Hayashi, and Masao Fukushima, “Optimality conditions and regularized explicit exchange method for convex semi-infinite programs with infinitely many conic constraints”, 24th European Conference on Operational Research (EURO XXIV), Lisbon, Portugal, July 11, 2010.

[24] Ryoichi Nishimura, Shunsuke Hayashi, and Masao Fukushima, “Robust Nash equilibria in incomplete information games: semidefinite complementarity reformulation and equilibrium behavior”, The 8th EUROPT Workshop on Advances in Continuous Optimization, Aveiro, Portugal, July 9, 2010.

〔図書〕(計 1 件)

林 俊介, “半無限計画問題”, 太田快人・酒井英明・高橋豊・田中利幸・永持仁・福島雅夫(編集), 数理工学事典, 朝倉書店, 2011, pp. 563-566 (総ページ数 616)

〔その他〕(ホームページ)

<http://www.plan.civil.tohoku.ac.jp/opt/hayashi/>

6 . 研究組織

(1)研究代表者

林 俊介 (HAYASHI SHUNSUKE)
東北大学・大学院情報科学研究科・准教授
研究者番号：20444482