

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年 4月10日現在

機関番号：14401

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2010～2011

課題番号：22760318

研究課題名（和文） バナッハ束上の制御系設計の研究

研究課題名（英文） Study of Control System Design on Banach Lattice

## 研究代表者

橋本 智昭（HASHIMOTO TOMOAKI）

大阪大学・基礎工学研究科・助教

研究者番号：90515115

## 研究成果の概要（和文）：

本研究では、常微分方程式、偏微分方程式、差分微分方程式などの方程式で記述される様々なシステムを包括的に表現するため、半群理論を用いて Banach 束上でシステムの定式化が行われた。また、そのようなシステムに対して、非負半群の性質を利用した安定定理に基づいて、安定化制御器の設計法が考案された。さらに、システム係数が非負性を持つという制約を緩和するため、変数変換法を導入することにより、必ずしも非負性を満たさないシステムに対しても同様に安定化制御器の設計が可能となり、適用範囲が拡張された。

## 研究成果の概要（英文）：

In this study, a unified approach to addressing a wide class of mathematical models that include ordinary differential equations, partial differential equations, and difference differential equations has been introduced using the semigroup theory. The stabilization method for such a class of systems has been established using the properties of a non-negative semigroup. However, the applicability of the method is restricted to a class of systems that satisfy the non-negativity assumption. To remove such a restrictive assumption that system coefficients are non-negative, a variable transformation method has been developed for stabilizing a system whose coefficients are not necessarily non-negative.

## 交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2010年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2011年度	900,000	270,000	1,170,000
年度			
年度			
年度			
総計	1,900,000	570,000	2,470,000

研究分野：工学

科研費の分科・細目：制御工学

キーワード：システム制御理論，安定化，無限次元システム，時間遅れ，半群理論

## 1. 研究開始当初の背景

制御理論の研究とは、制御対象の振る舞いを適切な数学モデルで記述し、その数学モデルの解軌道が、制御対象の所望の振る舞いと一致するように制御入力を決めるための方法論の研究である。様々な数学モデルに対して、多様な制御系設計手法が提案されている。ただし、複雑な挙動を示す制御対象によっては、その数学モデルが解析困難なクラスに属するものもあり、様々な課題が残されている。

例えば、生物、金融、経済、化学、ネットワークなど様々な分野では、システムの挙動が現在の状態だけではなく過去の状態にも依存しているシステムが多く存在する。このような特性を記述するためには時間遅れを含む数学モデルが必要であり、差分微分方程式でシステムの振る舞いが記述される。一方、流体、伝熱、電波などの物理分野では、システムが持つ拡散現象や流れ場や伝播現象などを記述するために偏微分方程式が数学モデルとして用いられる。

常微分方程式で記述されるシステムは有限次元システムと呼ばれるクラスに属するが、差分微分方程式や偏微分方程式は無次元システムと呼ばれるクラスに属している。一般に、無限次元システムの解析の方が、有限次元システムより困難である。一例を挙げると、有限次元システムの場合はシステムのスペクトル半径が負であれば安定性が保証されるが、無限次元システムの場合はそれが必ずしも保証されない。この他にも無限次元システム特有の解析上の困難さがあるため、制御系設計手法に関する研究成果は、有限次元システムに対する結果より無碍次元システムに対する結果の方がきわめて少ない。それだけに無限次元システムに対する制御系設計問題は重要であり挑戦的な課題である。

## 2. 研究の目的

研究分野に関わりなく、研究の方向性として2つのベクトルが考えられる。1つは個別性への執着であり、もう1つは普遍性の追求である。前者は個別に特化した問題に取り組む研究であるのに対して、後者は問題を一般化することで、そこでの成果が幅広い応用性を持つことを目的としている。双方の方向性が相互作用することで全体としての進展が期待できるが、本研究の目的は、後者の立場であり、一般理論の研究に属している。つまり、研究成果の普遍性を追求し、一般化された制御理論の問題に取り組み、得られた結果が幅広い応用性を持つことを目的としている。

本研究では、有限次元システム(常微分方程式)と無限次元システム(偏微分方程式, 差分

微分法手式)を包括的に扱えるようなシステムモデルの定式化を実現し、そのようなシステムモデルに対して、状態フィードバック制御を施した閉ループシステムの安定性を保証するような安定化制御器の設計法を構築することを目的としている。

類似の先行研究では、安定化制御器を導出するためには、リッカチ作用素方程式を解く必要があり、この方程式は解析的に厳密には解けないため実用性に欠ける難点がある。そこで、本研究では、変数変換の構築とスペクトル半径の正負の確認だけで安定化制御器の設計が可能となるような新しい制御手法を考案することを目的としている。

## 3. 研究の方法

(1) 有限次元システムと無限次元システムを包括的に扱うためのシステム表現方法として、 $C_0$ 半群を用いた手法が知られている。多くの研究では、内積に基づいた直交基底の分解を解析の主流としているため、ヒルベルト空間上でシステムが定式化されている。本研究では、異なる新しいアプローチを採用する。まず、Banach空間に対してある順序公理を導入して定義されるBanach束と呼ばれる空間を準備する。そして、 $C_0$ 半群を用いて、Banach束上でシステムの定式化を行う。次に、解析の主役となる非負半群と呼ばれる $C_0$ 半群を導入する。この非負半群を用いるため、Banach空間ではなくBanach束を導入している。

(2) 非負半群の特性を利用した安定定理を導入し、状態フィードバック制御を施して得られる閉ループ系の平衡点が漸近安定となるための安定化条件を検討する。一般に、システム係数の $C_0$ 半群のスペクトル半径が負であるからといって、必ずしもシステムの平衡点が漸近安定であるとは限らない。本研究では、システム係数が非負半群であるという条件を追加することにより、単純に、システム係数のスペクトル半径の正負だけで、システムの平衡点における漸近安定性の確認が可能となる。

(3) システム係数が非負半群を生成するという制約を緩和するために、変数変化法を導入する。正則で可逆な作用素を用いて、システムの座標変換を行い、安定化問題に関してシステムの等価変換を施す。変数変換後のシステムが非負半群に基づく安定定理を満足するための条件を解析する。これにより、システムの安定化問題を、変数変換後のシステムが非負半群の安定定理を満たすような変換作用素が存在するか否かの問題に帰着さ

れる。そこで、変数変換作用素とシステム係数から構成される安定化条件を導出する。これにより、システム係数が非負半群を生成しない場合でも、その安定化条件を満足すれば、ある変数変換が存在して、変換後のシステムが必ず非負半群の安定定理を満足し、システムの平衡点の漸近安定性が保証される。

#### 4. 研究成果

(1) Banach 東上で  $C_0$  半群を用いてシステムの定式化を行うことにより、常微分方程式、偏微分方程式、差分微分法手式などの様々な方程式を包括的に扱えるような数学モデルがシステムモデルとして与えられた。システム係数が  $C_0$  半群を生成するという条件から、システム方程式の解の存在性や唯一性が保証されていることを確認した。

(2) 非負半群に基づく安定定理を用いて、システム係数が非負半群を生成するという仮定のもと、対象システムの閉ループ系の平衡点が漸近安定となるための十分条件を導出した。これにより、システム係数やフィードバックゲインを合成して得られる  $C_0$  半群のスペクトル半径が負であれば、システムの平衡点の漸近安定性が保証されることが示された。

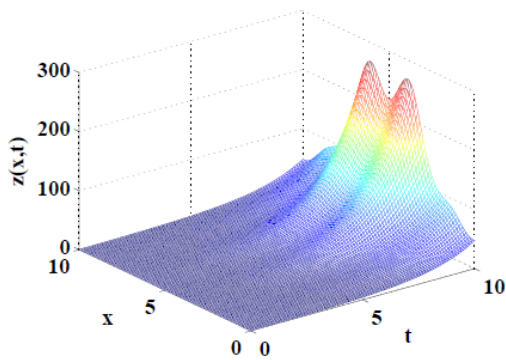


図 1

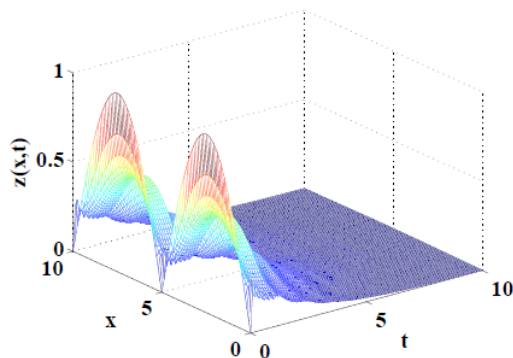


図 2

時間遅れを含む偏微分方程式で記述される生体内のウイルス増減モデルに対して、本安定化手法を適用し、時空間ダイナミクスを持つウイルスの挙動が、システムの原点が漸近安定となるように、つまり、ウイルスが死滅するように、その制御系設計が可能であることを数値シミュレーションにより確認した。図 1 は制御入力を与えていない場合で、ウイルスが増殖している挙動を示しており、図 2 は制御入力を与えた場合で、ウイルスが死滅していることが示されている。

(3) 上記の結果 (2) では、システム係数が非負半群を生成するとい仮定が置かれていたが、この制約を緩和するために変数変換を導入し、システムの安定化可能性を変数変換後のシステムが非負半群の安定定理を満足するような変数変換が存在するか否かに帰着させた。さらに、システム係数が非負半群を生成しないような場合でも適用可能となるような、変数変換作用素とシステム係数から構成される安定化条件を導出した。したがって、システム係数が非負性を持つという強い制約を排除し、より幅広いシステムクラスへの適用が可能となるような無限次元システムに対する制御系設計方法が確立された。

上記の安定化条件を用いて、時間遅れと不確定パラメータを含む無限次元システムモデルに対して、システム係数がある特殊な構造を持つ場合、システムの平衡点が漸近安定化可能であることが保証されていることを示した。つまり、システム係数がある構造条件を満足する場合、時間遅れや不確定変動幅の大きさに関わりなく、非負半群の安定定理を満足するような変数変換が必ず存在することが証明された。図 3 はその構造条件から導かれるシステムの不確定要素の幾何学的配置の一例を示している。ただし、\* は不確定要素を表している。

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & * & * & * & * & * & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & * & * & * & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & * & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & * & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & * & * & * & * & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & * & * & * & * & * & * & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * & * \end{pmatrix}$$

図 3

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 9 件)

- ① Tomoaki HASHIMOTO: A Variable Transformation Method for Stabilizing Abstract Delay Systems on Banach Lattices, Journal of Mathematics Research, Vol. 4, pp. 2-9, 2012, 査読有.
- ② Tomoaki HASHIMOTO: Stabilization of Abstract Delay Systems on Banach Lattices using Nonnegative Semigroups, Proceedings of the 50th IEEE Conference on Decision and Control, pp. 1872-1877, 2011, 査読有.
- ③ Tomoaki HASHIMOTO: Robust Simultaneous Feedback Stabilisation of Space Robot Attitude, International Journal of Computer Applications in Technology, Special Issue on Planning and Control in Robotics, Vol. 41, pp.262-268, 2011, 査読有.
- ④ Tomoaki HASHIMOTO, Takashi AMEMIYA: Controllability and Observability of Linear Time-Invariant Uncertain Systems Irrespective of Bounds of Uncertain Parameters, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol.56, pp.1807-1817, 2011, 査読有.
- ⑤ 橋本智昭, 吉岡佑輔, 大塚敏之: 非線形放物型偏微分方程式のモデル予測制御, 計測自動制御学会論文集, Vol.47, pp.230-237, 2011, 査読有.
- ⑥ Tomoaki HASHIMOTO: Feedback Stabilization of Abstract Delay Systems on Banach Lattices, International Journal of Mathematical Models and Methods in Applied Sciences, Vol.4, pp.212-220, 2010, 査読有.
- ⑦ Tomoaki HASHIMOTO Yusuke YOSHIOKA, Toshiyuki OHTSUKA: Receding Horizon Control for Nonlinear Parabolic Partial Differential Equations with Boundary Control Inputs, Proceedings of the 49th IEEE Conference on Decision and Control, pp. 6920-6925, 2010, 査読有.
- ⑧ Tomoaki HASHIMOTO Yusuke YOSHIOKA, Toshiyuki OHTSUKA: Model Predictive Control for Hot Strip Mill Cooling System, Proceedings of the 2010 IEEE Multi-conference on Systems and Control, pp. 646-651, 2010, 査読有.
- ⑨ Tomoaki HASHIMOTO: Stabilization of

Abstract Delay Systems on Banach Lattices, Proceedings of the 10th WSEAS International Conference on Systems Theory and Scientific Computation, pp. 166-171, 2010, 査読有.

[学会発表] (計 1 件)

- ① 橋本智昭, 吉岡佑輔: Model Predictive Control for Nonlinear Distributed Systems, 第 54 回システム制御情報学会研究発表講演会論文集, 京都, 5 月 19 日, pp.179-180, 2010.

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

橋本 智昭 (HASHIMOTO TOMOAKI)  
大阪大学・基礎工学研究科・助教  
研究者番号: 90515115

### (2) 研究分担者

( )

研究者番号:

### (3) 連携研究者

( )

研究者番号: